

Φυσική και Τεχνολογία Υλικών και Διατάξεων Στερεάς Κατάστασης

Δρ Χρήστος Τσάμης

Ινστιτούτο Νανοεπιστήμης και Νανοτεχνολογίας

ΕΚΕΦΕ «Δημόκριτος»

c.tsamis@inn.demokritos.gr

Πάτρα, 2025

Φυσική ημιαγωγικών διατάξεων
Βασικές σχέσεις για επίλυση ασκήσεων

Στατιστική	Ηλεκτρόνια	Οπές
Maxwell-Boltzmann	$n = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$	$p = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{kT}\right)$

Νόμος δράσης των μαζών (mass action law)

$$np = n_i^2$$

ισχύει στη Θερμοδυναμική ισορροπία (Θ.Ι), τόσο σε ενδογενείς ημιαγωγούς όσο και σε εξωγενείς μη εκφυλισμένους ημιαγωγούς.

ΣΕ ΝΟΘΕΥΜΕΝΟΥΣ ΗΜΙΑΓΩΓΟΥΣ

Όταν όλες οι προσμίξεις είναι ιονισμένες

	Ηλεκτρόνια	Οπές
Ημιαγωγός τύπου n	$n = N_D$	$p = \frac{n_i^2}{N_D}$
Ημιαγωγός τύπου p	$n = \frac{n_i^2}{N_A}$	$p = N_A$

$$n = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_i}{kT}\right)$$

$$p = n_i \exp\left(\frac{E_i - E_F}{kT}\right)$$

Νόμος δράσης των μαζών (mass action law)

$$np = n_i^2$$

ισχύει στη Θερμοδυναμική ισορροπία (Θ.Ι), τόσο σε ενδογενείς ημιαγωγούς όσο και σε εξωγενείς μη εκφυλισμένους ημιαγωγούς.

Ρεύματα ηλεκτρονίων και οπών (1-διάσταση)

	Ρεύμα ολίσθησης	Ρεύμα διάχυσης
Ηλεκτρόνια	$J_{n,x}^{drift} = q \cdot n \cdot \mu_n \cdot E_x$	$J_{n,x}^{dif} = q \cdot D_n \cdot \frac{dn(x)}{dx}$
Οπές	$J_{p,x}^{drift} = q \cdot p \cdot \mu_p \cdot E_x$	$J_{p,x}^{dif} = -q \cdot D_p \cdot \frac{dp(x)}{dx}$

Ρεύμα ηλεκτρονίων:

$$J_n = J_{n,x}^{drift} + J_{n,x}^{dif} = q \cdot n \cdot \mu_n \cdot E_x + q \cdot D_n \cdot \frac{dn(x)}{dx}$$

Ρεύμα Οπών :

$$J_p = J_{p,x}^{drift} + J_{p,x}^{dif} = q \cdot p \cdot \mu_p \cdot E_x - q \cdot D_p \cdot \frac{dp(x)}{dx}$$

Σχέσεις Einstein

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{q}$$

$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}$$

σ είναι η **αγωγιμότητα** (conductivity) και ρ είναι η **ειδική αντίσταση** (resistivity)

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{q(n \mu_n + p \mu_p)}$$

QUASI FERMİ LEVELS

Για καταστάσεις εκτός Θ.Ι θα ισχύει ότι

$$n = n_i \exp\left(\frac{E_{F_n} - E_i}{kT}\right)$$

$$p = n_i \exp\left(\frac{E_i - E_{F_p}}{kT}\right)$$

$$n \cdot p = n_i^2 \exp\left(\frac{E_{F_n} - E_{F_p}}{kT}\right)$$

Μπορώ να δείξω ότι με την χρήση των
ψευδο-σταθμών Fermi θα ισχύει ότι

$$J_{n,x} = \mu_n \cdot n \cdot \frac{dE_{F_n}}{dx}$$

$$J_{p,x} = \mu_p \cdot p \cdot \frac{dE_{F_p}}{dx}$$

Εξισώσεις μεταφοράς σε ημιαγωγούς (transport equation) – 1 διάσταση

Drift-diffusion equations

1. Εξίσωση ρεύματος ηλεκτρονίων
2. Εξίσωση ρεύματος οπών

$$J_{n,x} = \mu_n \cdot n \cdot \frac{dE_{F_n}}{dx}$$

$$J_{p,x} = \mu_p \cdot p \cdot \frac{dE_{F_p}}{dx}$$

Maxwell equations

3. Εξίσωση του Poisson

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = -\frac{q}{\epsilon_s} \cdot [p(x) + N_D^+(x) - n(x) - N_A^-(x)]$$

Continuity equations

4. Εξίσωση συνέχειας για τα ηλεκτρόνια
5. Εξίσωση συνέχειας για τις οπές

$$\frac{\partial n(x,t)}{\partial t} = \frac{1}{q} \cdot \frac{\partial J_{n,x}(x,t)}{\partial x} + [G_n(x,t) - R_n(x,t)]$$

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = -\frac{1}{q} \cdot \frac{\partial J_{p,x}(x,t)}{\partial x} + [G_p(x,t) - R_p(x,t)]$$

Σύνδεση ηλεκτρικού πεδίου με ενεργειακές στάθμες

$$\mathcal{E}_x = \frac{1}{q} \cdot \frac{dE_i}{dx}$$

$$\mathcal{E}_x \equiv -\frac{d\psi_i}{dx}$$

Ορισμός ηλεκτρικού δυναμικού σε ένα ημιαγωγό

$$\psi_i = -\frac{E_i}{q}$$

Συνθήκες χαμηλής έγχυσης φορέων (Low-level Injection)

I. Αν οι φορείς μειονότητας είναι οι οπές

$$U = \frac{\Delta p(t)}{\tau_p} = \frac{p(t) - p(0)}{\tau_p}$$

τ_p : excess carrier lifetime

$$U \equiv R - G_{th} \quad \text{Καθαρός ρυθμός επανασύνδεσης (net recombination rate)}$$

Δείξαμε ότι η σχέση ισχύει για α) Επανασύνδεση από ζώνη σε ζώνη (Band to Band Recombination) και β) Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

II. Αν οι φορείς μειονότητας είναι τα ηλεκτρόνια

$$U = \frac{\Delta n(t)}{\tau_n} = \frac{n(t) - n(0)}{\tau_n}$$

Συνθήκες χαμηλής έγχυσης φορέων (Low-level Injection)

I. Αν οι φορείς μειονότητας είναι οι οπές

$U \equiv R - G_{th}$ Καθαρός ρυθμός επανασύνδεσης (net recombination rate)

$$G = G_{ext} + G_{int}$$

G_{int} : Ενδογενής (Intrinsic)

G_{ext} : Εξωγενής (Extrinsic)

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\frac{1}{q} \cdot \frac{\partial J_{p,x}(x, t)}{\partial x} + [G_p(x, t) - R_p(x, t)]$$

Συνθήκες χαμηλής έγχυσης φορέων (Low-level Injection)

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\frac{1}{q} \cdot \frac{\partial J_{p,x}(x, t)}{\partial x} + [G_p(x, t) - R_p(x, t)] \quad \rightarrow$$

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\frac{1}{q} \cdot \frac{\partial J_{p,x}(x, t)}{\partial x} - [-G_p(x, t) + R_p(x, t)] \quad \rightarrow$$

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\frac{1}{q} \cdot \frac{\partial J_{p,x}(x, t)}{\partial x} - [-(G_{p,ext}(x, t) + G_{p,int}(x, t)) + R_p(x, t)] \quad \rightarrow$$

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\frac{1}{q} \cdot \frac{\partial J_{p,x}(x, t)}{\partial x} - [-G_{p,ext}(x, t) - G_{p,int}(x, t) + R_p(x, t)] \quad \rightarrow$$

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\frac{1}{q} \cdot \frac{\partial J_{p,x}(x, t)}{\partial x} - [-G_{p,ext}(x, t) + R_p(x, t) - G_{p,int}(x, t)] \quad \rightarrow$$

$$U \equiv R - G_{th}$$

Συνθήκες χαμηλής έγχυσης φορέων (Low-level Injection)

$$\Rightarrow \frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\frac{1}{q} \cdot \frac{\partial J_{p,x}(x, t)}{\partial x} - \underbrace{[-G_{p,ext}(x, t) + R_p(x, t) - G_{p,int}(x, t)]}$$

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\frac{1}{q} \cdot \frac{\partial J_{p,x}(x, t)}{\partial x} - [-G_{p,ext}(x, t) + U_p(x, t)] \Rightarrow$$

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\frac{1}{q} \cdot \frac{\partial J_{p,x}(x, t)}{\partial x} + G_{p,ext}(x, t) - U_p(x, t)$$

$$U = \frac{\Delta p(t)}{\tau_p} = \frac{p(t) - p(0)}{\tau_p}$$