Πυρηνική Φυσική και Στοιχειώδη Σωμάτια

4ο φυλλάδιο ασκήσεων

1. Έστω μία μιγαδική διπλέτα από πεδία Χιγκς, $\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}$ και δυναμικό $V(\Phi) = \frac{1}{2}\mu^2|\Phi|^2 + \frac{\lambda}{4!}|\Phi|^4$. (α) Δείξτε ότι το δυναμικό είναι αναλλοίωτο κάτω από μετασχηματισμούς $\Phi \to U\Phi$, όπου U μοναδιαίος πίνακας 2×2. (β) Επιλέξτε ένα ελάχιστο του δυναμικού και αναπτύξτε το δυναμικό κρατώντας μόνο τετραγωνικούς όρους γύρω από το έλάχιστο. Δείξτε ότι από τους 4 βαθμούς ελευθερίας, οι 3 είναι άμαζοι και υπολογίστε τη μάζα του τέταρτου. (γ) Έστω μιγαδική τριπλέτα Χιγκς. Πόσοι βαθμοί ελευθερίας θα είναι άμαζοι και πόσοι έμμαζοι;

2. Στο Καθιερωμένο Πρότυπο εισάγονται 4 πεδία βαθμίδας, τα W_μ^a για $a = 1, 2, 3$ και το B_μ. Η συναλλοίωτη παράγωγος πάνω σε μία μιγαδική διπλέτα Χιγκς γράφεται ως $D_\mu\Phi = \partial_\mu\Phi - igW_\mu^a\sigma_a\Phi - ig'B_\mu\Phi$, όπου g και g' σταθερές. Θεωρείστε αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας για το πεδίο Χιγκς και επιλέξτε κατάσταση ελάχιστης ενέργειας της μορφής $\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon \end{pmatrix}$, όπου $\upsilon > 0$. Ο όρος κινητικής ενέργειας για τα Χιγκς είναι $\eta^{\mu\nu}\partial_\mu\Phi^\dagger\partial_\nu\Phi$. (α) Δείξτε ότι τρία πεδία βαθμίδας αποκτούν μάζα και ένα παραμένει άμαζο. Υπολογίστε τις σχετικές μάζες. (β) Θεωρώντας ότι το άμαζο πεδίο είναι το ΗΜ πεδίο, εκφράστε το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο e ως συνάρτηση των g και g'.

3. Γράψτε όλα τα διαγράμματα Feynman που συνεισφέρουν στη χαμηλότερη τάξης για τις παρακάτω αντιδράσεις σύμφωνα με το Καθιερωμένο Πρότυπο.

   (α') $\nu_e + n \to p^+ + e^-$

   (β') $\mu^- \to e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$

   (γ') $K^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$

   (δ') $K^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$

   (ε') $e^- + e^- \to e^- + e^-$

4. Θεωρείστε σωματιδιακές ταλαντώσεις με δύο 'γεύσεις' σωματιδίων, όπου ο πίνακας U αντιστοιχεί σε περιστροφή υπό γωνία $\frac{1}{2}\theta$. Θεωρείστε ότι τα σωμάτια παράγονται με καλώς ορισμένη τιμή της ορμής. (α) Δείξτε ότι η πιθανότητα ανίχνευσης $P_{1\to2}$ τη χρονική στιγμή t_d είναι

$$P_{1\to2} = \sin^2\theta \sin^2\frac{\Delta E t_d}{2},$$

   όπου $\Delta E = E_2 - E_1$. Ο ανιχνευτής είναι σε απόσταση L από την πηγή. (β) Γράψτε την παραπάνω πιθανότητα για νετρίνα που κινούνται με υπερσχετικιστικές ταχύτητες. (γ) Επαναλάβετε για καόνια που κινούνται με μη-σχετικιστικές ταχύτητες, χαρακτηρίζονται από $\theta = \frac{\pi}{2}$ και η διαφορά μαζών μεταξύ των δύο καταστάσεων είναι πολύ μικρότερη από την τιμή της μάζας. (δ) Τα καόνια είναι ασταθή σωμάτια, οπότε περιγράφονται φαινομενολογικά μέσω μίας μιγαδικής Χαμιλτονιανής όπου το μιγαδικός μέρος είναι ίσο με $-i\Gamma_i$, όπου Γ_i η σταθερά διάσπασης της κατάστασης i, $i = 1, 2$. Υπολογίστε την πιθανότητα $P_{1\to2}$ σ' αυτήν την περίπτωση.