

ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΦΥΣΙΚΗ (ΟΔΗΓΟΣ ΜΕΛΕΤΗΣ)

Έκδοση 2023

© ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΣΚΑΡΛΑΤΟΣ

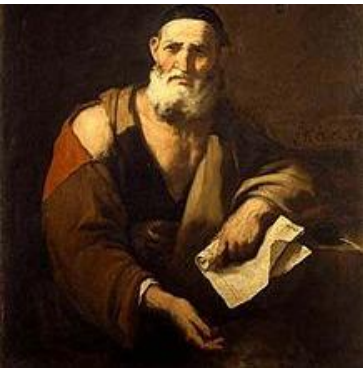
ΕΝΟΤΗΤΑ 2

Ατομική δομή και το πρότυπο του Bohr

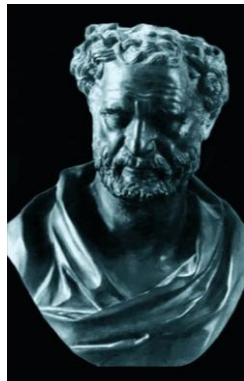
Έκδοση 2023
© ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΣΚΑΡΛΑΤΟΣ

I. Η ΑΤΟΜΙΚΗ ΥΠΟΘΕΣΗ

Λεύκιππος
(5^{ος} αιώνας π.Χ)



Δημόκριτος
(460-370 π.Χ)



Sir Isaac Newton
(1643-1727)



John Dalton (1766-1844)



Η ύλη αποτελείται από μικρούς και αδιαίρετους δομικούς λίθους, τα άτομα (α-τέμνω).

«Συμβατικά (νόμω) υπάρχει το γλυκό, συμβατικά το πικρό, συμβατικά το θερμό, συμβατικά το ψυχρό, συμβατικά το χρώμα· στην πραγματικότητα υπάρχουν μόνο τα άτομα και το κενό.»

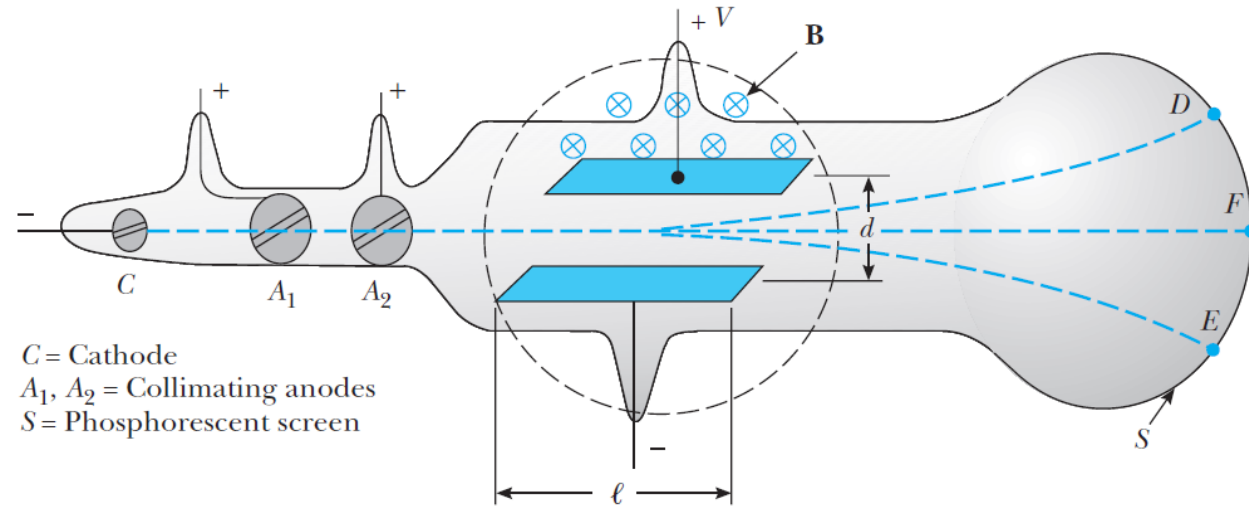
ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ

Θιασώτης της
ατομικής υπόθεσης

1. Τα στοιχεία αποτελούνται από εξαιρετικά μικρά σωματίδια που ονομάζονται άτομα.
2. Τα άτομα ενός συγκεκριμένου στοιχείου είναι ίδια σε μέγεθος, μάζα, και άλλες ιδιότητες. Τα άτομα διαφορετικών στοιχείων διαφέρουν σε μέγεθος, μάζα, και άλλες ιδιότητες.
3. Τα άτομα δεν μπορούν να υποδιαιρεθούν, να δημιουργηθούν ή να καταστραφούν.
4. Άτομα διαφορετικών στοιχείων συνδυάζονται σε απλές ακέραιες αναλογίες για να σχηματίσουν χημικές ενώσεις.
5. Στις χημικές αντιδράσεις, τα άτομα συνδυάζονται, διαχωρίζονται, ή αναδιατάσσονται.



Sir Joseph John Thomson
(1856 – 1940)



C = Cathode
A₁, A₂ = Collimating anodes
S = Phosphorescent screen

Προκαλώντας ηλεκτρικές εκκενώσεις σε αέριο υπό χαμηλή πίεση ανακαλύπτει ότι αυτό εκπέμπει φορτισμένα σωματίδια με μάζα πολύ μικρότερη από τη μάζα του ατόμου του υδρογόνου....

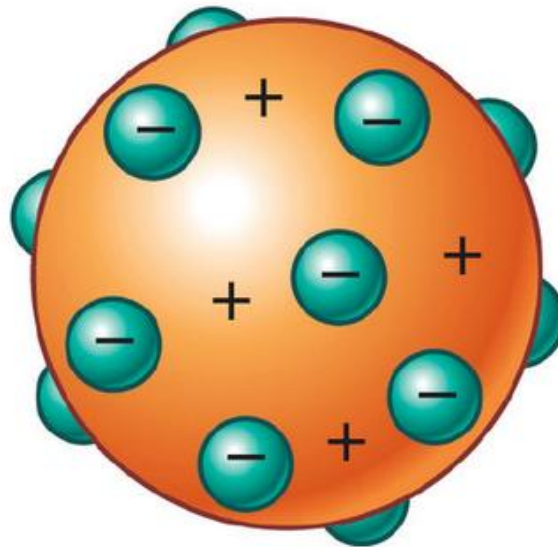
Τα σωματίδια αυτά όταν διέρχονται από ηλεκτρικό πεδίο εκτρέπονται και κτυπούν στο σημείο D.

Όταν διέρχονται μόνο από μαγνητικό πεδίο εκτρέπονται και κτυπύν στο σημείο E.

Όταν διέρχονται από κατάλληλα επιλεγμένα ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο είναι δυνατόν να μην εκτραπούν και να κτυπήσουν στο σημείο F.

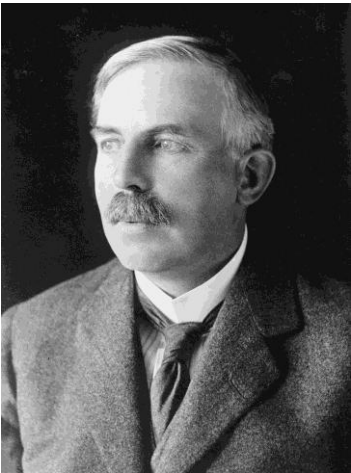
Συγκεκριμένα μέτρησε τον λόγο q_e/m_e

Το ατομικό πρότυπο του J.J.Thomson (1904): Το άτομο αποτελείται από έναν σφαιρικό θετικά φορτισμένο «ζελέ» επάνω στον οποίο είναι «κολλημένα» τα ηλεκτρόνια (όπως οι σταφίδες στο σταφιδόψωμο).



- Το άτομο είναι ως σύνολο ηλεκτρικά ουδέτερο
- Το άτομο έχει Z ηλεκτρόνια και συνολικό αρνητικό φορτίο Zq_e ίσο με το θετικό φορτίο του «ζελέ»
- Η μάζα του «ζελέ» καθορίζει και τη μάζα του ατόμου. Τα ηλεκτρόνια δεν συνεισφέρουν σημαντικά στη μάζα του ατόμου.

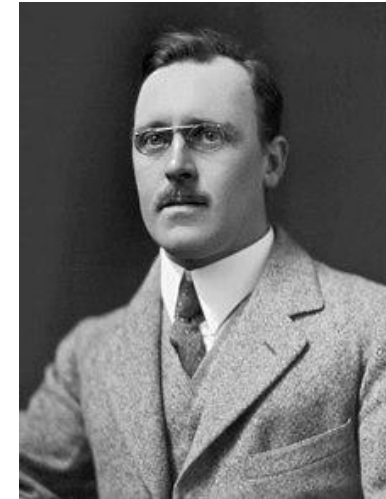
Ernest Rutherford
(1871 –1937)



Johannes Wilhelm "Hans" Geiger
(1882 –1945)

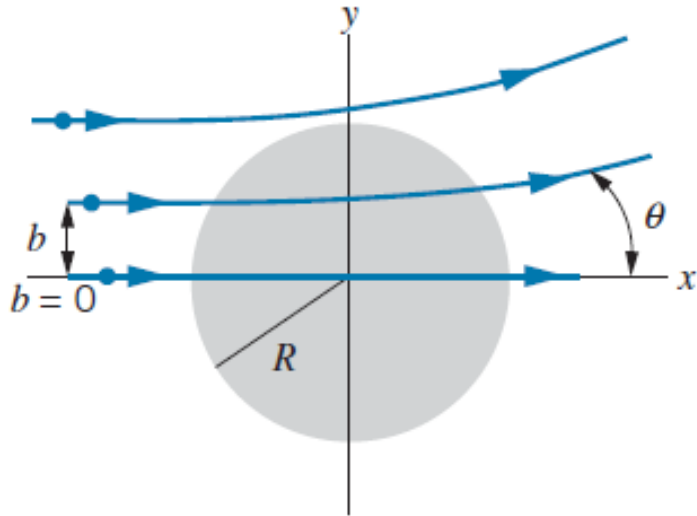


Sir Ernest Marsden
(1889 –1970)



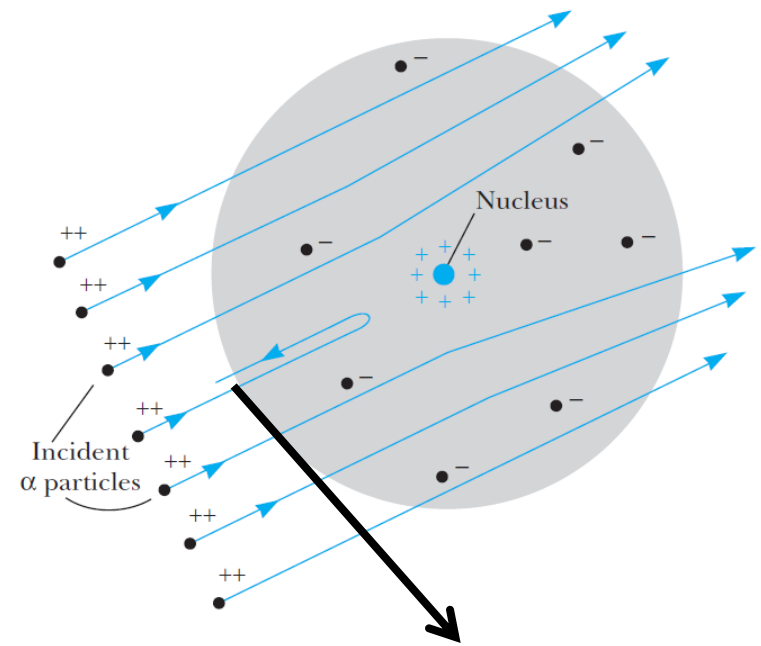
- Η ραδιενέργεια είχε προ πολλού ανακαλυφθεί (1894). Τα προϊόντα της (όπως τα σωμάτια α) μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για πειράματα βασικής έρευνας της ατομικής δομής.
- Ο Rutherford πιστοποιεί ότι τα σωμάτια α είναι θετικά φορτισμένα με καθαρό θετικό φορτίο $+2|q_e|$. Σήμερα γνωρίζουμε ότι είναι πυρήνες του στοιχείου Ήλιον (Helium).
- Η ομάδα του (Geiger-Marsden) πραγματοποιεί πειράματα βομβαρδισμού λεπτών (στα όρια του τσιγαρόχαρτου) φύλλων χρυσού με σωμάτια α ενέργειας της τάξεως των MeV το 1910.....

Σκέδαση σωματιδίων α σε «άτομο Thomson»



Τα σωματάρια διαπερνούν τον «ζελέ»

Πείραμα Geiger-Marsden

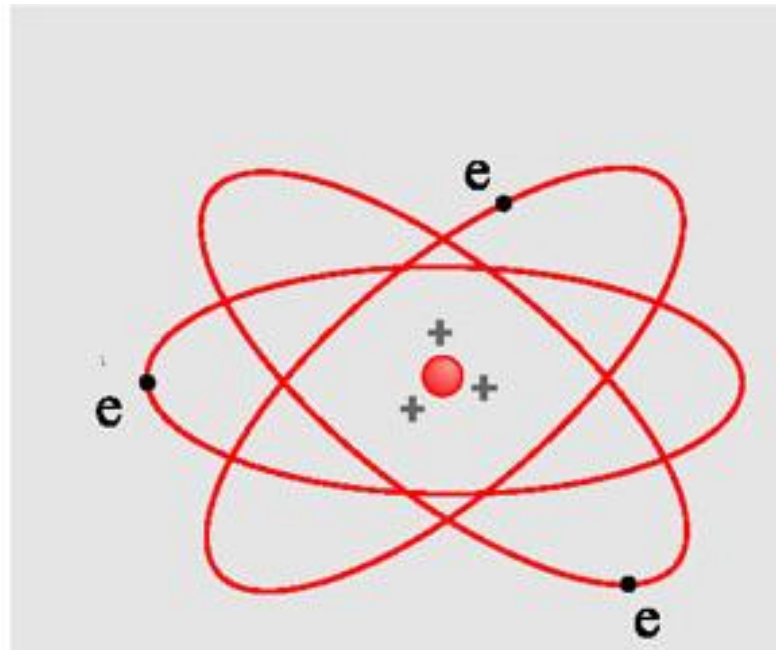


Οπισθοσκέδαση ορισμένων σωματιδίων

Το θετικό φορτίο του ατόμου είναι συγκεντρωμένο σε ένα μικρό κεντρικό σύμπλεγμα (πυρήνας)

Το «πλανητικό» πρότυπο του E. Rutherford (1911):

- Το άτομο είναι ως σύνολο ηλεκτρικά ουδέτερο.
- Το άτομο αποτελείται από ένα κεντρικό θετικά φορτισμένο σύμπλεγμα-τον πυρήνα- όπου είναι συγκεντρωμένο όλο το θετικό φορτίο του.
- Γύρω από τον πυρήνα περιστρέφονται σε ελλειπτικές τροχιές όλα τα ηλεκτρόνια του ατόμου, όπως οι πλανήτες του ηλιακού μας συστήματος γύρω από τον ήλιο. Η κεντρομόλος δύναμη για την περιστροφή τους είναι η δύναμη Coulomb.
- Το θετικό φορτίο του πυρήνα είναι ίσο κατά απόλυτη τιμή με το συνολικό αρνητικό φορτίο των Z ηλεκτρονίων του ατόμου.



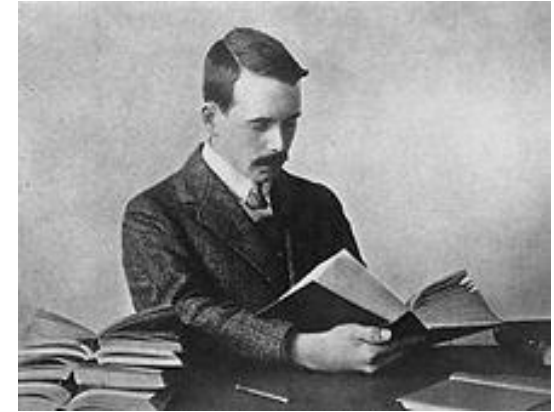


- Το 1911 ο van den Broek προτείνει ότι η θέση των στοιχείων στον τότε γνωστό Περιοδικό Πίνακα (ατομικός αριθμός) ισούται με το φορτίο του ατομικού πυρήνα (το οποίο είναι κβαντισμένο).
- Το 1913 Η παραπάνω υπόθεση επιβεβαιώνεται πειραματικά από τον Henry Moseley το 1913 με τη μελέτη των φασμάτων των ακτίνων Χ.

Antonius Johannes van den Broek
(1870-1926)

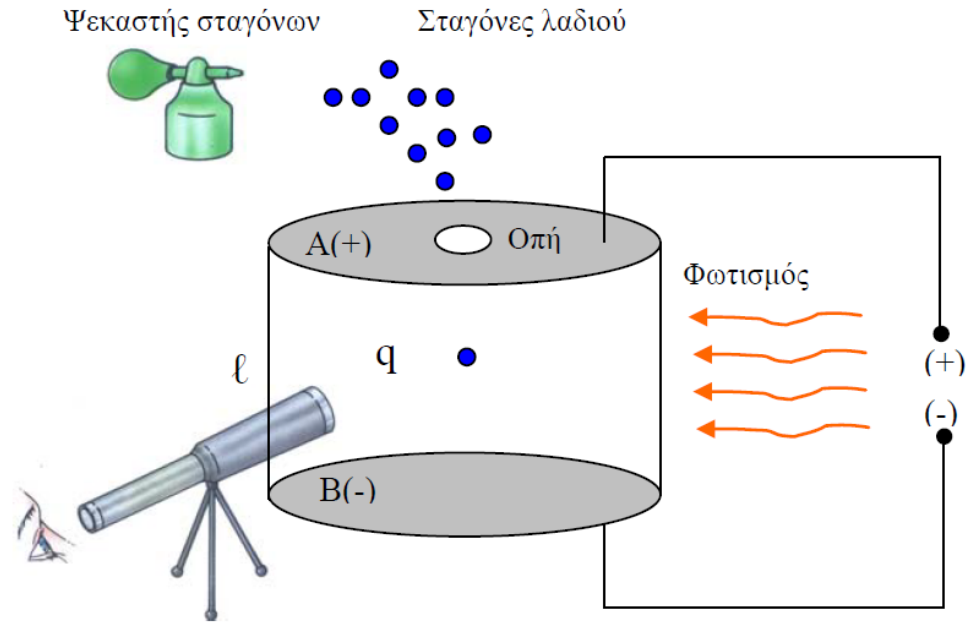


Henry Gwyn Jeffreys Moseley
(1887 – 1915)

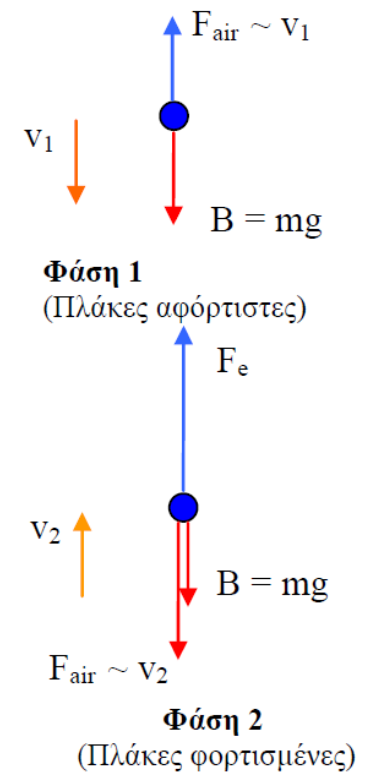


- Το 1919 ο Rutherford ανακοινώνει την ανακάλυψη του πρωτονίου ως πυρήνα του ατόμου του Υδρογόνου και παράλληλα το ότι οι πυρήνες άλλων στοιχείων (π.χ. Άζωτο) αποτελούνται από πυρήνες υδρογόνου (πρωτόνια).

Robert A. Millikan
(1868 –1953)



Τηλεσκόπιο παρατήρησης με βαθμονομημένο φακό



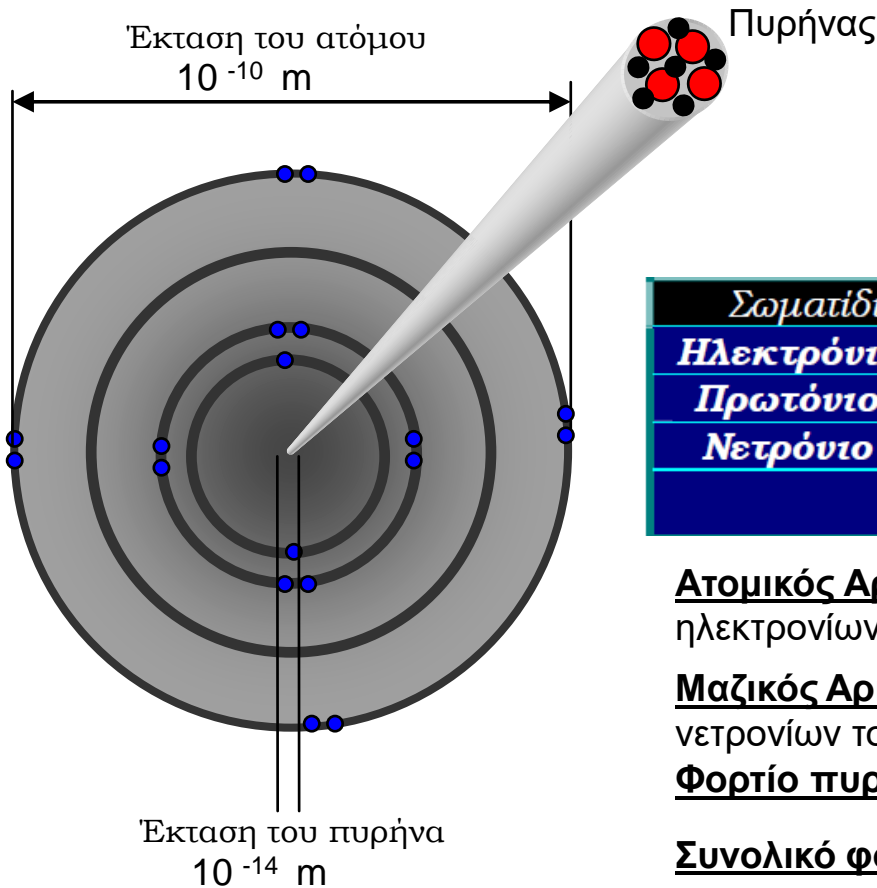
Πραγματοποιώντας σειρά συστηματικών πειραμάτων (το γνωστό πείραμα των φορτισμένων σταγόνων λαδιού) μεταξύ 1909-1913 υπολογίζει το φορτίο του ηλεκτρονίου.

Sir James Chadwick
(1891 – 1974)



• Το 1932 ο Chadwick ανακαλύπτει το νετρόνιο ως συστατικό του ατομικού πυρήνα. Είναι χονδρικά ο συνεκτικός κρίκος των ομόσημα φορτισμένων πρωτονίων του πυρήνα.

Η εικόνα συμπληρώνεται



- Θετικά πρωτόνια
- Ουδέτερα νετρόνια
- Αρνητικά ηλεκτρόνια

Σωματίδιο	Μάζα (Kgr)	Φορτίο (Cb)
Ηλεκτρόνιο (e)	$m_e = 9,1091 \times 10^{-31}$	$q_e = -1,6021 \times 10^{-19}$
Πρωτόνιο (p)	$m_p = 1,6725 \times 10^{-27}$	$q_p = +1,6021 \times 10^{-19}$
Νετρόνιο (n)	$m_n = 1,6748 \times 10^{-27}$	0
		$ q_e = q_p \approx 1,6 \times 10^{-19} \text{ Cb}$

Ατομικός Αριθμός Z: πλήθος πρωτονίων του πυρήνα = πλήθος των ηλεκτρονίων γύρω από τον πυρήνα.

Μαζικός Αριθμός A: πλήθος πρωτονίων του πυρήνα + πλήθος των νετρονίων του πυρήνα.

Φορτίο πυρήνα: $+Z|q_e|$

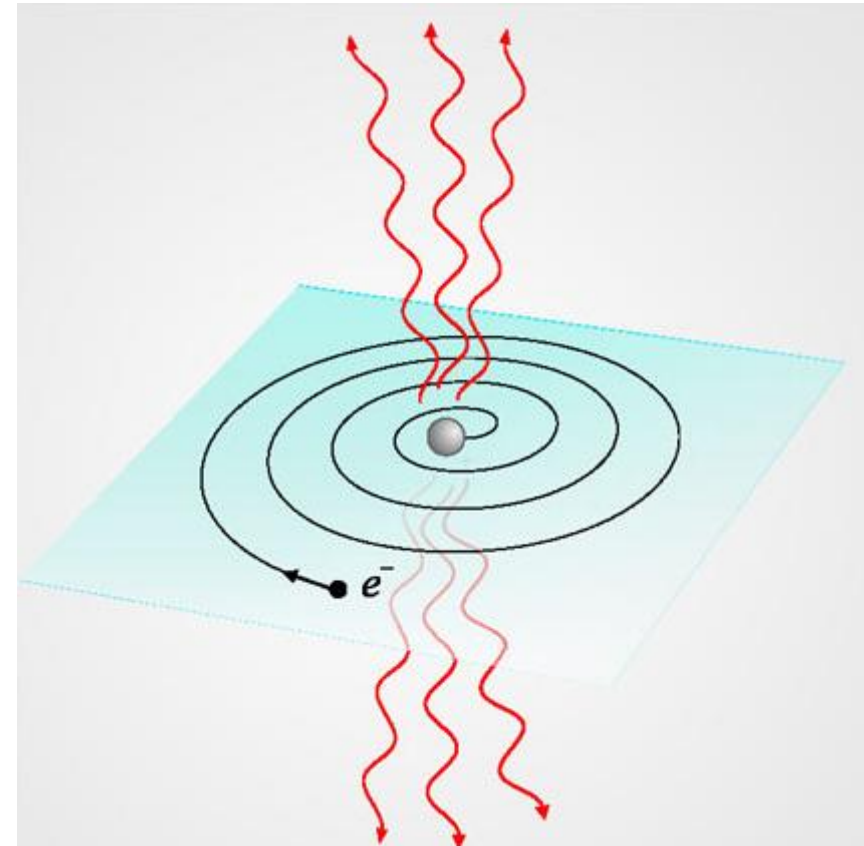
Συνολικό φορτίο ηλεκτρονίων: $Zq_e = -Z|q_e|$

II. Η ΚΡΙΣΗ ΤΟΥ ΠΛΑΝΗΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΛΟΥ ΤΟΥ ΑΤΟΜΟΥ

(α) Προβλήματα ευστάθειας

Ένα περιστρεφόμενο ηλεκτρόνιο γύρω από τον πυρήνα είναι ένα επιταχυνόμενο ηλεκτρόνιο. Σύμφωνα με την κλασική Ηλεκτρομαγνητική Θεωρία, ένα επιταχυνόμενο φορτίο ακτινοβολεί Η/Μ ακτινοβολία.

Κατά συνέπεια το ηλεκτρόνιο ακτινοβολώντας διαρκώς θα έχανε ενέργεια και τελικά θα «έπεφτε» επάνω στον πυρήνα.....





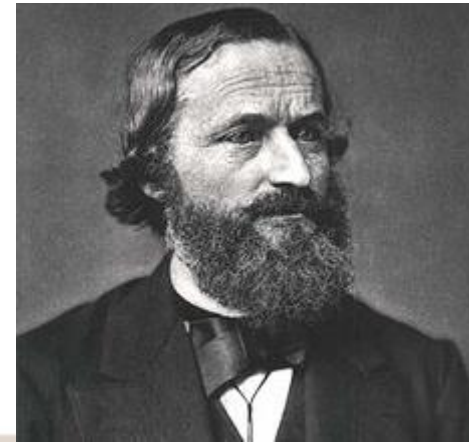
(β) Προβλήματα ερμηνείας των ατομικών φασμάτων

Φάσμα: Οι συνιστώσες της Η/Μ ακτινοβολίας (συχνότητες ή μήκη κύματος) που εκπέμπει ή απορροφά ένα σώμα.

• Αποδίδεται συνήθως ως η καμπύλη της έντασης (W/m^2) (διάκριτο) ή της φασματικής κατανομής της έντασης (ένταση ανά μονάδα συχνότητας ή μήκους κύματος) (συνεχές) συναρτήσει της συχνότητας ή του μήκους κύματος της ακτινοβολίας που εκπέμπει ή απορροφά ένα σώμα.

Νόμοι του Kirchhoff: (α) Το φάσμα του φωτός που εκπέμπει ένα στερεό ή υγρό ή πυκνό αέριο όταν διεγείρεται (π.χ. θερμαίνεται) είναι συνεχές.

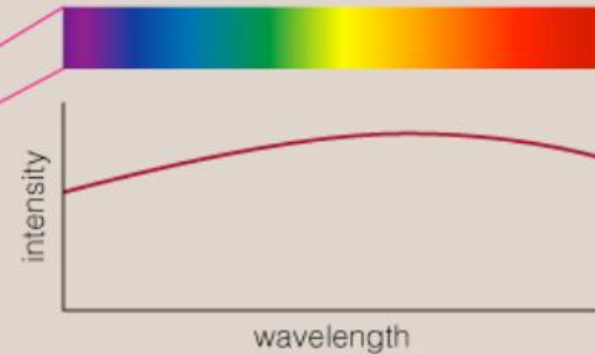
Gustav Robert
Kirchhoff
(1824 – 1887)



Θερμή πηγή φωτός
(π.χ μέλαν σώμα)



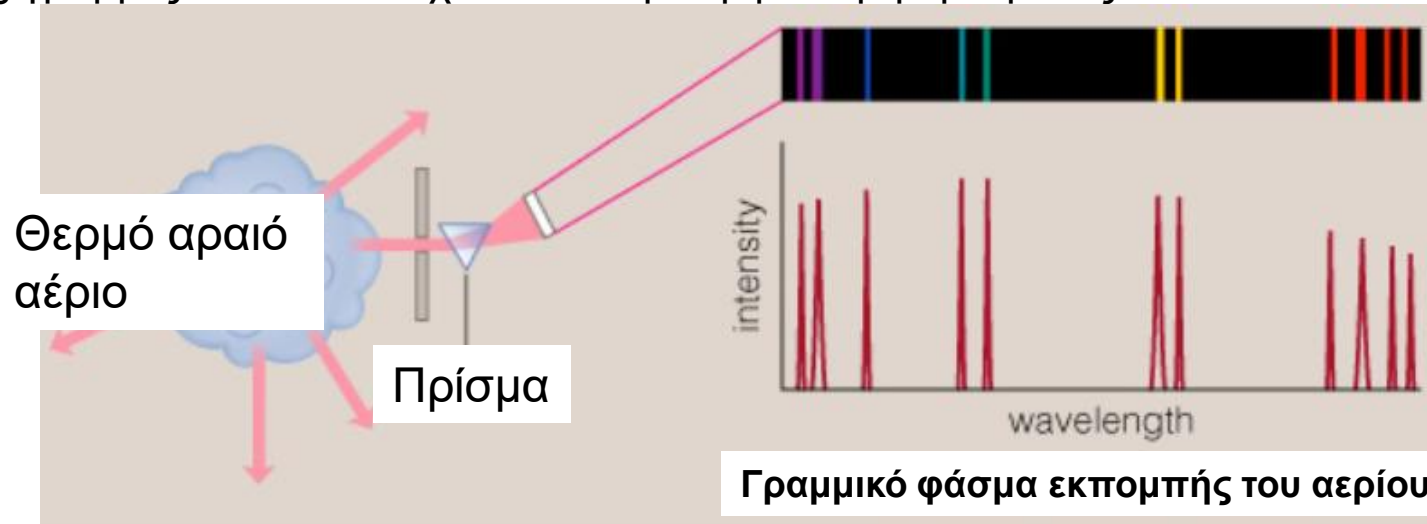
Πρίσμα



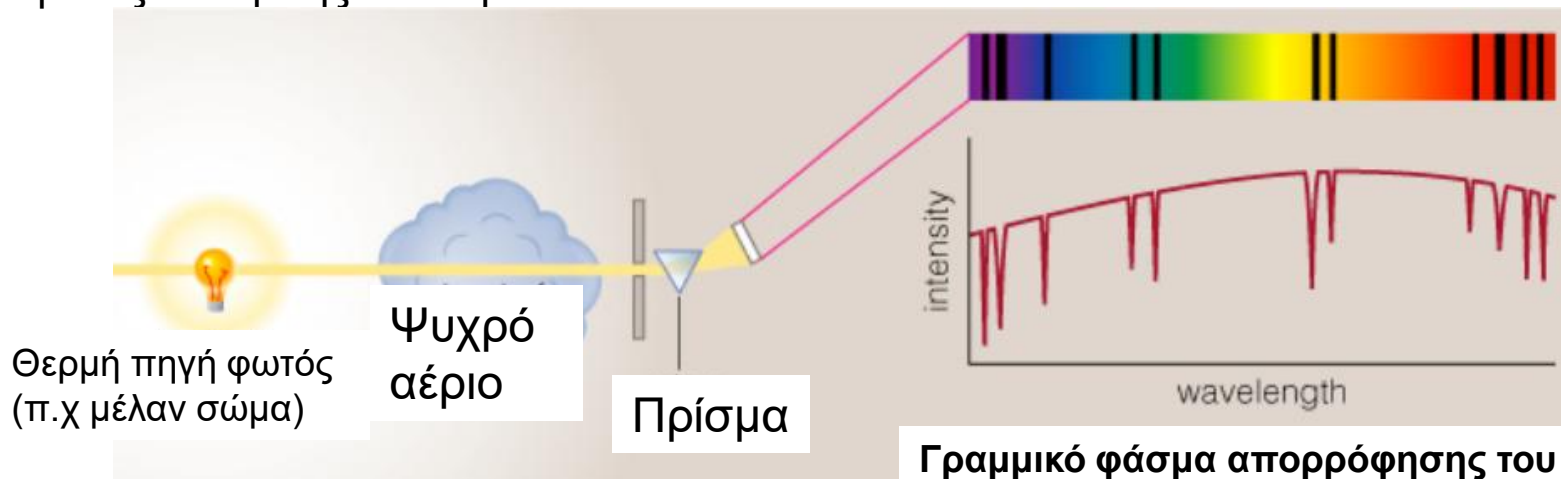
Συνεχές φάσμα



(β) Το φάσμα του φωτός που εκπέμπει ένα θερμό αραιό αέριο είναι γραμμικό, και αποτελείται από φασματικές γραμμές που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένα μήκη κύματος.

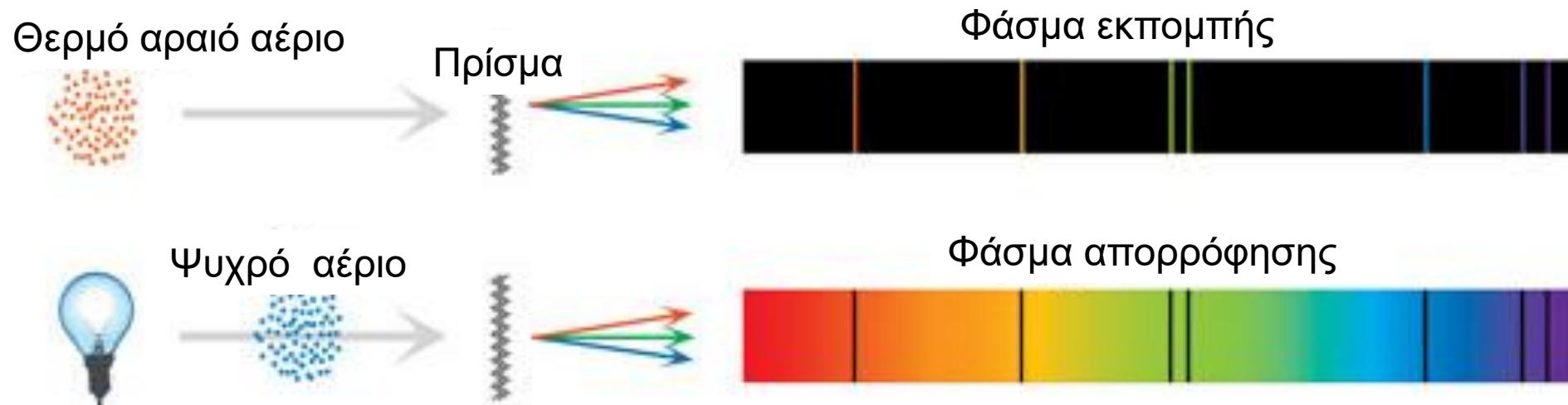


(γ) Ένα θερμό σώμα το οποίο περιβάλλεται από ένα αέριο χαμηλότερης θερμοκρασίας, παράγει ένα σχεδόν συνεχές φάσμα, το οποίο παρουσιάζει μερικά κενά που αντιστοιχούν στα μήκη κύματος του φάσματος εκπομπής του αερίου.



Τα στοιχεία εκπέμπουν μόνο τις συχνότητες (τα μήκη κύματος) που απορροφούν.

Τα φάσματα εκπομπής αποτελούν το «αποτύπωμα» ή το DNA κάθε στοιχείου....



Παρά ταύτα, σε πολλές περιπτώσεις το φάσμα εκπομπής δεν συμπίπτει πλήρως με το φάσμα απορρόφησης ως προς το πλήθος των εμφανιζόμενων φασματικών γραμμών. Τα φάσματα απορρόφησης είναι πολλές φορές υποσύνολα των φασμάτων εκπομπής. Όταν, όμως ταυτίζονται σε πλήθος φασματικών γραμμών, τότε αυτές αντιστοιχούν στα ίδια μήκη κύματος και συχνότητες...

- Οι εργασίες των:

Johann Jakob Balmer
(1825 – 1898)



Johannes Robert Rydberg
(1854 – 1919)



Walther Ritz
(1878 – 1909)



οδήγησαν στη διατύπωση της συνδυαστικής αρχής σύμφωνα με την οποία:

«Για πολλές γραμμές σ' ένα γραμμικό φάσμα εκπομπής, το αντίστροφο μήκος κύματός τους ισούται με το άθροισμα ή την διαφορά των αντιστρόφων μηκών κύματος δύο άλλων γραμμών του ιδίου φάσματος»

Ισοδύναμα:

κάθε συχνότητα του φάσματος μπορεί να γραφεί σαν άθροισμα ή διαφορά δύο άλλων συχνοτήτων του ιδίου φάσματος

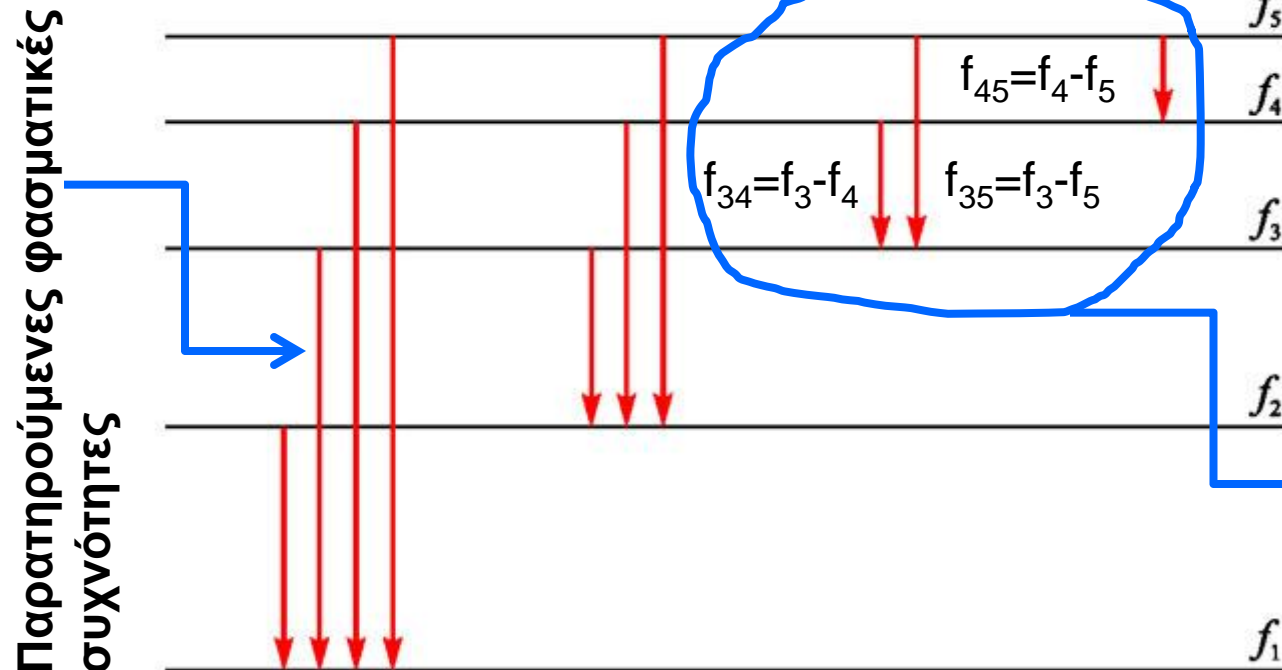


Η αρχική διατύπωση της συνδυαστικής αρχής ήταν η εξής:

Το φάσμα κάθε στοιχείου χαρακτηρίζεται πλήρως από μια ακολουθία φασματικών όρων $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n, \dots$ τέτοιων ώστε : κάθε φασματική γραμμή μπορεί να γραφεί ως διαφορά δύο φασματικών όρων.

Παρατήρηση 1: Το μήκος κάθε κατακόρυφης γραμμής ισούται πάντα με το άθροισμα ή τη διαφορά του μήκους δύο άλλων και αντιπροσωπεύει πάντα μια παρατηρούμενη συχνότητα.

Παρατήρηση 2: Υπάρχουν και διαφορές $f_m - f_n$ οι οποίες δεν εμφανίζονται στο φάσμα (υποκρίπτονται κανόνες επιλογής που υπονοούν επιτρεπόμενες και μη επιτρεπόμενες περιπτώσεις)



Φασματικοί όροι (δεν περιλαμβάνονται οι ίδιοι στις παρατηρούμενες φασματικές συχνότητες)

$$f_{35} = f_3 - f_5 = (f_3 - f_4) + (f_4 - f_5) = f_{34} + f_{45}$$



Το φάσμα του Υδρογόνου: Ως το απλούστερο στοιχείο, το φάσμα εκπομπής του ατόμου του Υδρογόνου μελετήθηκε εξαντλητικά.

- Για το άτομο του υδρογόνου τα παραπάνω συμπυκνώνονται στους ακόλουθους δύο ισοδύναμους εμπειρικούς τύπους:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \begin{cases} m = 1, 2, 3, 4, \dots \\ n = m + 1, m + 2, m + 3, \dots \end{cases}$$

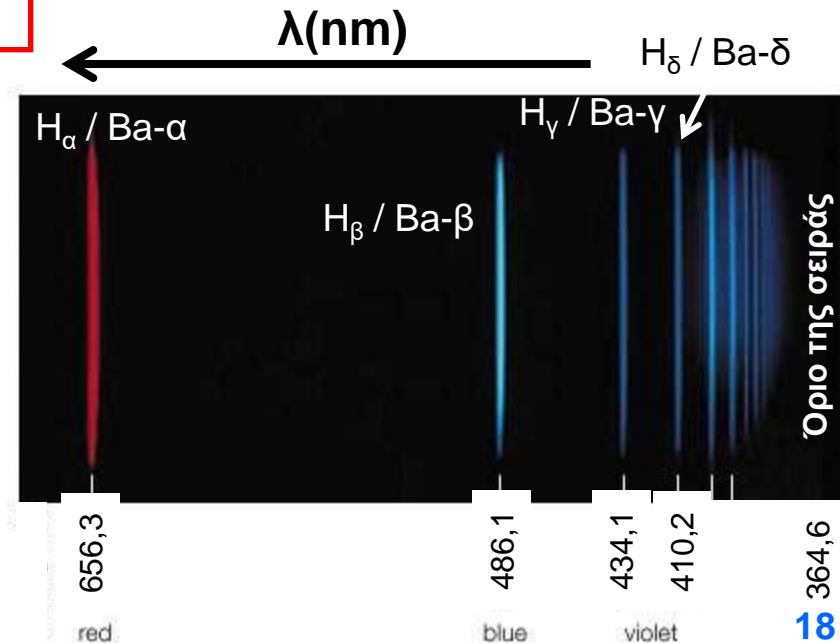
$$R_H = 1,09677576 \times 10^7 \text{ m}^{-1} = \text{σταθερά Rydberg για το H}$$

$$f = cR_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \begin{cases} m = 1, 2, 3, 4, \dots \\ n = m + 1, m + 2, m + 3, \dots \end{cases}$$

$$cR_H = 3,29 \times 10^{15} \text{ s}^{-1} \text{ για το H}$$

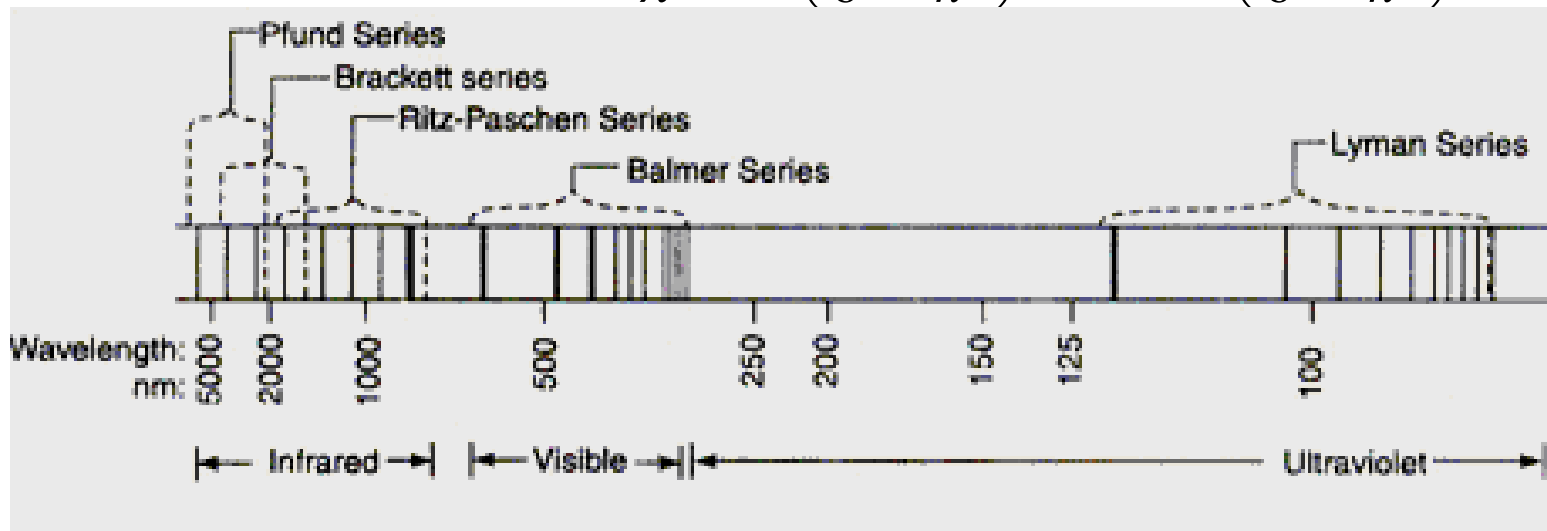
- Για $m=2$ και $n = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \infty$ έχουμε τη σειρά Balmer (ορατό-υπεριώδες)

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad f = cR_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$





- Για $m=1$ και $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \infty$ έχουμε τη σειρά Lyman (υπεριώδεις) $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), f = cR_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$
- Για $m=3$ και $n = 4, 5, 6, 7, 8, 9, \infty$ έχουμε τη σειρά Paschen (υπέρυθρο) $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), f = cR_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)$
- Για $m=4$ και $n = 5, 6, 7, 8, 9, \infty$ έχουμε τη σειρά Brackett (υπέρυθρο) $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), f = cR_H \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right)$
- Για $m=5$ και $n = 6, 7, 8, 9, \infty$ έχουμε τη σειρά Pfund (υπέρυθρο) $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right), f = cR_H \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right)$
- Για $m=6$ και $n = 7, 8, 9, \infty$ έχουμε τη σειρά Humphreys $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2} \right), f = cR_H \left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2} \right)$





Φάσματα άλλων στοιχείων: Πολύ πιο πολύπλοκα από αυτό του υδρογόνου. Ισχύει όμως και εδώ η συνδυαστική αρχή.

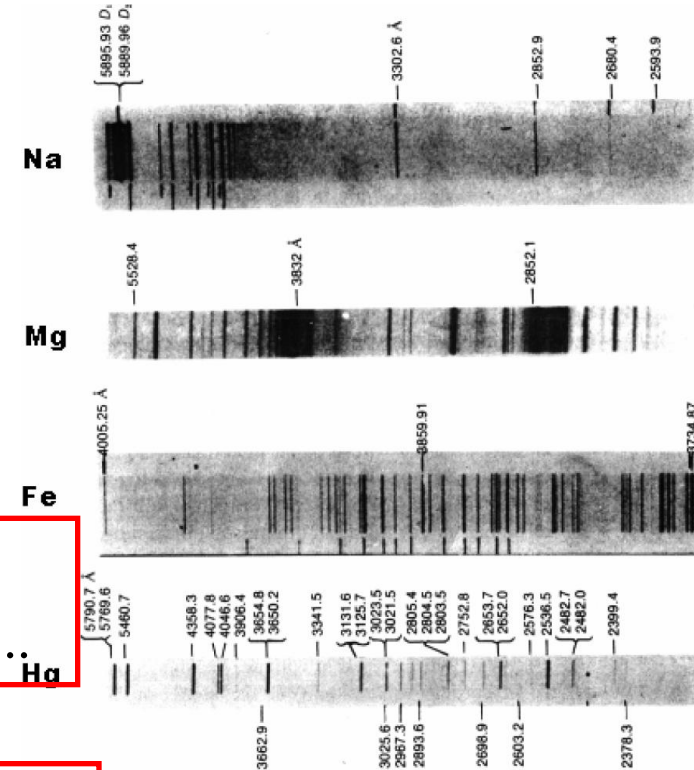
- Σε αρκετές περιπτώσεις μπορούν να βρεθούν προσεγγιστικοί εμπειρικοί τύποι ανάλογοι με αυτούς για το άτομο του Υδρογόνου.
- Για τα αλκαλικά μέταλλα Li, Na, K, κ.τ.λ. έχουν βρεθεί εμπειρικοί τύποι με τη γενική μορφή :

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{(m-\alpha)^2} - \frac{1}{(n-b)^2} \right) \begin{cases} m = 1, 2, 3, 4, \dots \\ n = m+1, m+2, m+3, \dots \end{cases}$$

$$f = cR \left(\frac{1}{(m-\alpha)^2} - \frac{1}{(n-b)^2} \right) \begin{cases} m = 1, 2, 3, 4, \dots \\ n = m+1, m+2, m+3, \dots \end{cases}$$

Στις παραπάνω σχέσεις, τα α και β είναι εμπειρικές σταθερές για κάθε στοιχείο και για κάθε δεδομένη φασματική σειρά.

Η σταθερά R είναι η σταθερά του Rydberg για το εν λόγω στοιχείο, η οποία ελάχιστα διαφέρει από την σταθερά του Rydberg για το υδρογόνο R_H . Εντούτοις, υπάρχει μια πολύ μικρή αύξηση της τιμής της R καθώς αυξάνεται το ατομικό βάρος του στοιχείου.



Παράδειγμα 16: (Αυτοδιδασκαλία) Βρείτε το ελάχιστο και μέγιστο μήκος κύματος της φασματικής σειράς του Lyman του ατόμου του υδρογόνου. Σε ποια περιοχή του φάσματος βρίσκεται αυτή η φασματική σειρά ;

Λύση: Η σειρά Lyman προκύπτει από τη σχέση:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 2, 3, 4, \dots, \infty$$

Άρα:

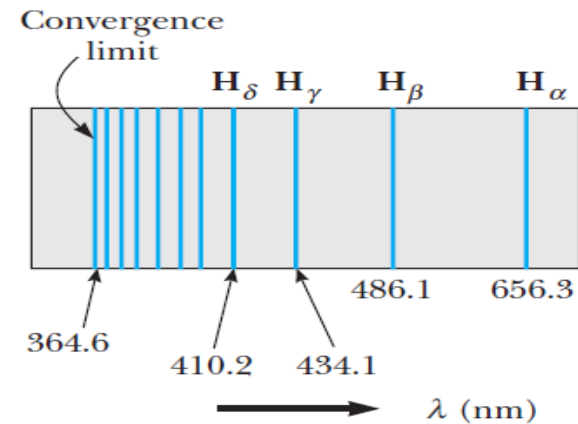
$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3R_H}{4} \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{4}{3 \times 1,09677576 \times 10^7 \text{ m}^{-1}} = 1,21568 \times 10^{-7} \text{ m} = 121,568 \text{ nm}$$

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty} \right) = R_H \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{1}{1,09677576 \times 10^7 \text{ m}^{-1}} = 0,91176 \times 10^{-7} \text{ m} = 91,176 \text{ nm}$$

Είναι και τα δύο στο υπεριώδες.

Παράδειγμα 17: (Αυτοδιδασκαλία) Ο Balmer διατύπωσε αρχικά την συνδυαστική αρχή για τις τέσσερις φασματικές γραμμές του φάσματος εκπομπής του υδρογόνου (H_α , H_β , H_γ , H_δ) που ήταν γνωστές τότε, ως:

$$\lambda(\text{cm}) = C_2 \frac{n^2}{n^2 - 2^2}, \quad n = 3, 4, 5 \dots (1)$$



όπου $C_2 = 3645,6 \times 10^{-8}$ cm μια σταθερά που την ονόμασε όριο σύγκλισης γιατί έδινε το μήκος κύματος για $n = \infty$.

Να αποδείξετε ότι η αρχική έκφραση (1) του Balmer συμπίπτει με αυτή των Rydberg-Ritz

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

για

$$\frac{2^2}{C_2} = R_H$$

Επαληθεύστε το υπολογίζοντας την τιμή $2^2/C_2$ και συγκρίνοντάς την με αυτή της R_H .

Λύση: Θα έχουμε ότι:

$$\lambda = \frac{C_2 n^2}{n^2 - 2^2} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \left(\frac{1}{C_2} \right) \frac{n^2 - 2^2}{n^2} = \left(\frac{1}{C_2} \right) \left(\frac{1 - 2^2}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \left(\frac{2^2}{C_2} \right) \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

με:

$$R = \frac{2^2}{C_2}$$

$$\frac{2^2}{C_2} = \frac{2^2}{3645,6 \times 10^{-8} \text{ cm}} = 1,09\,720 \times 10^5 \text{ cm}^{-1} = 1,09\,720 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \approx R_H$$

Ιστορική παρατήρηση: Ενθαρρυσμένος από την επιτυχία του ο Balmer προέβλεψε ότι θα υπάρχουν και άλλες φασματικές σειρές που δεν είχαν ανακαλυφθεί και θα περιγράφονταν από σχέσεις της μορφής:

$$\lambda(\text{cm}) = C_3 \frac{n^2}{n^2 - 3^2}, \quad n = 4, 5, 6, \dots$$

$$\lambda(\text{cm}) = C_4 \frac{n^2}{n^2 - 4^2}, \quad n = 5, 6, 7, \dots$$

Κλπ.

III. ΤΟ ΑΤΟΜΙΚΟ ΠΡΟΤΥΠΟ ΤΟΥ BOHR (1913)

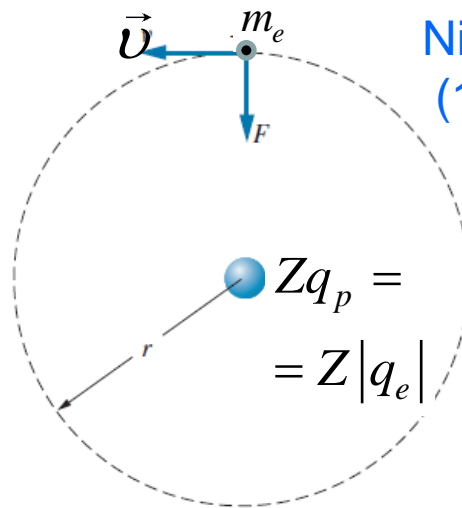
Το ατομικό πρότυπο του Bohr διατυπώθηκε το 1913. Αφορά στην περίπτωση μονοηλεκτρονικών ατόμων με ατομικό αριθμό Z . Αυτά είναι (α) Το άτομο του υδρογόνου ($Z = 1$) ή (β) απλά, διπλά, τριπλά ιονισμένα άτομα με ένα ηλεκτρόνιο [He^+ ($Z = 2$), απλά ιονισμένο], [Li^{++} ($Z = 3$), διπλά ιονισμένο], [Be^{+++} ($Z = 4$), τριπλά ιονισμένο] κλπ. Στηρίζεται δε σε τέσσερις θεμελιώδεις παραδοχές.

Παραδοχή (Αξίωμα) 1. Το ηλεκτρόνιο σε ένα μονοηλεκτρονιακό άτομο κινείται σε κυκλικές τροχιές με κέντρο τον πυρήνα, που θεωρείται ακίνητος, υπό την επίδραση της ελκτικής δυνάμεως Coulomb που υφίσταται από αυτόν. Η δύναμη Coulomb που υφίσταται από τον πυρήνα δρά σαν κεντρομόλος δύναμη.

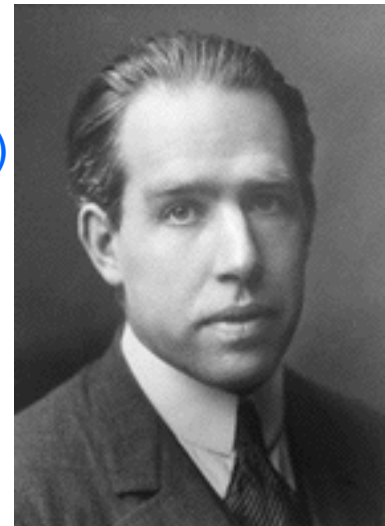
$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Zq_p)|q_e|}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Zq_e^2}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r} \quad (1)$$

K_e



Niels Bohr
(1885 – 1962)



Παραδοχή (Αξίωμα) 2. Μόνο ορισμένες τροχιές είναι ευσταθείς. Κινούμενο σε αυτές το ηλεκτρόνιο δεν ακτινοβολεί, και η ενέργειά του είναι σταθερή. Οι τροχιές αυτές ονομάζονται στάσιμες. Η συνήθης κλασική μηχανική μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή της κίνησης του ηλεκτρονίου σε αυτές.

Παραδοχή (Αξίωμα) 3. Οι επιτρεπόμενες τροχιές είναι αυτές για τις οποίες η τροχιακή στροφορμή του ηλεκτρονίου είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της ποσότητας \hbar :

$$L = m_e v r = n \hbar = n \frac{h}{2\pi}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

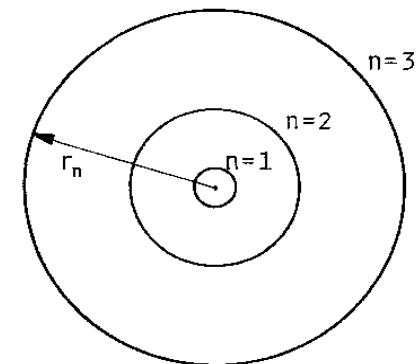
Συνδυάζοντας τις (1) και (2) παίρνουμε ότι:

$$r_n = \frac{\hbar^2}{Z K_e m_e q_e^2} n^2 = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{Z m_e q_e^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

Οι ακτίνες των επιτρεπομένων τροχιών στα μονοηλεκτρονιακά άτομα είναι ακέραια πολλαπλάσια της ακτίνας της 1^{ης} επιτρεπόμενης τροχιάς ($n=1$) του ατόμου του Υδρογόνου ($Z=1$) που είναι γνωστή ως **ακτίνα Bohr**:

$$\alpha_0 = r_1 (Z = 1) = \frac{\hbar^2}{K_e m_e q_e^2} = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{m_e q_e^2} \approx 0,53 \times 10^{-8} \text{ cm} = 0,53 \text{ \AA}$$

$$r_n = \frac{1}{Z} \alpha_0 n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$





Επίσης:

$$v_n = \frac{ZK_e q_e^2}{\hbar} \frac{1}{n} = \frac{Zq_e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} \frac{1}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

$$K(r_n) = \frac{1}{2} m_e v_n^2 = \frac{1}{2} K_e \frac{Zq_e^2}{r_n} \quad (5)$$

Σε κάθε επιτρεπόμενη τροχιά το ηλεκτρόνιο βρίσκεται στο δυναμικό του πυρήνα:

$$V(r_n) = K_e \frac{(Zq_p)}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Zq_p)}{r_n}$$

και έχει δυναμική ενέργεια:

$$U(r_n) = -|q_e| K_e \frac{(Zq_p)}{r_n} = -|q_e| \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Zq_p)}{r_n} \Rightarrow U(r_n) = -\frac{ZK_e q_e^2}{r_n} = -2K(r_n) \quad (6)$$

Σε κάθε επιτρεπόμενη τροχιά το ηλεκτρόνιο θα έχει ολική ενέργεια:

$$E_n = K(r_n) + U(r_n) = -\frac{1}{2} \frac{ZK_e q_e^2}{r_n} \Rightarrow E_n = -\frac{Z^2 K_e^2 m_e q_e^4}{2\hbar^2 n^2} = -\frac{Z^2 K_e^2 2\pi^2 m_e q_e^4}{h^2 n^2} =$$

$$= -\frac{Z^2 m_e q_e^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} = -\frac{13,6}{n^2} Z^2 \text{ eV}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

Αρνητική (αντικατοπτρίζει την έλξη από τον πυρήνα)

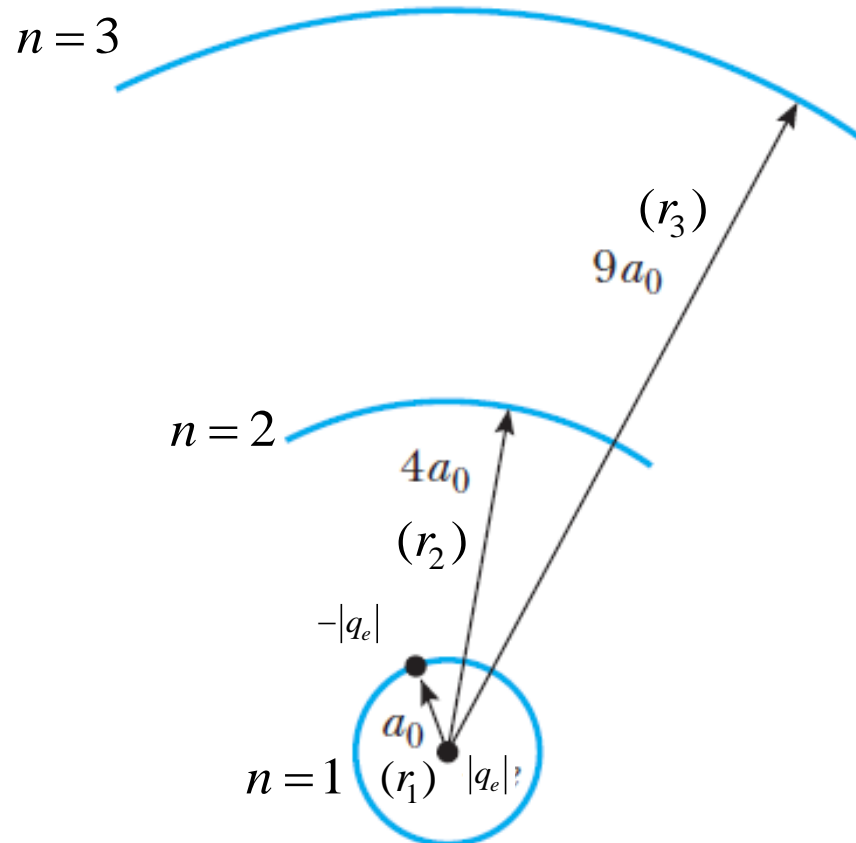
Κβάντωση της ενέργειας του ηλεκτρονίου



► Για το άτομο του Υδρογόνου ($Z=1$):

$$r_n = \alpha_0 n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ eV}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$



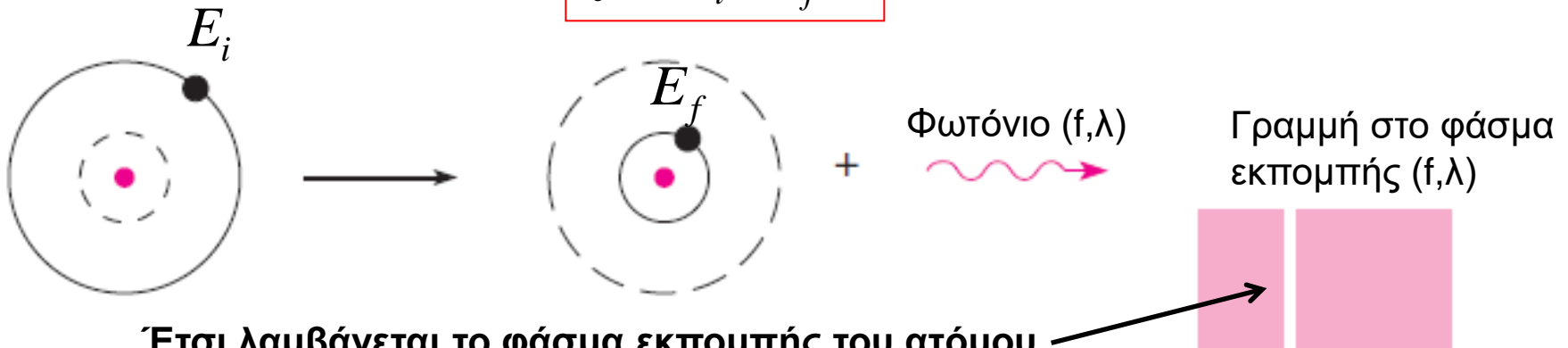


Ένα αδιατάρακτο άτομο βρίσκεται πάντα στην κατάσταση ελάχιστης ενέργειάς του (θεμελιώδης κατάσταση).

- Εάν το ηλεκτρόνιο του προσλάβει με κάποιο τρόπο ενέργεια μεταπίπτει σε μια από τις επιτρεπόμενες καταστάσεις υψηλότερης ενέργειας (διεγερμένη κατάσταση), ανάλογα με την προσλαμβανόμενη ενέργεια. Η διαδικασία ονομάζεται διέγερση του ηλεκτρονίου, ή διέγερση ολόκληρου του ατόμου.
- Το ηλεκτρόνιο παραμένει για πολύ λίγο χρόνο στη διεγερμένη αυτή κατάσταση. Το άτομο επιθυμεί να βρεθεί σε κατάσταση ελάχιστης ενέργειας. Έτσι, μετά την πάροδο της διαταραχής, το ηλεκτρόνιο μεταπίπτει σε κατάσταση χαμηλότερης ενέργειας. Η διαδικασία ονομάζεται αποδιέγερση του ηλεκτρονίου ή αποδιέγερση του ατόμου.

Παραδοχή (Αξίωμα) 4. Ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία εκπέμπεται από το άτομο **μόνο** κατά τη μετάβαση του ηλεκτρονίου του από μια στάθμη υψηλότερης [αρχικής E_i (i =initial)] σε μία στάθμη χαμηλότερης [τελικής E_f (f =final)] ενέργειας. Η ακτινοβολία εκπέμπεται με τη μορφή ενός φωτονίου συχνότητας που δίδεται από την αρχή διατήρησης της ενέργειας:

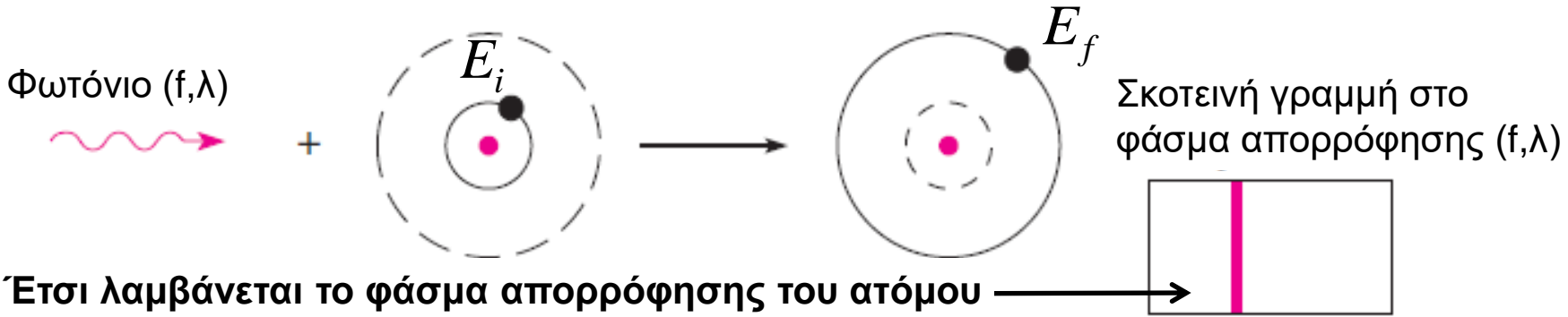
$$hf = E_i - E_f$$



Έτσι λαμβάνεται το φάσμα εκπομπής του ατόμου

• Ισοδύναμα, ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία (φωτόνιο) απορροφάται από το ηλεκτρόνιο του ατόμου συνοδευόμενη από μετάβασή του από μια επιτρεπόμενη στάθμη χαμηλότερης [αρχικής E_i (i =initial)] σε μία στάθμη υψηλότερης [τελικής E_f (f =final)] ενέργειας. Η συχνότητα της απορροφούμενης ακτινοβολίας υπολογίζεται από την αρχή διατήρησης της ενέργειας :

$$hf = E_f - E_i = |E_i - E_f|$$



**Η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία που απορροφάται επανεκπέμπεται !
Το ηλεκτρόνιο παραμένει σε διεγερμένη κατάσταση για χρόνο $\sim 10^{-8}$ s**





Για το άτομο του Υδρογόνου (Z=1):

(Φάσμα εκπομπής)

$$n = 2 \rightarrow n = 1: f = \frac{(E_2 - E_1)}{h} =$$

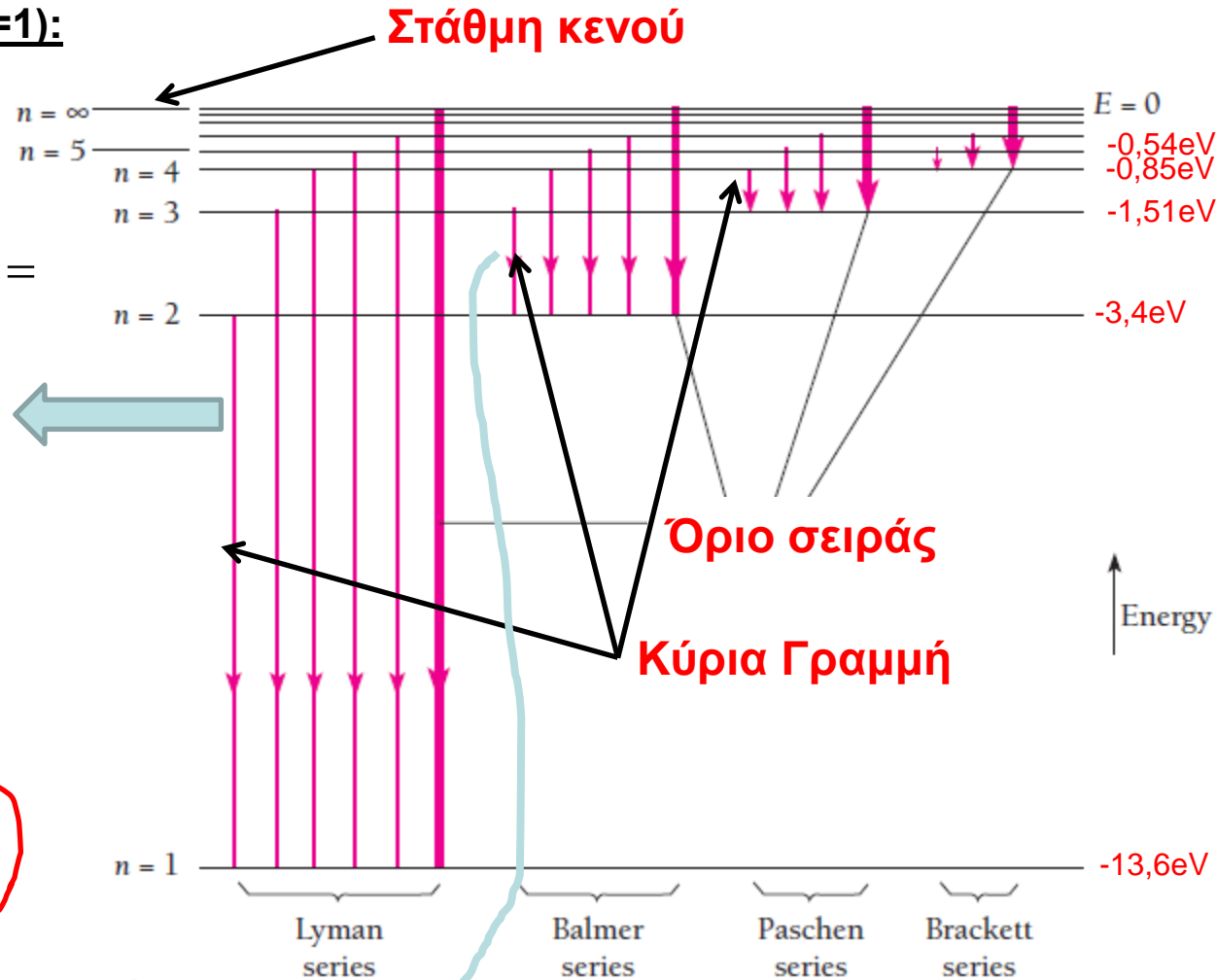
$$= \frac{m_e q_e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left[-\frac{1}{2^2} - \left(-\frac{1}{1^2}\right) \right] \Rightarrow$$

$$f = \frac{m_e q_e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)$$

$$cR_\infty = \frac{m_e q_e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \Rightarrow R_\infty = \frac{m_e q_e^4}{8c\epsilon_0^2 h^3}$$

(αγνοήθηκε η κίνηση του πυρήνα)

$$n = 3 \rightarrow n = 2: f = \frac{(E_3 - E_2)}{h} = \frac{m_e q_e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left[-\frac{1}{3^2} - \left(-\frac{1}{2^2}\right) \right] \Rightarrow f = \frac{m_e q_e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \quad 30$$



Για το άτομο του Υδρογόνου ($Z=1$): (Φάσμα απορρόφησης) Στο άτομο του υδρογόνου (αλλά και στα άλλα μονοηλεκτρονιακά ή μη άτομα) το φάσμα απορρόφησης δεν είναι το ίδιο με το φάσμα εκπομπής, υπό την έννοια ότι κάθε φασματική σειρά του φάσματος εκπομπής δεν συναντάται απαραίτητα και στο φάσμα απορρόφησης. Συγκεκριμένα στο Ύδρογόνο μόνο η σειρά Lyman εμφανίζεται (εννοείται ακριβώς στις ίδιες συχνότητες και μήκη κύματος) και στα δύο φάσματα.

Η ερμηνεία είναι η εξής:

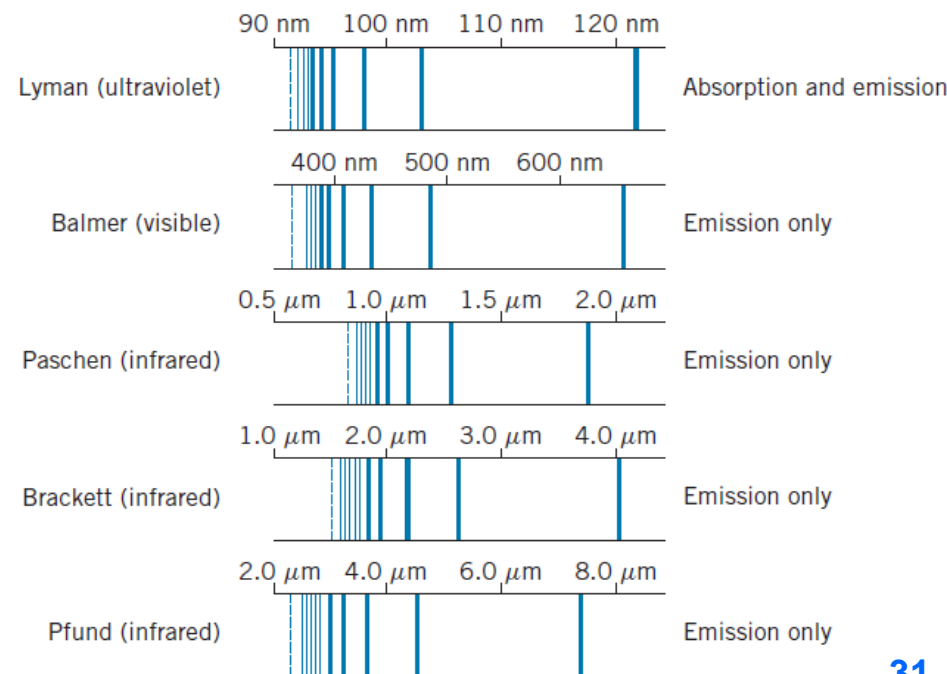
Για να εμφανιστεί π.χ. η σειρά Balmer στο φάσμα απορρόφησης ($n_i=2, n_f=3,4\dots$), θα πρέπει το ηλεκτρόνιο, ευρισκόμενο στην επιτρεπόμενη ενεργειακή στάθμη $n=2$, να απορροφήσει ικανό ποσό ενέργειας (τουλάχιστον $1,89\text{eV}$) για να μεταβεί σε μία από τις επιτρεπόμενες στάθμες $n=3,4\dots$

Θα πρέπει, δηλαδή, να είναι ήδη διεγερμένο στη στάθμη $n=2$!!!

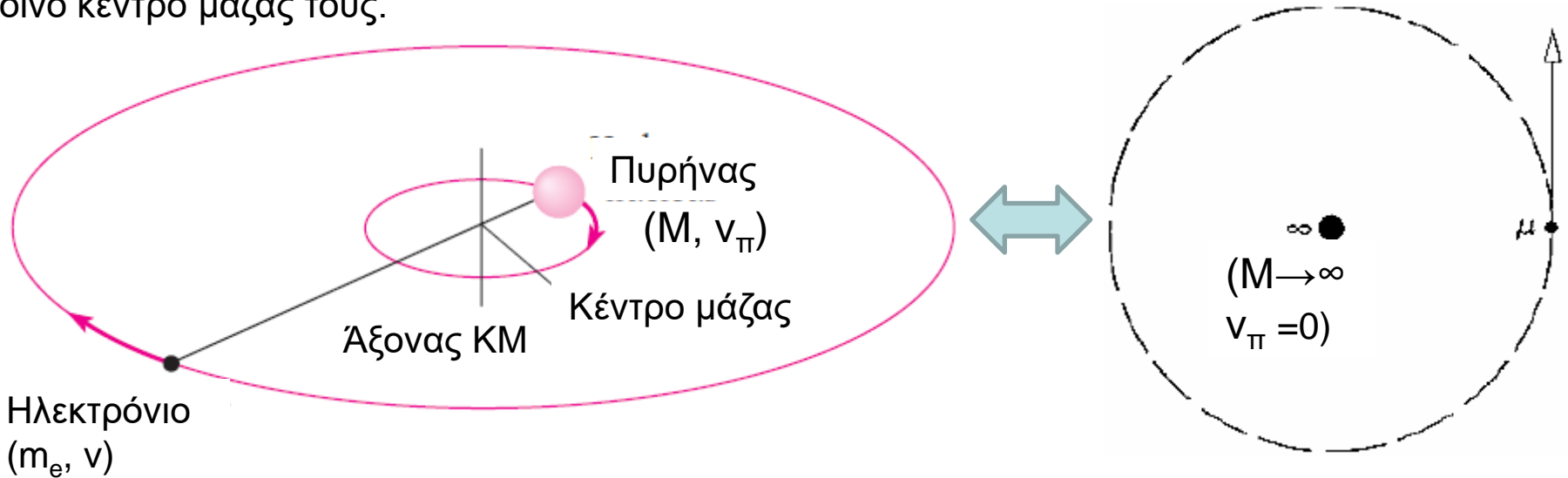
Όμως οι διεγερμένες καταστάσεις, όπως είπαμε, είναι ιδιαίτερα βραχύβιες ($\sim 10^{-8}\text{ s}$) και το ηλεκτρόνιο μεταπίπτει αστραπιαία στη θεμελιώδη του κατάσταση.

Άρα δεν μπορεί πρακτικά να παρατηρηθεί π.χ η μετάβαση $n=2 \rightarrow n=3$ στο φάσμα απορρόφησης.

Αντιθέτως, το άτομο «περνάει σχεδόν όλο τον χρόνο του» στη θεμελιώδη κατάστασή του $n=1$. Επομένως παρατηρείται η μετάβασή του, κατά την απορρόφηση ενέργειας $-10,2\text{ eV}$ ή $12,9\text{eV}$ κλπ- στις στάθμες $n=2,3$ κλπ και η σειρά Lyman εμφανίζεται στο φάσμα απορρόφησης.



► **Παρατήρηση 1:** Στην διαπραγμάτευση που προηγήθηκε ο πυρήνας θεωρήθηκε ακίνητος. Στην πραγματικότητα πυρήνας και ηλεκτρόνιο περιστρέφονται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα περί το κοινό κέντρο μάζας τους.



• Ως μια διόρθωση μπορούμε (λόγω της πολύ μεγαλύτερης μάζας του) να εξακολουθούμε να θεωρούμε τον πυρήνα ακίνητο (με πρακτικά άπειρη μάζα) και το ηλεκτρόνιο να περιστρέφεται περί αυτόν με μάζα ίση με την ανηγμένη μάζα του συστήματος.

$$\mu = \frac{m_e M}{m_e + M}$$

• Στο άτομο του υδρογόνου ($Z=1$ και $M=m_p$):

Θεωρώντας τον πυρήνα ακίνητο παίρνουμε ότι:

$$R_\infty = \frac{m_e q_e^4}{8c\epsilon_0^2 h^3} = 1,0973732 \times 10^7 m^{-1}$$

Θέτοντας $m_e \rightarrow \mu = 0,99946 m_e$

$$\frac{\mu q_e^4}{8c\epsilon_0^2 h^3} = 1,0967774 \times 10^7 m^{-1} \approx R_H$$

► **Παρατήρηση 2 (Πιθανές σχετικιστικές διορθώσεις):** Το εάν είναι απαραίτητο να διαπραγματευτούμε την κίνηση του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα σχετικιστικά, μας το δίνει η σύγκριση της ταχύτητάς του με αυτήν του φωτός. Συγκεκριμένα έχουμε ότι:

$$v_n = \frac{ZK_e q_e^2}{\hbar} \frac{1}{n} = \frac{ZK_e q_e^2}{\hbar} \frac{1}{n} \frac{c}{c} = Z \frac{K_e q_e^2}{\hbar c} \frac{1}{n} c = \frac{Z\alpha}{n} c$$

Η αδιάστατη ποσότητα:

$$\alpha = \frac{K_e q_e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$$

ονομάζεται «σταθερά λεπτής υφής»

Έτσι θα έχουμε:

$$v_n = \frac{Z}{n} \frac{c}{137}$$

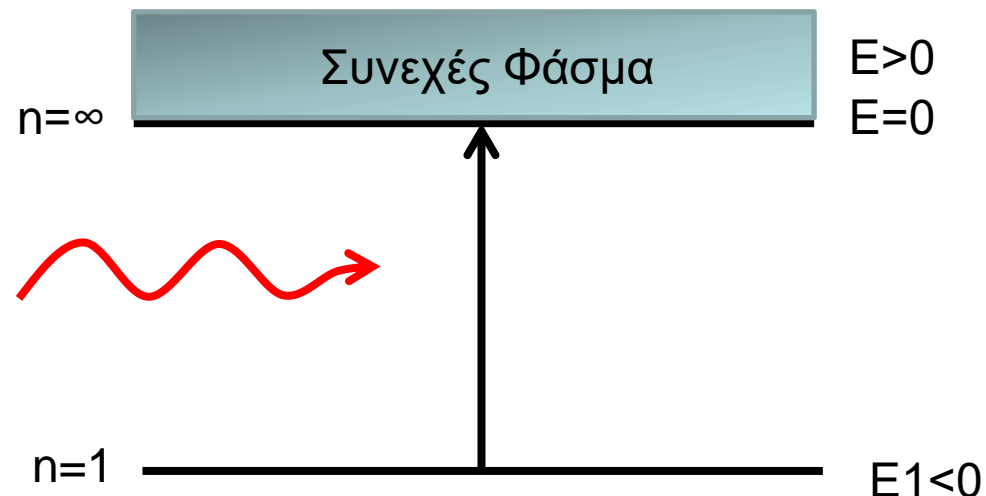
Παρατηρούμε ότι οι ταχύτητες του ηλεκτρονίου για το άτομο του Υδρογόνου και για ελαφριά ιόντα (με μικρό Z) είναι πολύ μικρότερες από την ταχύτητα του φωτός και απομένως ορθά δεν ακολουθήθηκε σχετικιστική διαπραγμάτευση. Μόνο για πολύ βαριά ιόντα ($Z > 80$) απαιτούνται σχετικιστικές διορθώσεις που οδηγούν σε μικρή, αλλά ανιχνεύσιμη, διαφορά στις ενεργειακές τους στάθμες.

► **Παρατήρηση 3 (Ιονισμός του ατόμου και Ενέργεια Ιονισμού):** Εάν από ένα μονοηλεκτρονιακό άτομο αποσπαστεί το μοναδικό του ηλεκτρόνιο, αυτό μετατρέπεται σε ένα θετικό ιόν με θετικό φορτίο ίσο με το φορτίο του πυρήνα του. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται ιονισμός του ατόμου.

Το ηλεκτρόνιο μπορεί να αποσπαστεί από το άτομο προσλαμβάνοντας ενέργεια π.χ. από την απορρόφηση ενός φωτονίου.

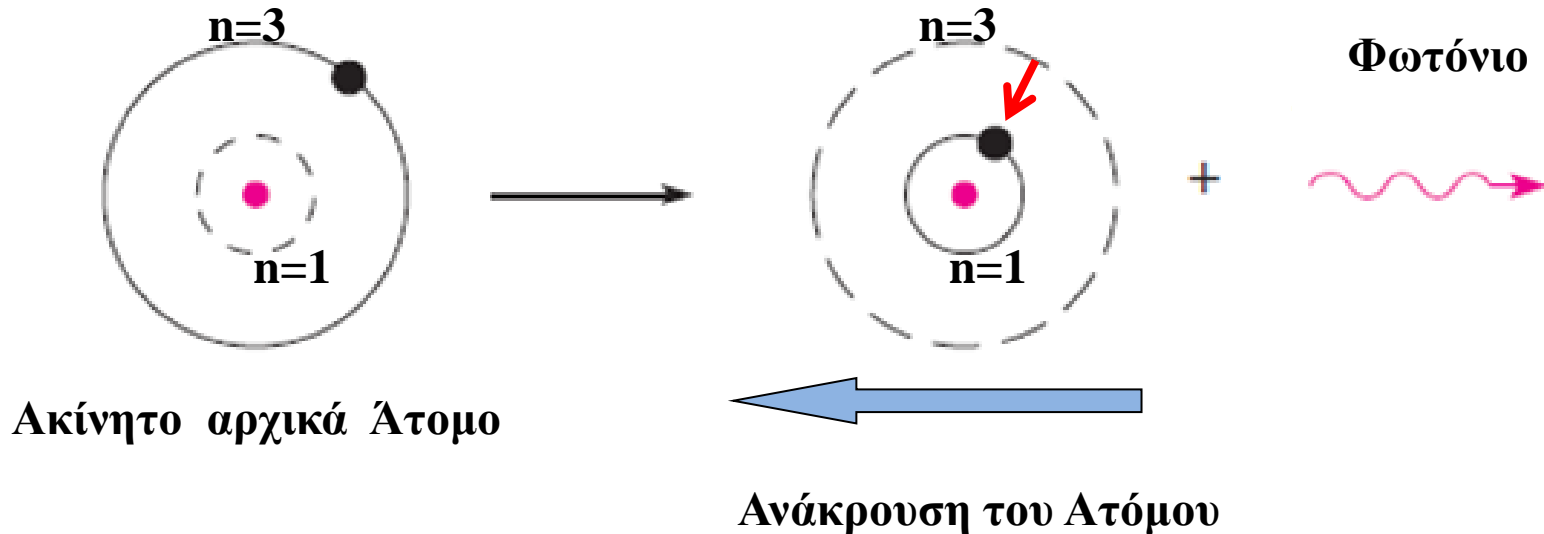
Για ένα μονοηλεκτρονιακό άτομο που βρίσκεται (ως συνήθως) στη θεμελιώδη κατάστασή του ορίζουμε ως Ενέργεια Ιονισμού την ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται για να αποσπαστεί το ηλεκτρόνιό του από αυτό και να βρεθεί ακίνητο στο περιβάλλον (με ενέργεια $E=0$).

$$E_{ion} = E_{\infty} - E_1 > 0$$





Παράδειγμα 18: (Λύθηκε και στο Μάθημα) Ένα άτομο υδρογόνου βρίσκεται αρχικά σε ηρεμία στην κατάσταση $n=3$ από όπου μεταβαίνει στη θεμελιώδη κατάσταση $n=1$ με την εκπομπή ενός φωτονίου. (α) Υπολογίστε το μήκος κύματος του εκπεμπόμενου φωτονίου με βάση τη θεωρία του Bohr. (β) Συγκρίνατε το αποτέλεσμα με αυτό που προβλέπει η συνδυαστική αρχή των Rydberg-Ritz για τη συγκεκριμένη περίπτωση μέχρι τρίτο δεκαδικό ψηφίο. Θα βρείτε μια μικρή διαφορά. Αυτό συμβαίνει γιατί η αρχή διατήρησης της ορμής επιβάλλει ανάκρουση του ατόμου κατά την εκπομπή του φωτονίου. Μέρος, επομένως, της ενέργειας του εκπεμπόμενου φωτονίου «δαπανάται» ως ενέργεια ανάκρουσης του ατόμου. (γ) Να εκτιμηθεί η ορμή και η κινητική ενέργεια του ανακρουόμενου ατόμου του υδρογόνου στη συγκεκριμένη περίπτωση. Θεωρείστε μη σχετικιστική ανάκρουση του ατόμου.



Λύση:

(α) Το μήκος κύματος του εκπεμπόμενου φωτονίου με βάση τη θεωρία του Bohr είναι:

$$f = \frac{(E_3 - E_1)}{h} \Rightarrow \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{h} \left[\left(-\frac{13,6}{9} eV \right) - (-13,6 eV) \right] \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{hc} 12,088 eV =$$

$$\approx \frac{12,088 eV}{12,400 \times 10^{-7} eVm} \Rightarrow \lambda = 1,02581 \times 10^{-7} m = 102,581 nm$$

$$hc = \left(6,62 \times 10^{-34} Js \right) \times \left(3 \times 10^8 \frac{m}{s} \right) = 19,86 \times 10^{-26} Jm$$

$$hc = \frac{19,86 \times 10^{-26} Jm}{1,6 \times 10^{-19} J / eV} \approx 12,400 \times 10^{-7} eVm$$

(β) Το μήκος κύματος του εκπεμπόμενου φωτονίου με βάση τη συνδυαστική αρχή των Rydberg - Ritz είναι:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{9}{8R_H} = \frac{9}{8 \times 1,096 \times 10^7 m^{-1}} = 102,645 nm$$

$$\begin{aligned}
 (\gamma) \quad P_{ολ,πριν} &= P_{ολ,μετά} \Rightarrow 0 = P_{ph} - P_{atom} \Rightarrow 0 = \frac{h}{\lambda} - P_{atom} \Rightarrow \\
 P_{atom} &= \frac{h}{\lambda} = \frac{6,62 \times 10^{-34} \text{ Js}}{102,645 \text{ nm}} = 6,45 \times 10^{-27} \text{ Kgr} \frac{m}{s} \\
 K_{atom} &= \frac{P_{atom}^2}{2M_{atom}} = \frac{\left(6,45 \times 10^{-27} \text{ Kgr} \frac{m}{s}\right)^2}{2 \times \underbrace{1,67 \times 10^{-27} \text{ Kgr}}_{m_p}} \approx 1,25 \times 10^{-26} \text{ J} = 7,83 \times 10^{-8} \text{ eV}
 \end{aligned}$$

Το μικρό αυτό ποσό ενέργειας του ανακρουόμενου ατόμου προέρχεται από μέρος της ενέργειας του φωτονίου

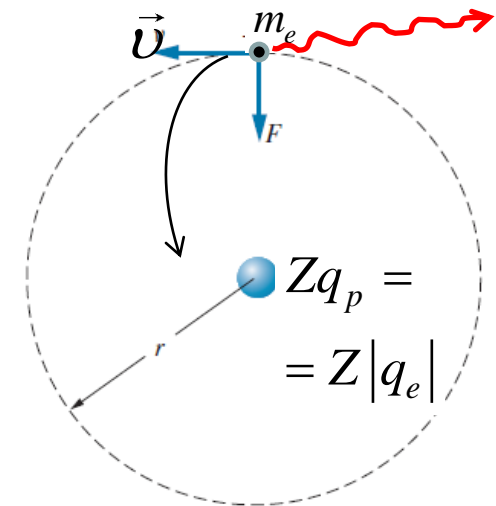
$$h \frac{c}{\lambda}$$

Η θεωρία του Bohr αγνοεί κατά τη μετάβαση του ηλεκτρονίου την ανάκρουση του ατόμου. Κατά συνέπεια υπολογίζει ελαφρά μεγαλύτερη ενέργεια του εκπεμπόμενου φωτονίου, και επομένως ελαφρά μειωμένο μήκος κύματος του εκπεμπόμενου φωτονίου.

Παράδειγμα 19: (Λύθηκε στο Μάθημα) Σύμφωνα με την κλασική Ηλεκτροδυναμική ένα επιταχυνόμενο ηλεκτρόνιο εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, η ισχύς της οποίας δίδεται από τον λεγόμενο τύπο του Larmor:

$$P = \frac{q_e^2 a^2}{6\pi\epsilon_0 c^3}, \quad a = \text{επιτάχυνση του ηλεκτρονίου}$$

Εάν το ηλεκτρόνιο του ατόμου του υδρογόνου στη θεμελιώδη του κατάσταση ($r_1 = a_0$) υπακούει σε αυτόν τον κλασικό νόμο, να εκτιμηθεί ο χρόνος που θα χρειαζόταν να πέσει επάνω στον πυρήνα.



IV. ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ – ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ (E-r)

- Οριζόντιος άξονας: Απόσταση από τον πυρήνα (που θεωρείται στη θέση 0)
- Κάθετος άξονας: Ολική ενέργεια του ηλεκτρονίου (<0 όταν είναι δέσμιος)
- Ταυτόχρονα παριστούμε γραφικά τη δυναμική ενέργεια του ηλεκτρονίου ως ένα «πηγάδι» που το κρατάει δέσμιος.

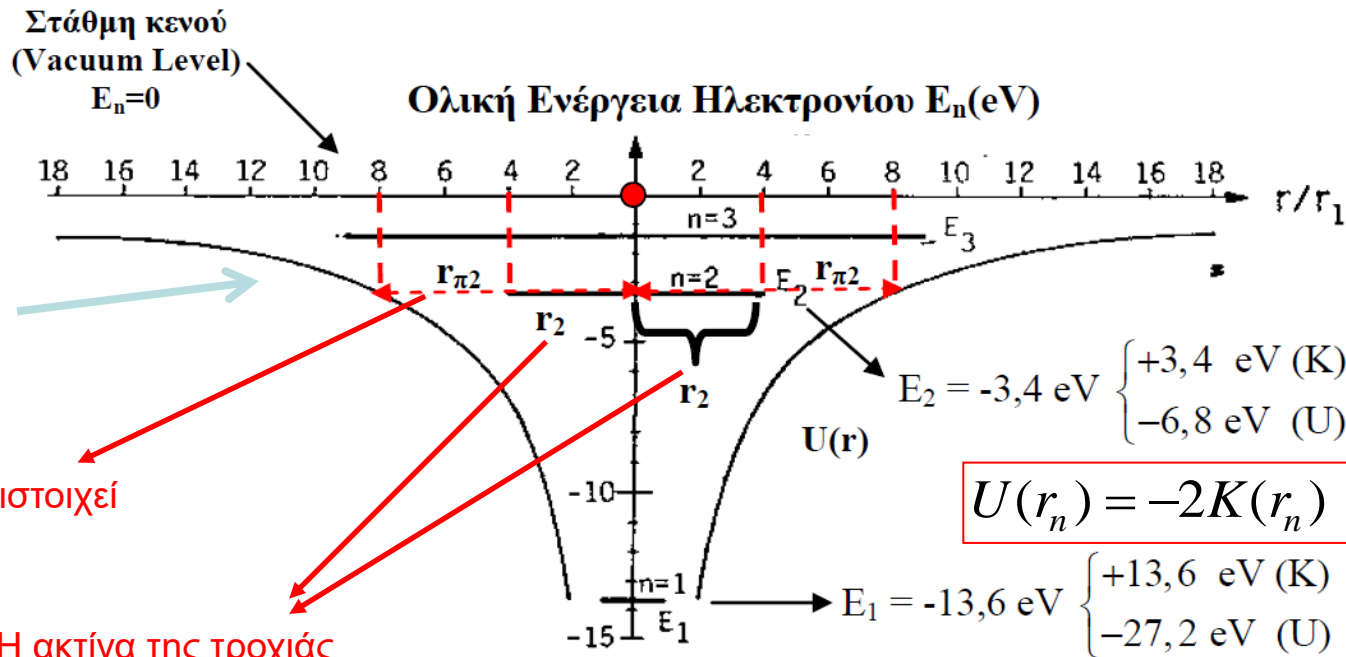
► Για το άτομο του Υδρογόνου (Z=1):

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ eV}, n = 1, 2, 3, \dots$$

$$r_n = \alpha_0 n^2, n = 1, 2, 3, \dots$$

Η στάθμη κενού είναι η στάθμη μηδενικής δυναμικής και μηδενικής ολικής ενέργειας. Εάν βρεθεί εδώ το ηλεκτρόνιο, θα έχει ξεφύγει από το άτομο και θα βρίσκεται ακίνητο (K=0) στο περιβάλλον.

$$U(r) = -\frac{K_e q_e^2}{r}$$



Η ακτίνα του πηγαδιού δυναμικής ενέργειας που αντιστοιχεί σε E_n

Η ακτίνα της τροχιάς (πάντα η μισή της r_{π})

$$U(r_n) = -2K(r_n)$$

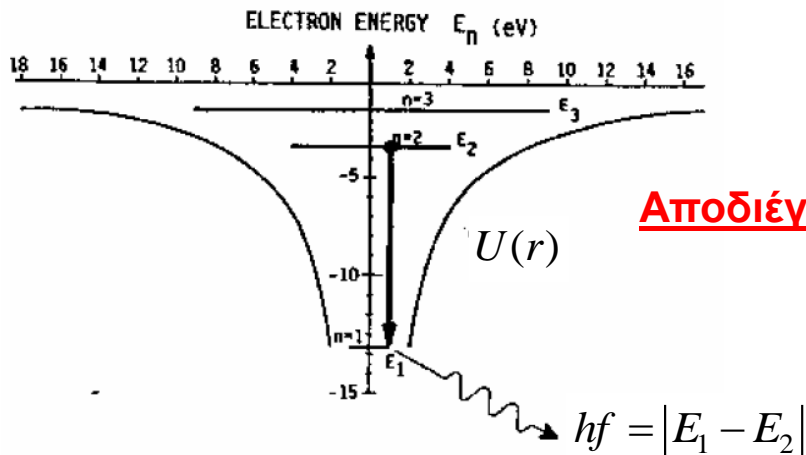
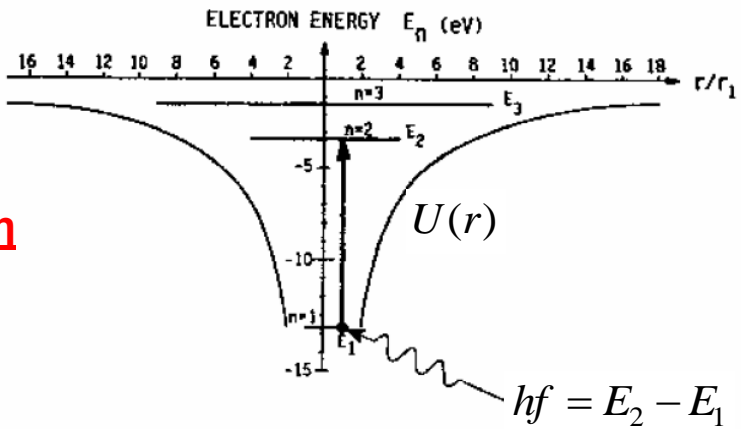
$$E_2 = -3,4 \text{ eV} \begin{cases} +3,4 \text{ eV (K)} \\ -6,8 \text{ eV (U)} \end{cases}$$

$$E_1 = -13,6 \text{ eV} \begin{cases} +13,6 \text{ eV (K)} \\ -27,2 \text{ eV (U)} \end{cases}$$



Διέγερση

Αποδιέγερση



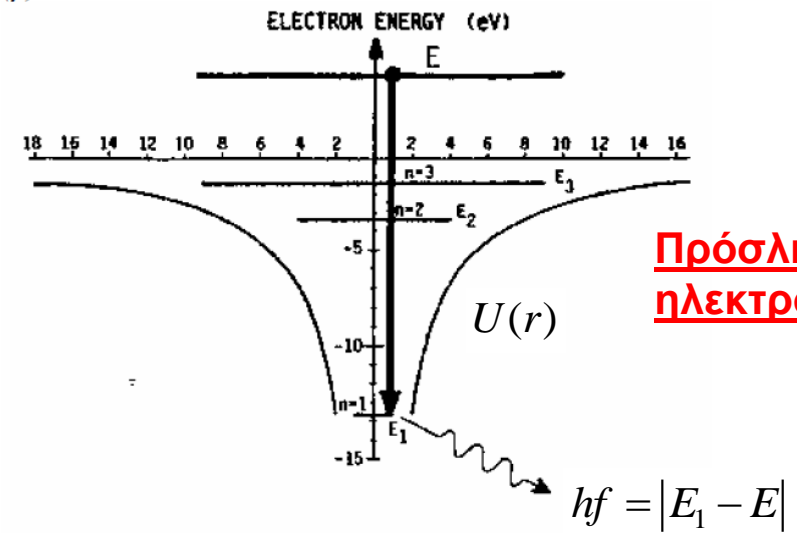
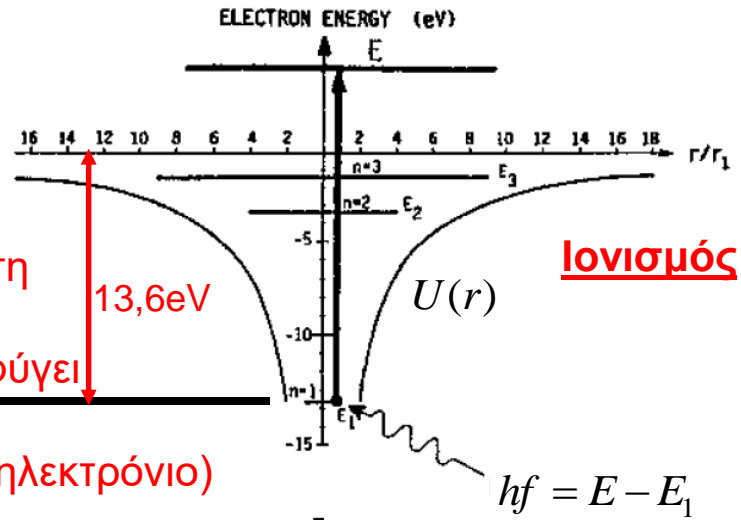
(α)

(β)

Έργο Ιονισμού (η ελάχιστη ενέργεια για να ξεφύγει από το άτομο το ηλεκτρόνιο)

Ιονισμός

Πρόσληψη ηλεκτρονίου

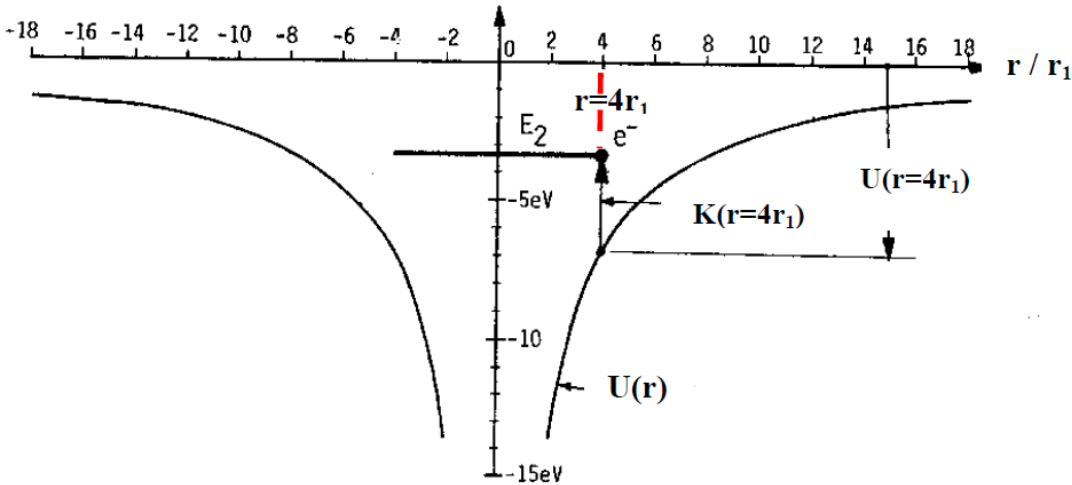


(γ)

(δ)

Μονοδιάστατα διαγράμματα ενεργειακών σταθμών του ατόμου του υδρογόνου ($Z = 1$) με βάση το πρότυπο του Bohr για την μετάβαση του ηλεκτρονίου του από μια στάσιμη τροχιά σε άλλη με παράλληλη πρόσληψη ή εκπομπή φωτονίου. (α) Διέγερση του ατόμου. (β) Αποδιέγερση του ατόμου. (γ) Ιονισμός του ατόμου. (δ) Πρόσληψη ηλεκτρονίου από ιονισμένο άτομο υδρογόνου και ουδετεροποίησή του.

Ενέργειες Ηλεκτρονίου E_n, U_n, K_n (eV)

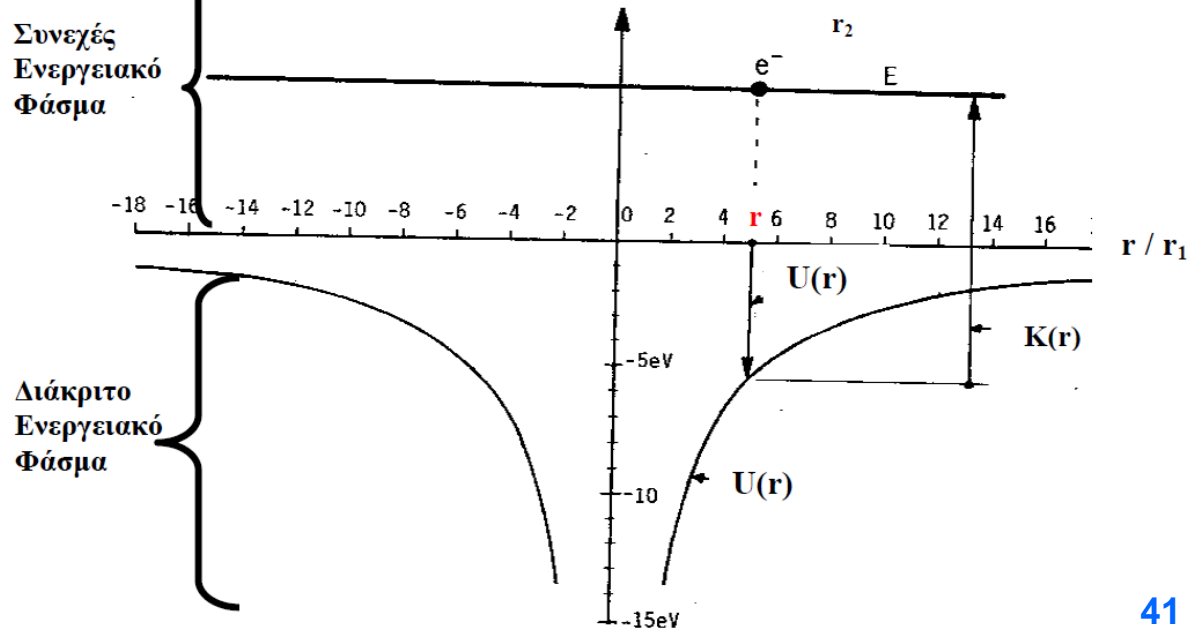


Το άτομο του υδρογόνου, εάν είναι αδιατάρακτο, βρίσκεται στην κατάσταση ελάχιστης ενέργειάς του $E_1 = -13,6\text{eV}$ (θεμελιώδης).

Εάν πάρει ενέργεια από εξωτερικό αίτιο θα μεταβεί σε μία από τις επιτρεπόμενες ενεργειακές στάθμες υψηλότερης ενέργειας.

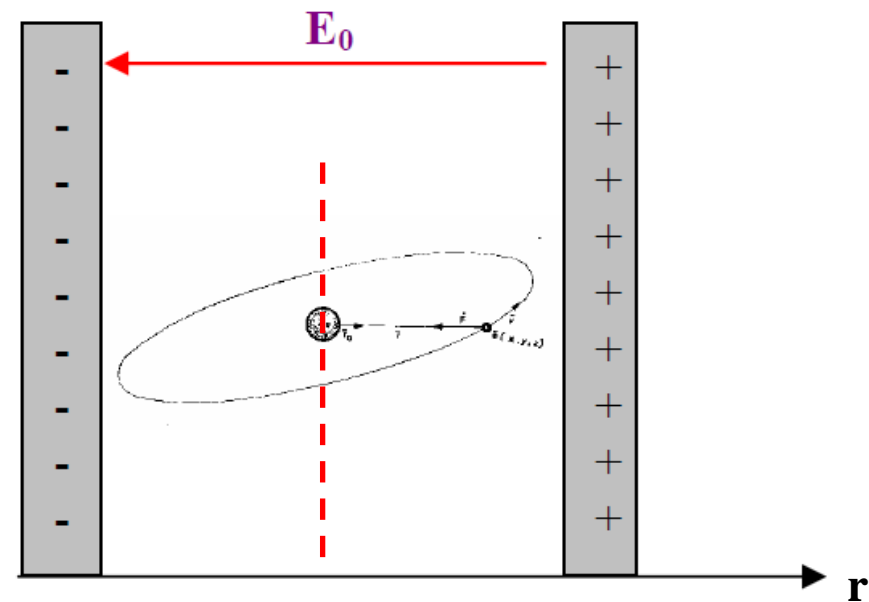
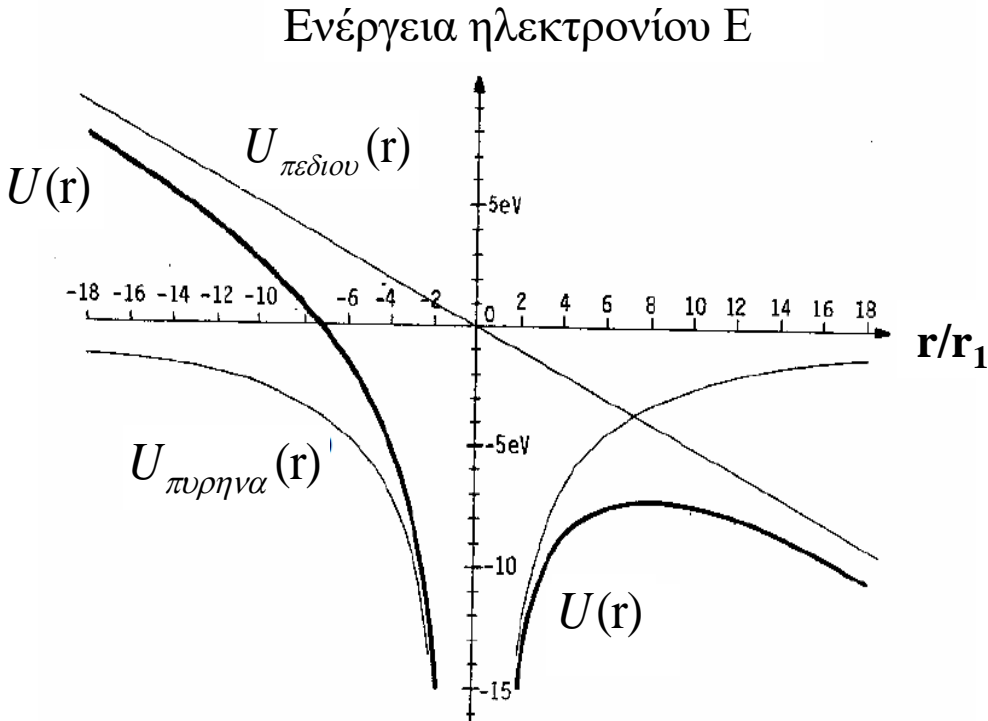
Εδώ εικονίζεται ο προσδιορισμός της κινητικής και δυναμικής ενέργειας του ηλεκτρονίου στην στάθμη με $n=2$

Ενέργειες Ηλεκτρονίου E, U, K (eV)

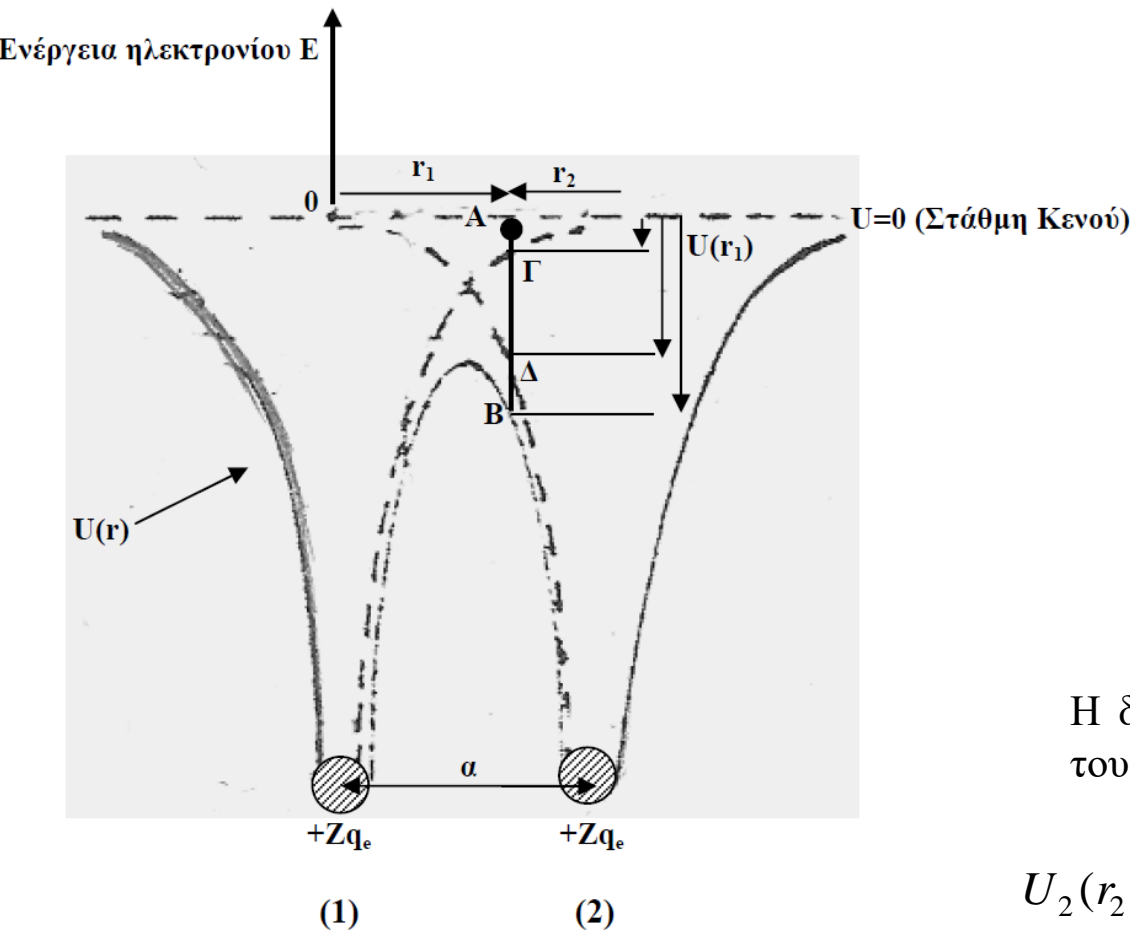


Ιονισμός του ατόμου του Υδρογόνου. Το ηλεκτρόνιο έχει προσλάβει τόση ενέργεια από εξωτερικό αίτιο που εγκαταλείπει το άτομο και βρίσκεται ελεύθερο στο περιβάλλον με μη μηδενική ταχύτητα (επάνω από τη στάθμη κενού). Εκεί το ενεργειακό του φάσμα είναι συνεχές..... Εδώ το ελεύθερο ηλεκτρόνιο βρίσκεται σε απόσταση r από τον πυρήνα.

Παράδειγμα 20: (Λύθηκε στο Μάθημα) Θεωρείστε ένα μονοηλεκτρονικό άτομο μέσα σε εξωτερικό ομογενές ηλεκτρικό πεδίο (π.χ ενός πυκνωτή) εντάσεως E_0 , όπως στο Σχήμα. Τι επίπτωση θα έχει η παρουσία του εξωτερικού ηλεκτρικού πεδίου στην μορφή του πηγαδιού δυναμικής ενέργειας μέσα στο οποίο βρίσκεται περιορισμένο το ηλεκτρόνιο;



Παράδειγμα 21: (Λύθηκε και στο Μάθημα) Θεωρείστε ένα μονοηλεκτρονικό άτομο που περιγράφεται κατά Bohr. Το άτομο φέρεται δίπλα σε ένα όμοιό του έτσι ώστε οι δύο πυρήνες να βρίσκονται στην ίδια ευθεία. Πώς διαμορφώνεται ο φραγμός δυναμικής ενέργειας του ηλεκτρονίου του πρώτου ατόμου; Θεωρείστε πρακτικά από το ηλεκτρόνιο του δεύτερου ατόμου, έτσι ώστε το ηλεκτρόνιο του πρώτου να βρίσκεται στο πεδίο δύο όμοιων πυρήνων.



Λύση: Θεωρούμε το ηλεκτρόνιο να ανήκει στο άτομο (1) του Σχήματος, ενώ το άτομο (2) φαίνεται δίπλα του ώστε οι δύο πυρήνες να απέχουν πολύ μικρή απόσταση α μεταξύ τους με αποτέλεσμα να αλληλεπιδρούν. Η αρχή των αξόνων τίθεται στη θέση του πυρήνα του ατόμου (1) και έστω ότι το ηλεκτρόνιο απέχει απόσταση r₁ από τον πυρήνα του ατόμου (1). Η δυναμική του ενέργεια θα είναι τότε :

$$U_1(r_1) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Zq_e^2}{r_1} = -(A\Gamma)$$

Η δυναμική του ενέργεια λόγω της παρουσίας του δεύτερου πυρήνα θα είναι :

$$U_2(r_2) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Zq_e^2}{r_2} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Zq_e^2}{|a - r_1|} = -(A\Delta)$$

Η ολική δυναμική του ενέργεια θα είναι:

$$U(r_1) = U_1(r_1) + U_2(r_1) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Zq_e^2}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Zq_e^2}{|a - r_1|} = -(A\Gamma) - (A\Delta) = -(AB)$$

Παρατηρούμε ότι στη μεταξύ των πυρήνων των ατόμων περιοχή οι φραγμοί δυναμικής ενέργειας υποβιβάζονται σε σύγκριση με την περίπτωση ενός απομονωμένου ατόμου, ενώ αριστερά του πυρήνα (1) και δεξιά του (2) παραμένουν αναλλοίωτοι. Με εστιγμένες γραμμές στην μεταξύ των πυρήνων περιοχή εικονίζονται τα τμήματα των αρχικών φραγμών, ενώ με συνεχείς γραμμές τα τμήματα των τελικών φραγμών δυναμικής ενέργειας.

V. ΣΧΟΛΙΑ ΣΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΒΟΗΡ

A) Η θεωρία του Bohr στηρίζεται στην ανάπτυξη μιας ημικλασικής (ή ημικβαντικής) αντιμετώπισης της κίνησης ενός ηλεκτρονίου σε ένα μονοηλεκτρονιακό άτομο ατομικού αριθμού Z . Συγκεκριμένα:

- Δέχεται την ύπαρξη καλώς καθορισμένης (συγκεκριμένα κυκλικής) τροχιάς του ηλεκτρονίου που οφείλεται στην δράση της δύναμewς Coulomb ως κεντρομόλου (κλασική αντιμετώπιση).
- Εισάγει (εντελώς αξιωματικά) για πρώτη φορά την ιδέα των επιτρεπόμενων (στάσιμων) τροχιών συγκεκριμένης ακτίνας στις οποίες όταν κινείται το ηλεκτρόνιο δεν ακτινοβολεί και δεν χάνει ενέργεια. Αυτές είναι και οι μόνες επιτρεπόμενες για το ηλεκτρόνιο. Οι ακτίνες των τροχιών εξάγονται με την ισχυρή (αξιωματική) παραδοχή της κβαντωμένης στροφορμής του ηλεκτρονίου όταν κινείται σε αυτές (καθαρά κβαντική αντιμετώπιση).
- Η κίνηση του ηλεκτρονίου στις επιτρεπόμενες τροχιές περιγράφεται πλήρως από την συνήθη κλασική μηχανική ως κίνηση απλού υλικού σημείου (κλασική αντιμετώπιση).
- Ο συνδυασμός των παραπάνω οδηγεί εντελώς φυσιολογικά σε αποδοχή επιτρεπόμενων ενεργειών για το ηλεκτρόνιο, οι οποίες είναι ακέραια πολλαπλάσια μιας ελάχιστης τιμής που αντιστοιχεί στην κατάσταση ελάχιστης ενέργειας (θεμελιώδης κατάσταση) του ατόμου (καθαρά κβαντικό αποτέλεσμα). Σε αυτήν βρίσκεται το άτομο τον περισσότερο χρόνο της ζωής του.

$$E_n = -\frac{Z^2 m_e q_e^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2}$$

B) Το σκεπτικό του Bohr ακολούθησε ουσιαστικά ανάστροφη πορεία από αυτήν που για διδακτικούς λόγους παρουσιάστηκε. Τίποτα δεν έγινε εντελώς «εξ επιφοιτήσεως»....

- Στηρίχθηκε στην συνδυαστική αρχή των Balmer-Rydberg-Ritz για τα φάσματα εκπομπής του Υδρογόνου που σχεδόν «μιλούσε από μόνη της»...

$$f = (\text{σταθερά}) \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \begin{cases} m = 1, 2, 3, 4, \dots \\ n = m + 1, m + 2, m + 3, \dots \end{cases}$$

- Σε αυτή ενσωμάτωσε (ενστερνιζόμενος την πλήρως) την υπόθεση των φωτονίων του Einstein πολλαπλασιάζοντας την παραπάνω σχέση με h . Έτσι πήρε ότι:

$$hf = (\text{σταθερά})' \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \begin{cases} m = 1, 2, 3, 4, \dots \\ n = m + 1, m + 2, m + 3, \dots \end{cases}$$

Ενέργεια φωτονίου
μιας φασματικής γραμμής

Διαφορά ενεργειών. Προφανώς μεταξύ δύο καταστάσεων του ηλεκτρονίου.

Προφανής η κβάντωση της ενέργειας και το ότι η σταθερά του Planck «μπαίνει στο παιχνίδι».

- Ο δρόμος προς τις επιτρεπόμενες τροχιές:

Ο συνδυασμός $r = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{m_e q_e^2}$ έχει διαστάσεις μήκους...



□ Η θεωρία του Bohr εφαρμόζεται ως έχει μόνο:

- 1) Στο ουδέτερο άτομο του υδρογόνου.
- 2) Στα ιονισμένα άτομα He^+ ($Z=2$), Li^{++} ($Z=3$), Be^{+++} ($Z=4$) κλπ

όπου:

- α) Ερμηνεύει απόλυτα ικανοποιητικά τα γραμμικά φάσματα εκπομπής
- β) Εκτιμά με μεγάλη ακρίβεια τα έργα ιονισμού που αποτελούν χαρακτηριστικές ποσότητες κάθε ατόμου.
- γ) Εκτιμά με μεγάλη ακρίβεια την «έκταση» των ατόμων αυτών στη θεμελιώδη κατάστασή τους (μέσω της ακτίνας r_1) σε διαστάσεις του \AA (10^{-10} m). Αυτό οφείλεται καθαρά στην «εμπλοκή» της σταθεράς του Planck στην έκφραση της θεμελιώδους ακτίνας.

Πράγματι, σε μία καθαρά κλασική αντιμετώπιση (όπου θα έλειπε η σταθερά του Planck) ο μόνος συνδυασμός θεμελιωδών σταθερών με διαστάσεις απόστασης είναι ο:

$$r_1 = (\text{σταθερά}) \frac{q_e^2}{m_e c^2}$$

που δίνει αποτέλεσμα $r_1 \approx 10^{-13} \text{ cm} = 10^{-15} \text{ m}!!!!!!!$

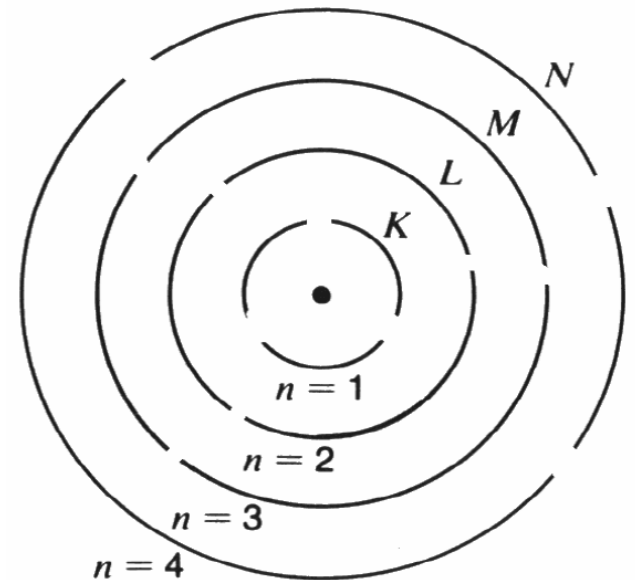
[βλ. εξαιρετική ανάλυση του Σ. Τραχανά στο «Κβαντομηχανική Ι», σελ.68-69, ΠΕΚ (2005)]

Η σταθερά του Planck παίζει καθοριστικό ρόλο γενικά στον μικρόκοσμο !!!!

Δ) Η θεωρία του Bohr αποτυγχάνει εφαρμοζόμενη σε ουδέτερα (μη ιονισμένα) πολυηλεκτρονιακά άτομα με $Z > 1$. Ο ίδιος ο Bohr απέφυγε να παρουσιάσει αποτελέσματα για τα He, Li, Be. Παρουσίασε αποτελέσματα μόνο για τα ιόντα τους με ένα εναπομείναν ηλεκτρόνιο...

- Παρά ταύτα, στις πρωτότυπες εργασίες του (τα αποτελέσματα των οποίων δεν μπορούν να παρουσιαστούν πλήρως στα πλαίσια ενός εισαγωγικού μαθήματος) φαίνεται να είχε συλλάβει πλήρως το ότι τα ηλεκτρόνια των πολυηλεκτρονιακών ατόμων διευθετούνται με κάποιον τρόπο σε τροχιές συγκεκριμένης ενέργειας (δεν βρίσκονται όλα στην ίδια τροχιά) στη θεμελιώδη κατάσταση του ατόμου. Συνέλαβε, δηλαδή, μια εικόνα κοντά στην σημερινά αποδεκτή, κατά την οποία στη θεμελιώδη τους κατάσταση, τα άτομα προκύπτουν από διευθέτηση των ηλεκτρονίων τους σε συγκεκριμένες τροχιές καθορισμένης ενέργειας, καθεμία από τις οποίες μπορεί να δεχθεί συγκεκριμένο αριθμό ηλεκτρονίων.

- Σε μία τέτοια διαμόρφωση είναι προφανές το ότι τα πιο απομακρυσμένα από τον πυρήνα ηλεκτρόνια δεν θα υφίστανται την έλξη του πλήρους πυρηνικού φορτίου $Z|q_e|$, αφού πλέον αυτός θα «θωρακίζεται» από τα περιστρεφόμενα ηλεκτρόνια των «εσωτερικών τροχιών» του ατόμου. Κατά συνέπεια η αντικατάσταση που θα μπορούσε να γίνει είναι ότι τα ηλεκτρόνια κάθε τροχιάς «βλέπουν» έναν φαινόμενο ατομικό αριθμό Z_{eff} που είναι συνάρτηση του n , και πρέπει να προσδιοριστεί κατάλληλα.



Ε) Το βασικό, όμως, επίτευγμα της θεωρίας του Bohr που διατηρήθηκε ακέραιο στη συνέχεια υπήρξε η συσχέτιση της σταθερότητας του ατομίου (και επομένως της ύλης) με την κβάντωση της ενέργειας των ηλεκτρονίων σε αυτό κατά το σχήμα:

Κβάντωση ενέργειας \longleftrightarrow Σταθερότητα

Πράγματι, εάν δεν υπήρχε η παραδοχή της κβάντωσης και των στάσιμων τροχιών, το άτομο θα «κατέρρεε»:

α) Γιατί το ηλεκτρόνιο θα ακτινοβολούσε χάνοντας ενέργεια...

β) Το άτομο θα ήταν «έρμαιο» ακόμα και μίας συνήθους θερμικής διαταραχής σε θερμοκρασία δωματίου (300K) όπου το στοιχειώδες ποσό θερμικής ενέργειας είναι $k_B T = 0,026\text{eV}$. Εάν το ηλεκτρόνιο είχε συνεχές ενεργειακό φάσμα, το άτομο θα άλλαζε μορφολογία διαρκώς συναρτήσει της θερμοκρασίας. Πολλώ μάλλον κατά τη διάρκεια κρούσεων μεταξύ ατόμων που παράγουν θερμότητα, και οι οποίες ως γνωστόν, αφήνουν το άτομο αναλλοίωτο σε χαμηλές θερμοκρασίες. Το άτομο του υδρογόνου απαιτεί ενέργεια τουλάχιστον 10,2eV για να μεταβεί από τη θεμελιώδη στην πρώτη διεγερμένη του κατάσταση.....

[βλ. εξαιρετική ανάλυση του Σ. Τραχανά στο «Κβαντομηχανική Ι», σελ.26, ΠΕΚ (2005)]

[βλ. εξαιρετική ανάλυση του Σ. Τραχανά στο «Κβαντομηχανική Ι», σελ.82-84, ΠΕΚ (2005)]

ΣΤ) Η μεγάλη εκκρεμότητα που αφήνει, όμως, η θεωρία του Bohr είναι η έννοια του «κβαντικού άλματος» του ηλεκτρονίου από μία τροχιά σε άλλη κατά το οποίο και μόνο ακτινοβολεί..

α) Ενώ δεχόμαστε Κλασική Δυναμική, η ύπαρξη στάσιμων τροχιών αξιωματικά απορρίπτει την Κλασική Ηλεκτροδυναμική. Το ηλεκτρόνιο κινείται κλασικά αλλά δεν ακτινοβολεί κλασικά !!!!

β) Κατά τη μετάβαση από μία στάσιμη τροχιά σε άλλη χαμηλότερης ενέργειας το ηλεκτρόνιο ακτινοβολεί ένα φωτόνιο. Τι είδους κίνηση κάνει στο μεσοδιάστημα; Προφανώς μη περιοδική... Αλλά τότε το εκπεμπόμενο φάσμα θα ήταν συνεχές και όχι γραμμικό !!!

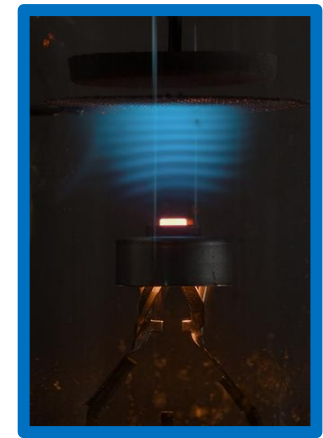
VI. ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ FRANCK-HERTZ (1914)

► Επιβεβαίωσε την κβάντωση της ενέργειας και των πολυηλεκτρονιακών ατόμων.

James Franck
(1882 – 1964)



Gustav Ludwig Hertz
(1887 – 1957)



Νήμα εκπομπής ηλεκτρονίων

Πλέγμα 1

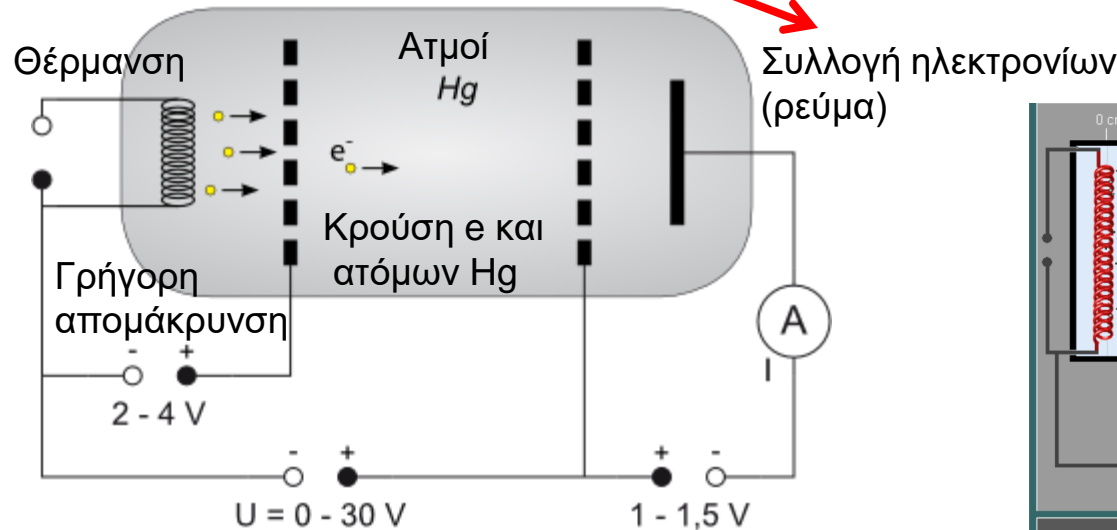
Πλέγμα 2

K

G₁

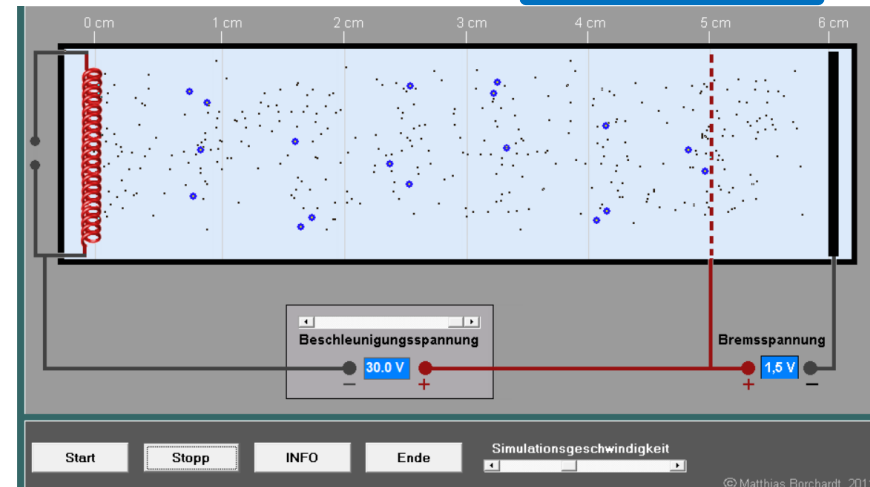
G₂

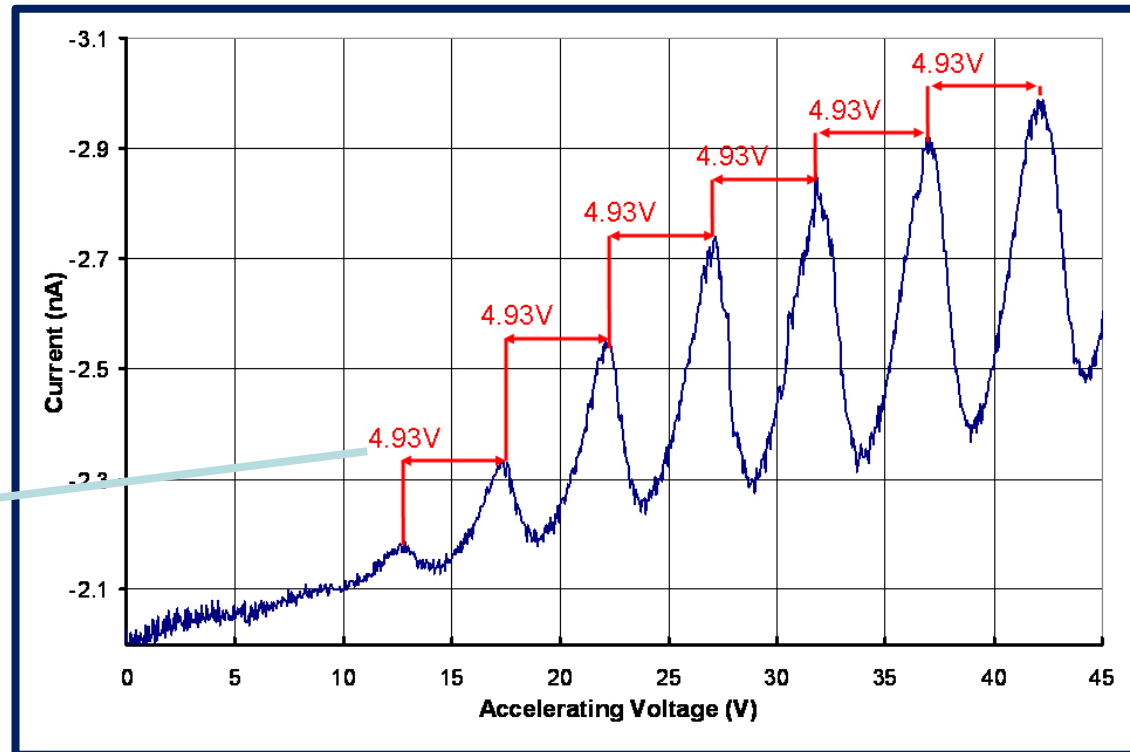
A



Διαφορά δυναμικού επιτάχυνσης ηλεκτρονίων

Αποκοπή ηλεκτρονίων πολύ χαμηλής ενέργειας (θόρυβος)





Γραμμή
254 nm
στο φάσμα
εκπομπής
του Hg

Τα επιταχυνόμενα e πρέπει να έχουν μια ελάχιστη ενέργεια για να διεγείρουν τα άτομα του Hg.

ΤΙ ΝΑ ΔΙΑΒΑΣΕΤΕ ΠΡΟΣΕΚΤΙΚΑ

- (α) Το πρότυπο του Bohr και τα ατομικά φάσματα βρίσκονται στον Krane [Σελίδες 240-249] και στον Serway [Σελίδες 109-122]. Στηριχθείτε, όμως, σχεδόν αποκλειστικά στον Οδηγό Μελέτης.
- (β) Η ενότητα για τα διαγράμματα E-r δεν βρίσκεται στα παραπάνω συγγράμματα και σε κανένα άλλο σύγγραμμα του είδους. Διαβάστε την πολύ καλά. **Θα ξέρετε να κατασκευάζετε το διάγραμμα για το άτομο του υδρογόνου στη σελίδα 39 αυτής της Ενότητας του Οδηγού Μελέτης.**
- (γ) Το πείραμα Franck-Hertz βρίσκεται στον Krane [Σελίδες 249-250]. Είναι πιο αναλυτικά γραμμένο εκεί. Διαβάστε το , εάν θέλετε, για δική σας ενημέρωση.

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ

Πείραμα Franck-Hertz:

<https://www.youtube.com/watch?v=qGXru1h-GYg&feature=youtu.be>

<https://www.youtube.com/watch?v=zAV3xlZRTfw>

<https://www.univie.ac.at/anfpra/neu1/applets/Franck-Hertz/index.htm>