

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ 1^{ης} προόδου

Μεθοδολογία συναρτήσεων Green $\Phi(\vec{x}) = \int \rho(\vec{x}') G(\vec{x}, \vec{x}') d\vec{x}' - \frac{1}{4\pi} \int \Phi(\vec{x}') \frac{\partial G(\vec{x}, \vec{x}')}{\partial n'} da' + \frac{1}{4\pi} \int \frac{\partial \Phi(\vec{x}')}{\partial n'} G(\vec{x}, \vec{x}') da'.$

Συνάρτηση Green σφαιρικού φλοιού ακτίνας a , $G(\vec{x}, \vec{x}') = \frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} - \frac{a}{x' \left| \vec{x} - \frac{a}{x'^2} \vec{x}' \right|}.$

Ορθοκανονικότητα καρτεσιανών, $\frac{2}{a} \int_0^a \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx = \delta_{nm}$

Δυναμικό σε πολικό Σ.Σ. με $\varphi \in [0, 2\pi]$, $\Phi(\rho, \varphi) = a_0 + b_0 \ln \rho + \sum_{\nu=1}^{\infty} (A_{\nu} \rho^{\nu} + B_{\nu} \rho^{-\nu}) (C_{\nu} \cos(\nu\varphi) + D_{\nu} \sin(\nu\varphi)).$

Ορθοκανονικότητα πολικών, $\int_0^{2\pi} \sin(\nu\varphi) \sin(\mu\varphi) d\varphi = \pi \delta_{\nu\mu}$, $\int_0^{2\pi} \cos(\nu\varphi) \cos(\mu\varphi) d\varphi = \pi \delta_{\nu\mu}$ (για $\nu=\mu=0, 2\pi$).

Δυναμικό σε σφαιρικό Σ.Σ. $\Phi(r, \theta, \varphi) = \sum_{l,m}^{\infty} (A_{lm} r^l + B_{lm} r^{-(l+1)}) Y_{lm}(\theta, \varphi).$

Χρήσιμοι τύποι,

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} (x^2 - 1)^l, \quad P_l^m(x) = (-1)^m (1 - x^2)^{m/2} \frac{d^m}{dx^m} P_l(x), \quad Y_{lm}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!}} P_l^m(\cos\theta) e^{im\varphi}.$$