



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

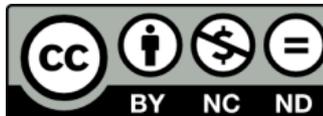
Αιολική Ενέργεια & Ενέργεια του Νερού

Ενότητα 2: Εισαγωγή στην Αεροδυναμική

Γεώργιος Λευθεριώτης, Επίκουρος Καθηγητής

Σχολή Θετικών Επιστημών

Τμήμα Φυσικής



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

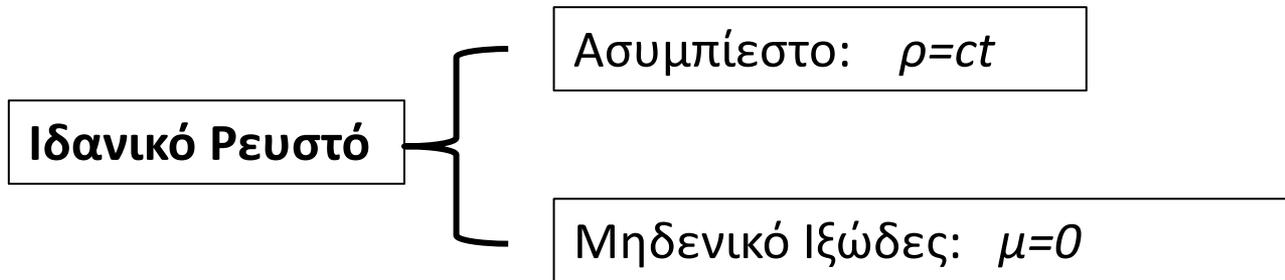
Σκοποί ενότητας

- Εισαγωγή στις βασικές έννοιες και τις θεμελιώσεις αρχές της ρευστομηχανικής και της αεροδυναμικής.
- Εφαρμογή των παραπάνω εννοιών για την ανάλυση και κατανόηση της σχεδίασης των αεροτομών
- Παρουσίαση ιδιαίτερων χαρακτηριστικών των ρευστών και του ρόλου τους στη διαμόρφωση του είδους της ροής γύρω από αεροτομές.

Περιεχόμενα ενότητας

- Η έννοια του «ιδανικού ρευστού»
- Θεμελιώδη στοιχεία αεροδυναμικής
 - Ροή ιδανικού ρευστού γύρω από κύλινδρο
 - Εξίσωση συνέχειας – Νόμος Bernoulli
 - Διατμητικές τάσεις – οριακό στρώμα
 - Ροή γύρω από κύλινδρο δύο διαστάσεων
- Γεωμετρικά χαρακτηριστικά και κατανομή πίεσης τυπικής αεροτομής
- Άντωση και οπισθέλκουσα
- Μετασχηματισμός αεροτομής σε κύλινδρο
- Γωνία προσβολής (απώλεια στήριξης)
- Αριθμός Reynolds
- Στρωτή και τυρβώδης ροή

Η έννοια του «ιδανικού ρευστού» (1)



Ένα τέτοιο ρευστό έχει ορισμένες «**θαυμαστές**» ιδιότητες:

- Τα μόριά του δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους ούτε και με τα στερεά που βρίσκονται εμβαπτισμένα μέσα στο ρευστό και «γλιστρούν» **χωρίς τριβή** επάνω στα τοιχώματα των στερεών.
- Το πεδίο ταχυτήτων V του ιδανικού ρευστού είναι:
 - **αστρόβιλο** $\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{V} = 0$
 - **σωληνοειδές** $\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$

Η έννοια του «ιδανικού ρευστού» (2)

- Υπάρχει συνάρτηση $\Phi(x,y,z)$ που ονομάζεται **δυναμικό ταχύτητας** και για την οποία ισχύει:

$$\vec{V} = \vec{\nabla}\Phi(x,y,z)$$

με V την ταχύτητα του ρευστού. Έτσι προκύπτει η εξίσωση **Laplace**:

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla}\Phi) = \nabla^2\Phi = 0$$

- Το **πεδίο ροής** που περιγράφει την κατανομή ταχυτήτων του ρευστού σε κάθε του σημείο είναι **ανάλογο με το ηλεκτρικό πεδίο**

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}U(x,y,z)$$

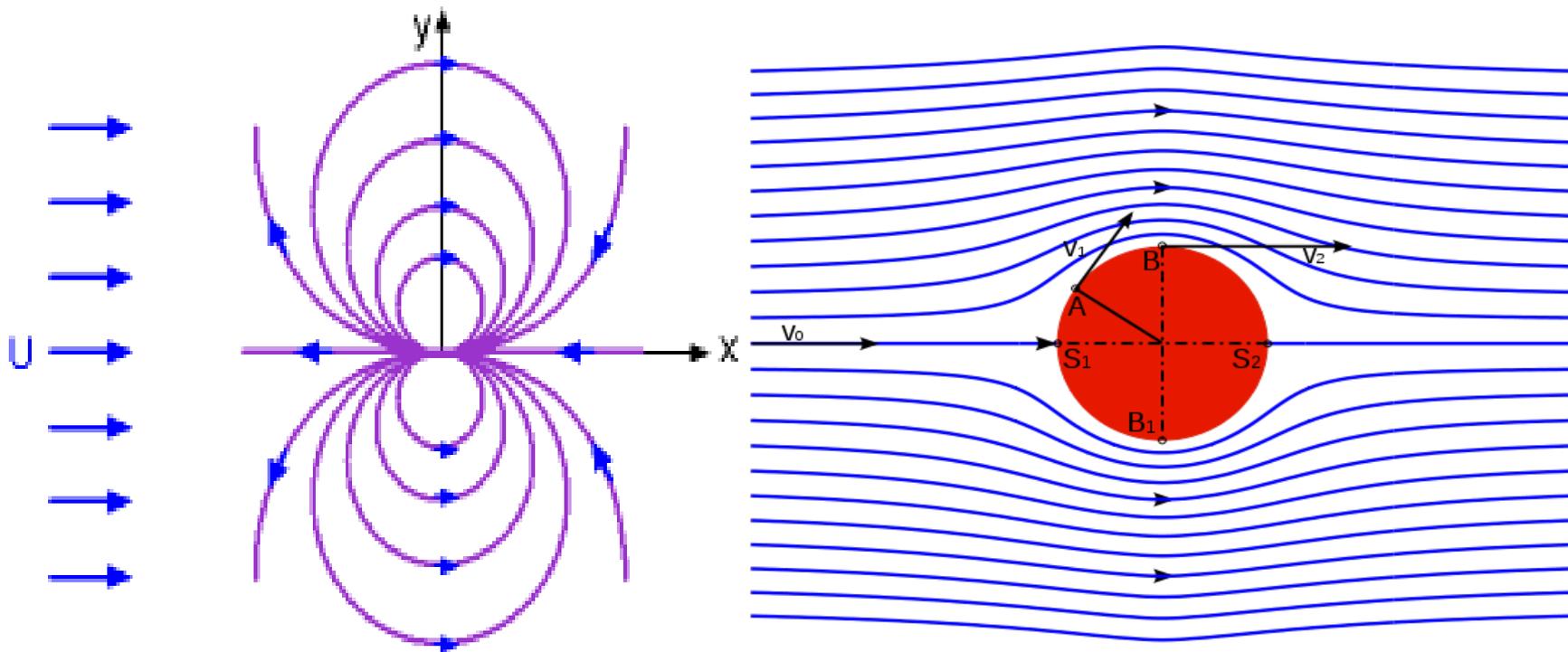
ορίζονται ρευματικές γραμμές, κλπ

- Αρχή της **υπέρθεσης των λύσεων της εξίσωσης Laplace**, δηλαδή ο συνδυασμός λύσεων απλών προβλημάτων μπορεί να δώσει λύσεις σε πιο **δύσκολα πεδία ροής**.

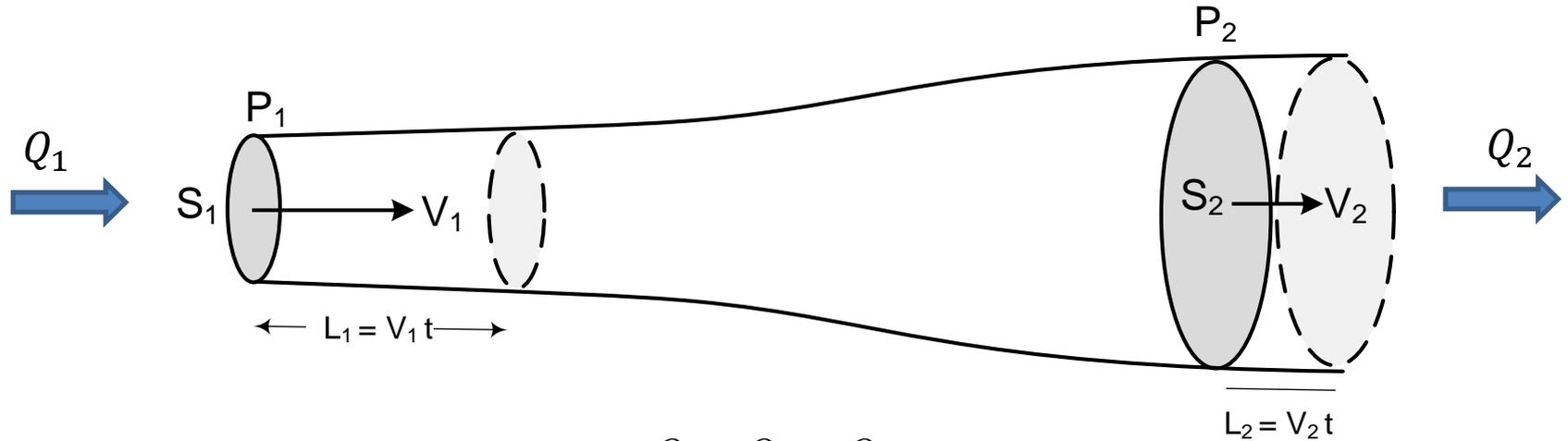
Θεμελιώδη στοιχεία αεροδυναμικής

- Ομογενές πεδίο ($V=ct$),
- Σημειακή πηγή ($V \sim 1/r$ για δύο διαστάσεις),
- Καταβόθρα (επίσης $V \sim 1/r$ για δύο διαστάσεις),
- Σημειακός στρόβιλος που προκαλεί περιστροφική κίνηση με $V \sim 1/r$, διπολική πηγή που είναι συνδυασμός σημειακής πηγής και καταβόθρας.

Παράδειγμα δισδιάστατης ροής ιδανικού ρευστού γύρω από κύλινδρο.



Εξίσωση συνέχειας Νόμος Bernoulli (1)



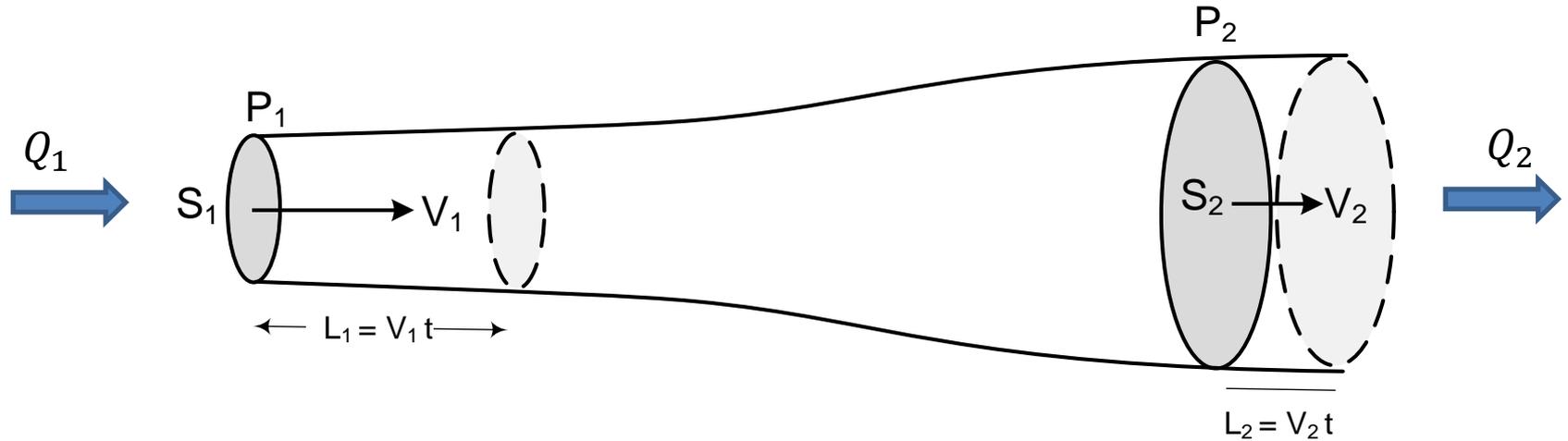
$$Q = Q_1 = Q_2$$

$$S_1 L_1 = S_2 L_2 \Rightarrow S_1 V_1 t = S_2 V_2 t \Rightarrow S_1 V_1 = S_2 V_2 \quad \text{ή} \quad \frac{S_1}{S_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

Αρχή διατήρησης της ενέργειας:

$$W + E_{κιν} = ct \quad (W = \vec{F} \cdot \vec{L} , F = P \cdot S , m = \rho Q = \rho SL)$$

Εξίσωση συνέχειας Νόμος Bernoulli (2)



$$F_1 L_1 + \frac{1}{2} m V_1^2 = F_2 L_2 + \frac{1}{2} m V_2^2 \Rightarrow P_1 S_1 V_1 t + \frac{1}{2} \rho S_1 V_1 t V_1^2 = P_2 S_2 V_2 t + \frac{1}{2} \rho S_2 V_2 t V_2^2$$

Από την εξίσωση συνέχειας προκύπτει ότι

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 = P_{ολικό}$$

$P_{ολικό}$: «ολική πίεση»

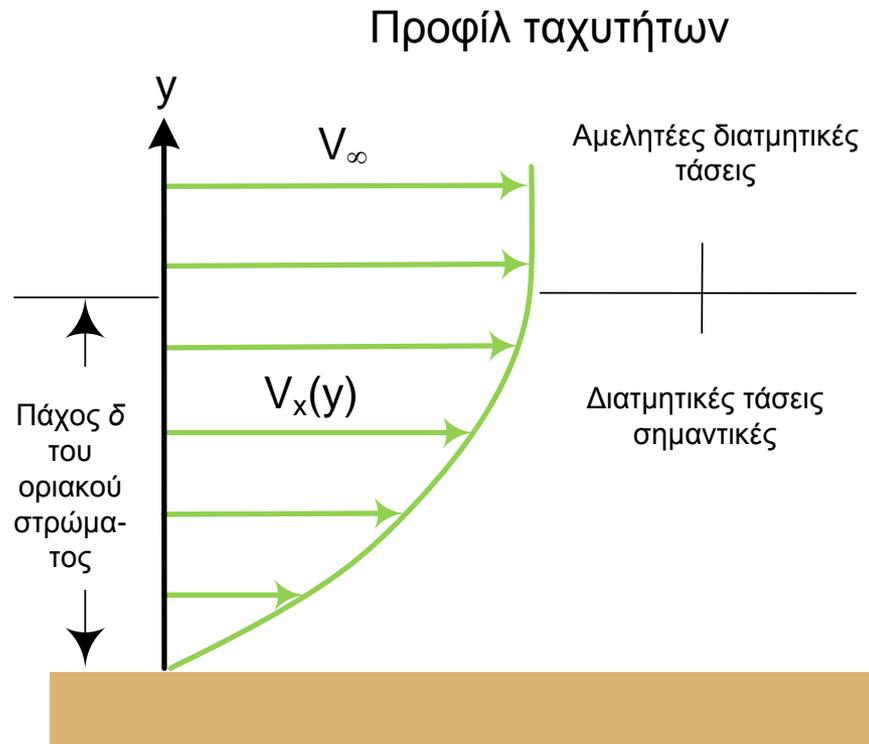
P_1, P_2 : «στατική πίεση»

$\frac{1}{2} \rho V^2$: «δυναμική πίεση»

Διατμητικές τάσεις, οριακό στρώμα (1)

Τα συνήθη ρευστά (π.χ. αέρας, νερό) συμπεριφέρονται με καλή προσέγγιση ως «ιδανικά» εκτός από περιοχές του πεδίου ροής όπου εμφανίζονται μεγάλες και απότομες **βαθμίδες ταχύτητας** κάθετες στην κατεύθυνση της ροής: dV_x/dy

Στα σημεία αυτά αναπτύσσονται **διατμητικές τάσεις** $\tau_{xy} = \mu dV_x/dy$ (μεταφορά ορμής στα αέρια / **δυνάμεις συνοχής και συνάφειας** στα υγρά)

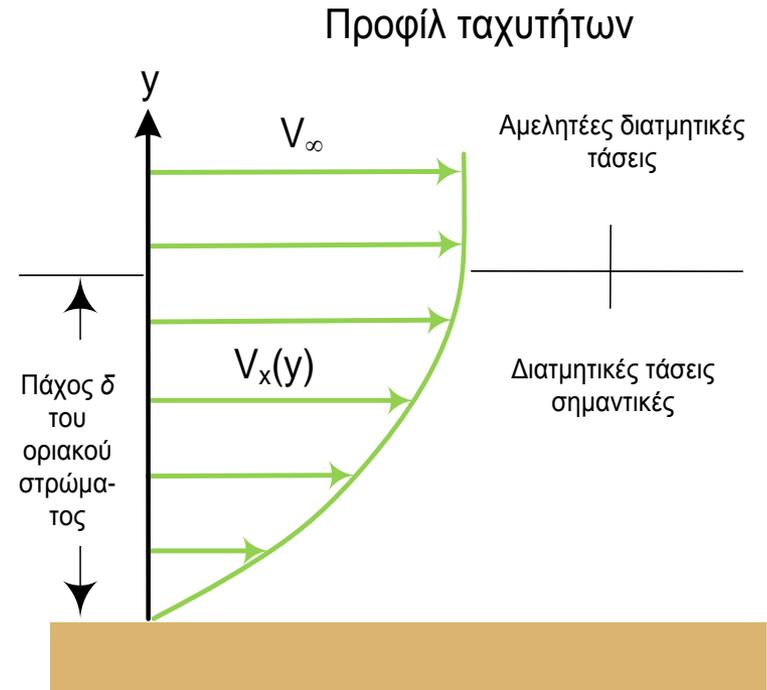


Διατμητικές τάσεις, οριακό στρώμα (2)

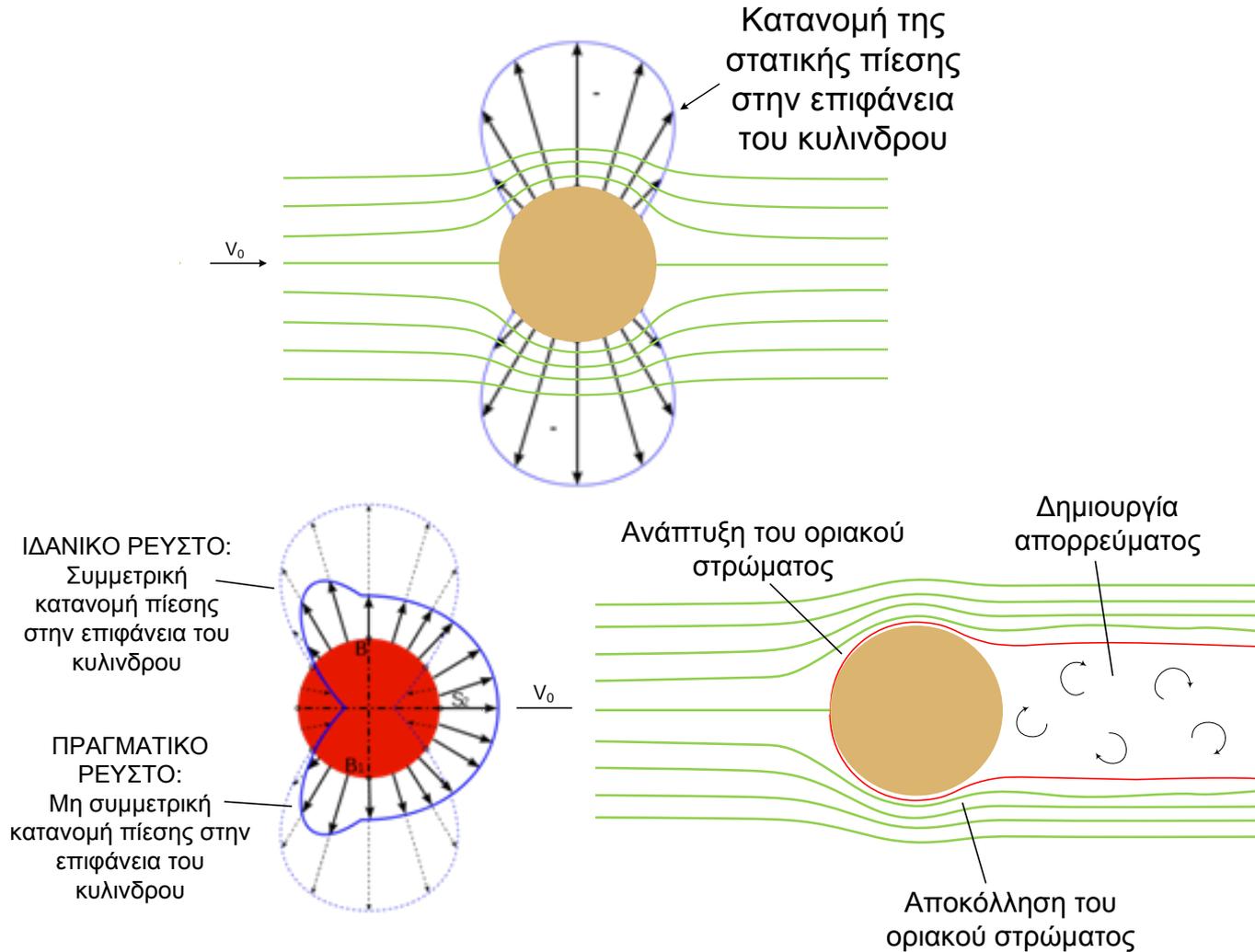
Αποτέλεσμα: Εμφάνιση «οριακού στρώματος» και «οπισθέλκουσας D»:

Ακριβώς στην επιφάνεια $V_x=0$ για $y=0$, αρχή της μη ολίσθησης. Λίγο πιο πάνω από τη στερεή επιφάνεια το ρευστό κινείται με ταχύτητα $V_x(y)$. Σε **άπειρη απόσταση** πάνω από την επιφάνεια γίνεται V_∞ (ταχύτητα του αδιατάρακτου υστού).

Το **πάχος** του οριακού στρώματος (δ) ορίζεται ως η απόσταση y_δ στην οποία ισχύει $V_x(y_\delta) = 0,99 V_\infty$. Συνεχής **μεταφορά ορμής** από το ρευστό στο σώμα, εμφάνιση **οπισθέλκουσας δύναμης** ($D_{\text{τριβής}}$).



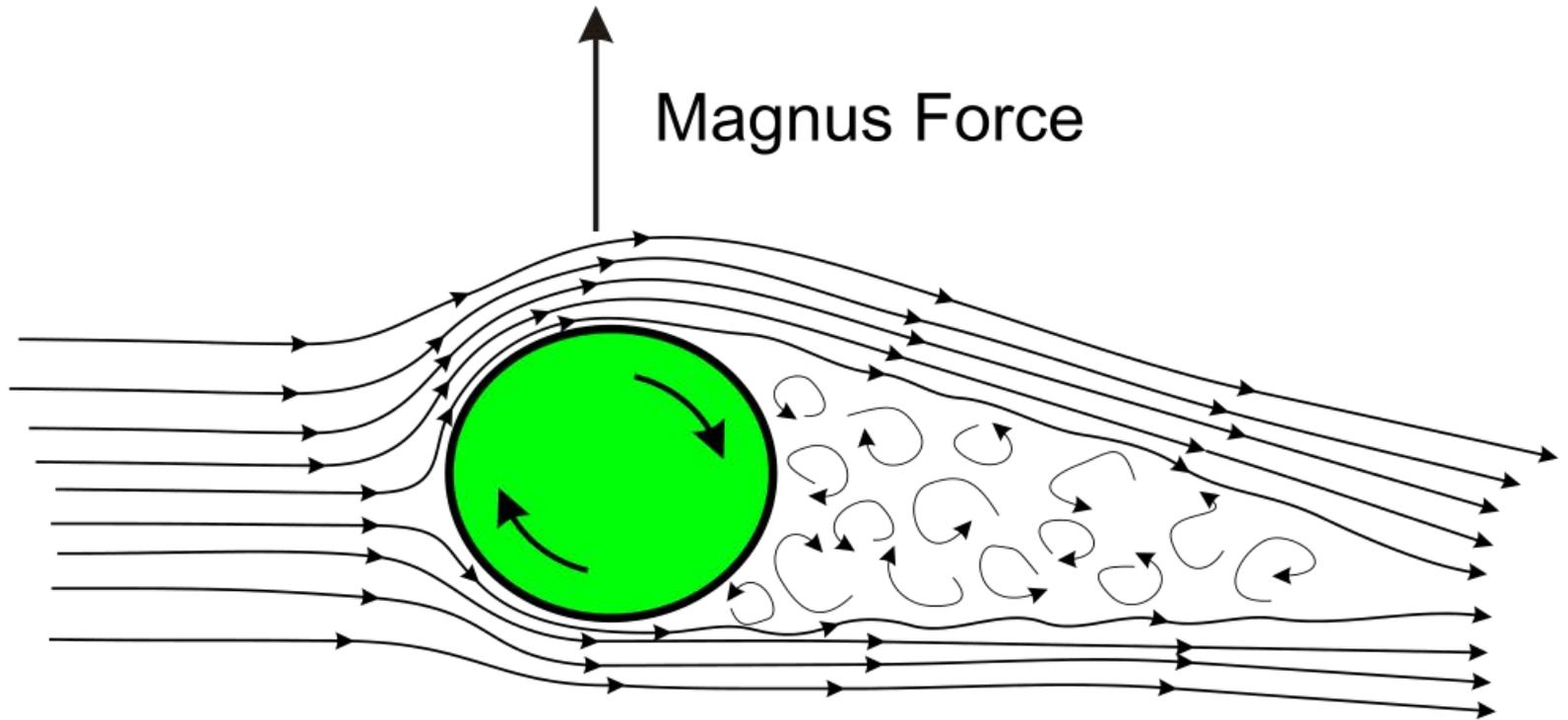
Ροή γύρω από κύλινδρο δύο διαστάσεων



Αποτέλεσμα: εμφάνιση επιπλέον οπισθέλκουσας ($D_{\text{μορφής}}$):

$$D_{\text{ολική}} = D_{\text{τριβής}} + D_{\text{μορφής}}$$

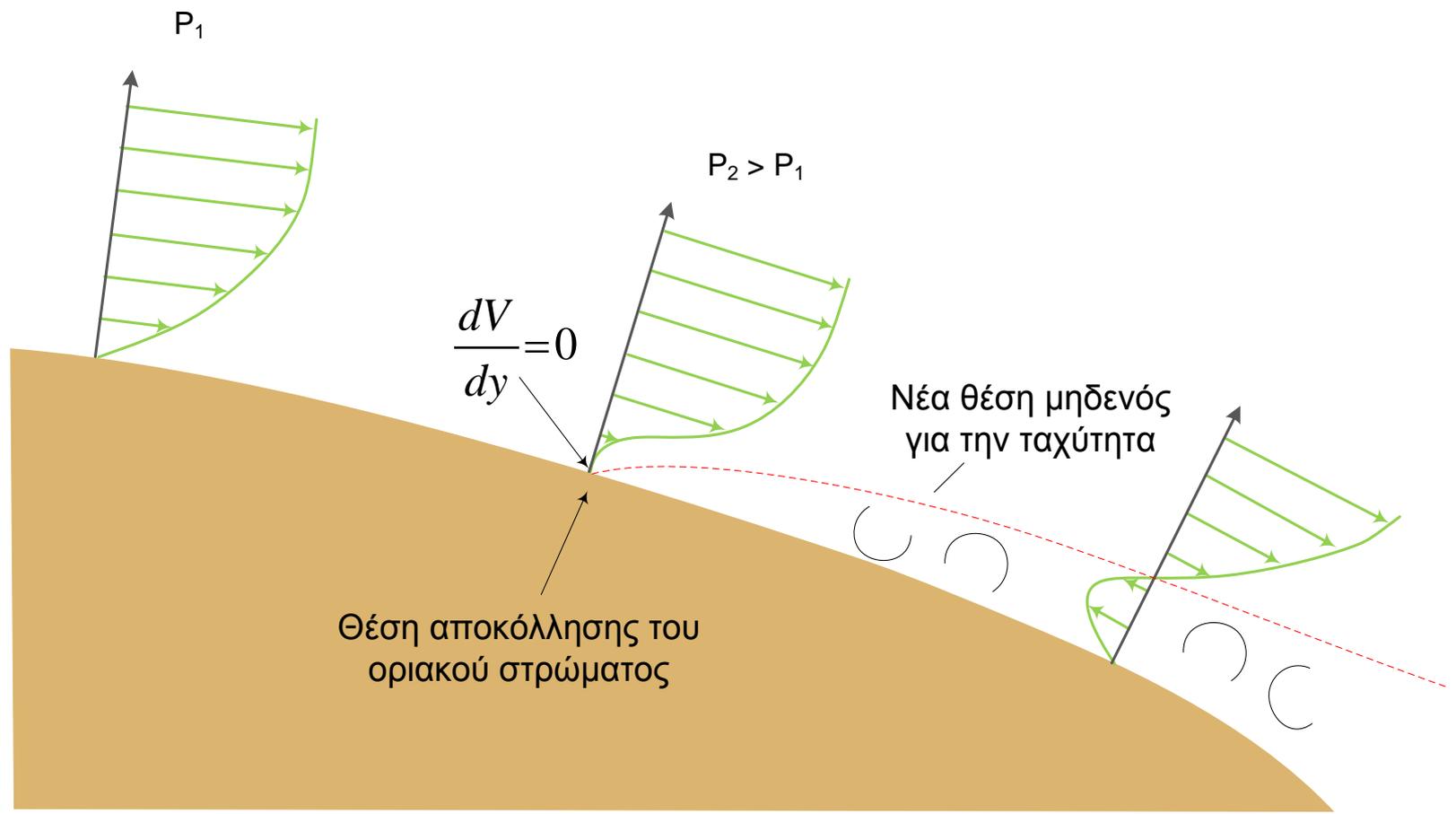
Περιστρεφόμενος κύλινδρος ή σφαίρα (φαινόμενο Magnus)



by Rdurkacz

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Sketch_of_Magnus_effect_with_streamlines_and_turbulent_wake.svg

Αποκόλληση (ή διαχωρισμός) του οριακού στρώματος

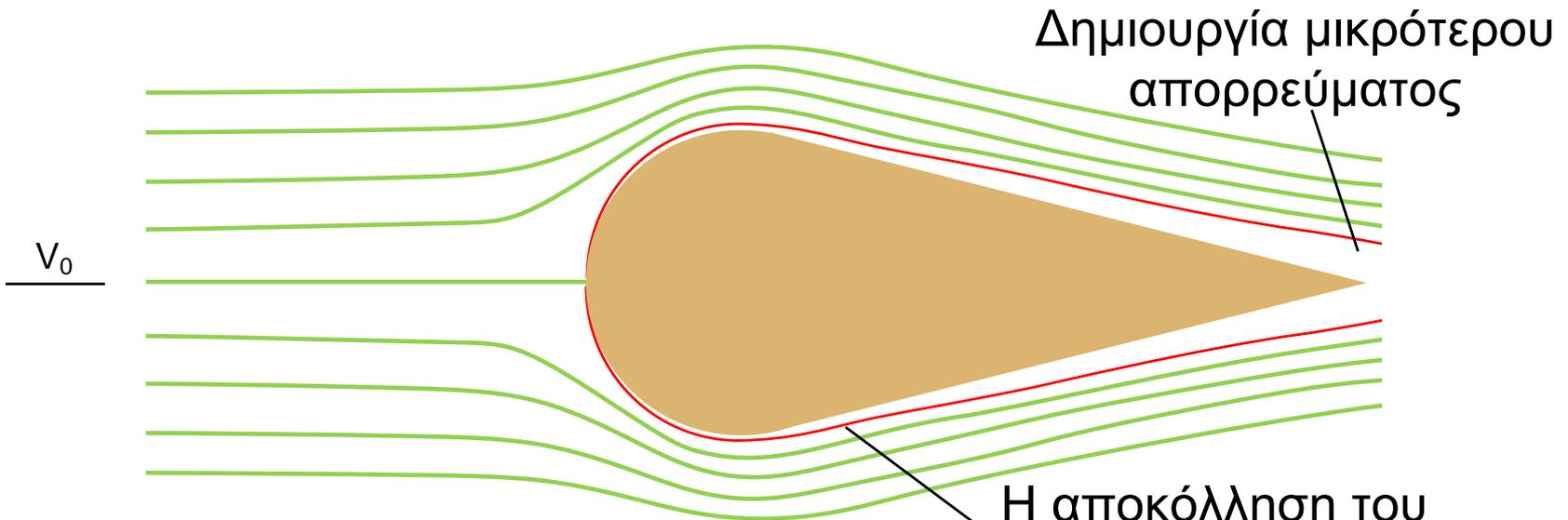


Θέση αποκόλλησης του οριακού στρώματος

Νέα θέση μηδενός για την ταχύτητα

Ανασχετική βαθμίδα πίεσης
Ανάκτηση πίεσης

Αεροδυναμικό σχήμα αεροτομής

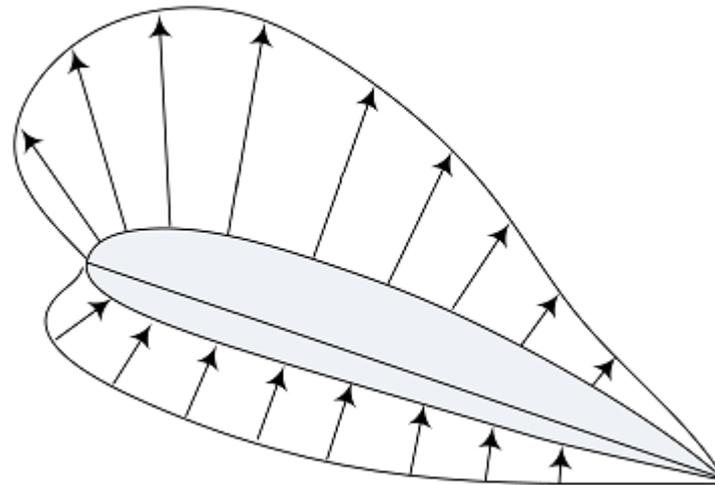
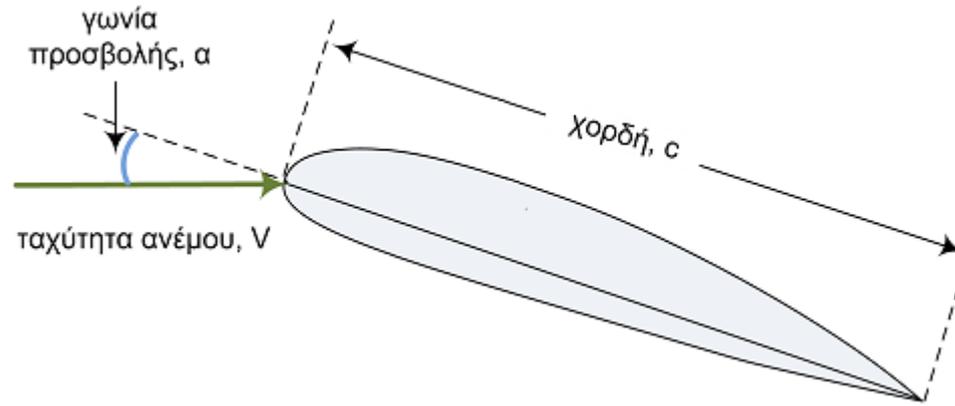


Δημιουργία μικρότερου απορρεύματος

Η αποκόλληση του οριακού στρώματος καθυστερεί

Μείωση της οπισθέλκουσας με «αεροδυναμικό» σχήμα

Γεωμετρικά χαρακτηριστικά και κατανομή πίεσης τυπικής αεροτομής



Αντωση και οπισθέλκουσα (1)

- Η **οπισθέλκουσα (Drag)** είναι παράλληλη στο διάνυσμα της ταχύτητας του ρευστού.

$$D = \frac{1}{2} \rho V_{\infty}^2 C_D c \left[\frac{N}{m} \right]$$

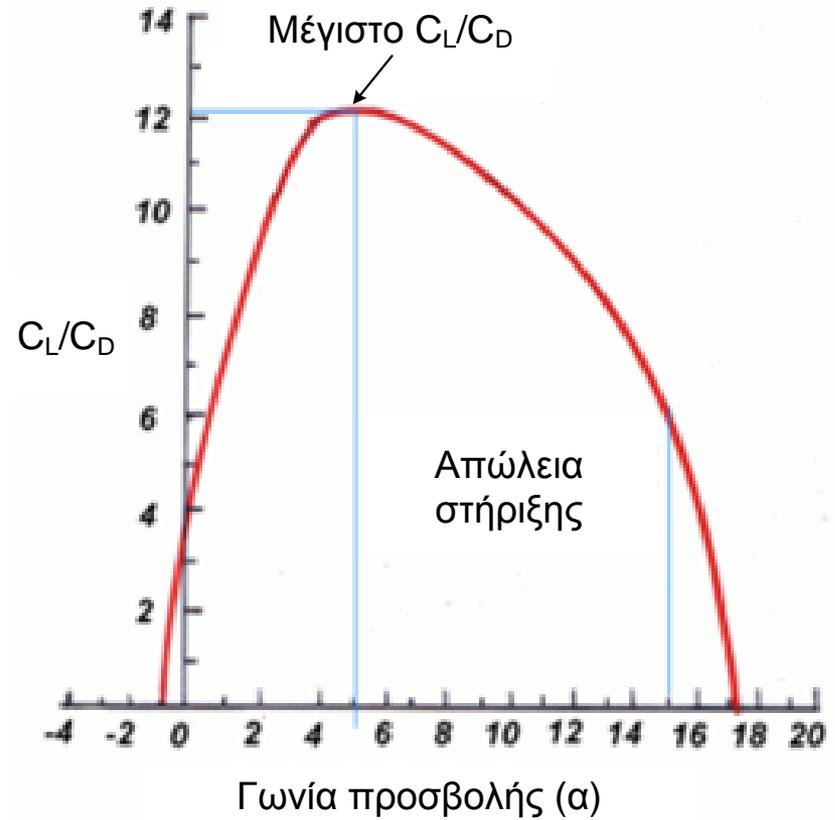
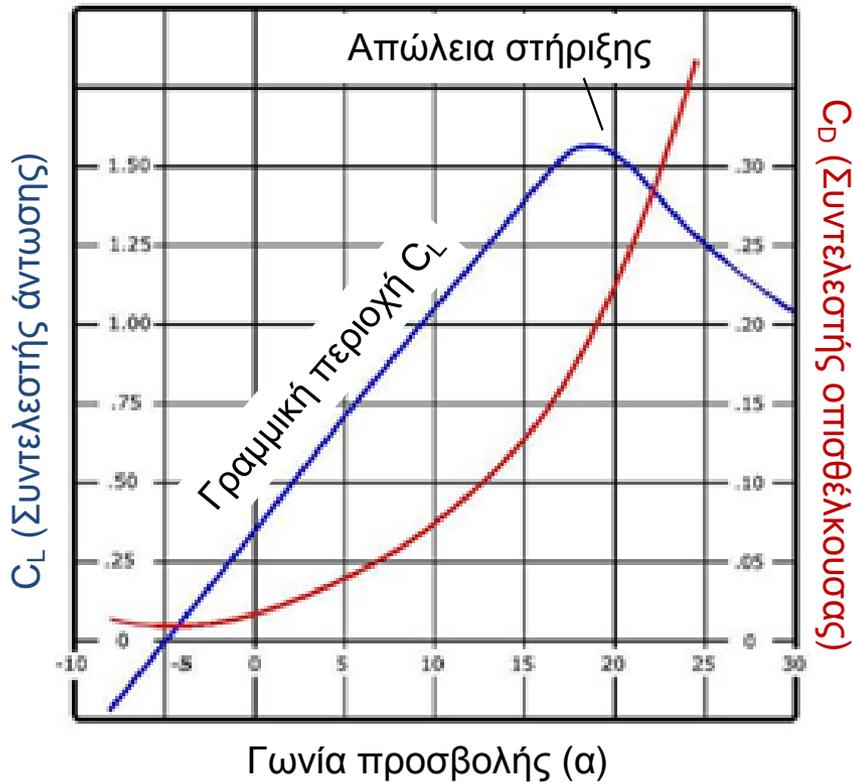
- Η «**δυναμική άνωση (Lift)**» ή «**άντωση**» είναι κάθετη στο διάνυσμα της ταχύτητας ροής.

$$L = \frac{1}{2} \rho V_{\infty}^2 C_L c \left[\frac{N}{m} \right]$$

(*Οι αδιάστατοι συντελεστές C_L και C_D εξαρτώνται από τη γωνία προσβολής α)

Άντωση και οπισθέλκουσα (2)

ΑΕΡΟΤΟΜΗ: CLARCK Y



Μετασχηματισμός αεροτομής σε κύλινδρο (1)

Για τον κύλινδρο ισχύει :

$$F = F_1 + F_2 + F_3$$

F_1 = ομογενές πεδίο στο εξωτερικό του κυλίνδρου \rightarrow το περιστρέφουμε κατά μια γωνία $\alpha \rightarrow V_\infty z e^{-i\alpha}$

F_2 = Στρόβιλος στο εσωτερικό του κυλίνδρου $\rightarrow \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln(z - z_0)$

F_3 = διπολική πηγή στο εξωτερικό του κυλίνδρου με φορά αντίθετη του ομογενούς πεδίου $\rightarrow \frac{\mu e^{i\alpha}}{2\pi(z - z_0)}$

Τελικά

$$F = V_\infty z e^{-i\alpha} + \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln(z - z_0) + \frac{\mu e^{i\alpha}}{2\pi(z - z_0)}$$

Μετασχηματισμός αεροτομής σε κύλινδρο (2)

Ρώμη της πηγής $Q = \frac{dF}{dz} = V_{\infty} e^{-ia} + \frac{i\Gamma}{2\pi(z-z_0)} - \frac{\mu e^{ia}}{2\pi(z-z_0)^2}$

Ρυθμίζουμε τη ρώμη της πηγής ώστε $\mu = 2\pi R^2 V_{\infty}$

$$Q = V_{\infty} e^{-ia} + \frac{i\Gamma}{2\pi(z-z_0)} - \frac{2\pi R^2 V_{\infty} e^{-ia}}{2\pi(z-z_0)^2} \Rightarrow Q = V_{\infty} e^{-ia} + \frac{i\Gamma}{2\pi(z-z_0)} - \frac{V_{\infty} R^2 e^{ia}}{(z-z_0)^2} \quad (1)$$

Η ταχύτητα στο επίπεδο ξ δηλαδή της αεροτομής:

$$Q = \frac{dF}{d\xi} = \frac{dF}{dz} \cdot \frac{dz}{d\xi} \Rightarrow Q = Q \frac{1}{\frac{d\xi}{dz}}$$

$$Q_{\Sigma.T.} = 0 \Rightarrow V_{\infty} e^{-ia} + \frac{i\Gamma}{2\pi(z-z_0)} - \frac{V_{\infty} R^2 e^{ia}}{(z-z_0)^2} = 0$$

$$z_{\Sigma.T.} = z_0 + R e^{-i\beta} \Rightarrow z_{\Sigma.T.} - z_0 = R e^{-i\beta}$$

Μετασχηματισμός αεροτομής σε κύλινδρο (3)

$\Gamma = 4\pi R V_\infty \sin(a + \beta) \rightarrow$ κυκλοφορία ώστε να ικανοποιείται η συνθήκη **kutta**

Δηλαδή: $L = \rho V_\infty \Gamma = \rho V_\infty 4\pi R V_\infty \sin(a + \beta) \Rightarrow L = 4\pi \rho V_\infty^2 R \sin(a + \beta)$

Συντελεστής άντωσης: $C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2 c} = \frac{4\pi \cancel{\rho V_\infty^2} R \sin(a + \beta)}{\frac{1}{2} \cancel{\rho V_\infty^2} c} = \frac{8\pi R \sin(a + \beta)}{c} \rightarrow$

 **σχετίζεται με γεωμετρικά χαρακτηριστικά**

- Συντελεστής άντωσης για μοναδιαίο κύκλο που βρίσκεται στην αρχή των αξόνων

$$C_L = 2\pi \sin a \quad (\text{γραμμική εξάρτηση μεταξύ } C_L \text{ και } a)$$

Μετασχηματισμός αεροτομής σε κύλινδρο (4)

Περίπτωση Αεροτομών

Εξίσωση κύκλου: $z = re^{i\theta} - \mu \Rightarrow \dots z = (r \cos \theta - \mu) + ir \sin \theta$

δεν έχουμε μοναδιαία ακτίνα $\Rightarrow \xi = z + \frac{1}{z} \dots \xi = - \left[\frac{(\mu + 1 + \mu)^2 + 1}{\mu + 1 + \mu} \right] \Rightarrow$

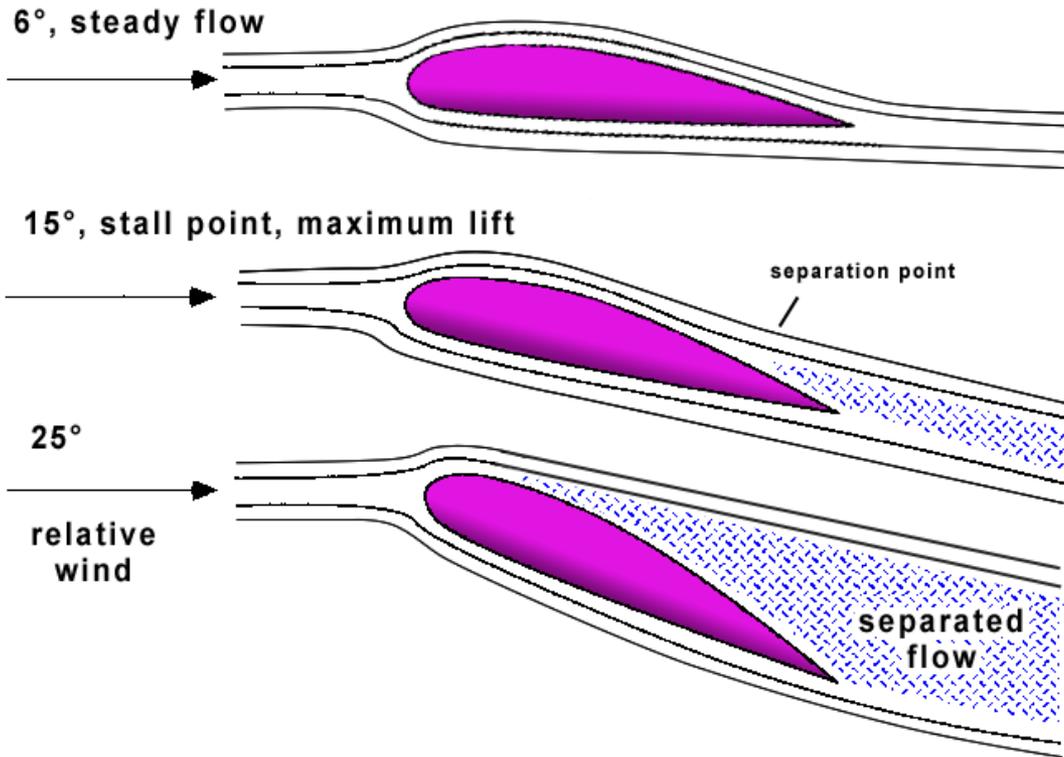
$$c = 4 \frac{(1 + \mu)}{1 + 2\mu} (1 + \mu) \xrightarrow[\mu=r-1]{r=\mu+1} c = 4 \frac{(1 + \mu)}{1 + 2\mu} (1 + r - 1) \Rightarrow \frac{c}{r} = 4 \frac{(1 + \mu)}{1 + 2\mu}$$

$$C_L = 2\pi \left(1 + \frac{\mu}{r} \right) \sin a \quad (a < 5^\circ) \approx C_L = 2\pi \left(1 + \frac{\mu}{r} \right) a$$

Μετατόπιση κύκλου κατά μ_x από τον άξονα x και κατά μ_y από τον άξονα y

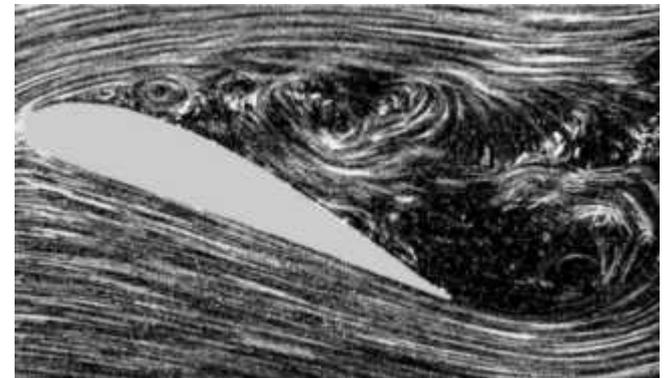
$$r = \sqrt{(\mu_x + 1)^2 + \mu_y^2}, \quad \beta = \arcsin \left(\frac{\mu_y}{r} \right) \quad \Rightarrow \quad C_L (a < 5^\circ) \approx 2\pi (\alpha + \beta) \quad \text{Για λεπτές αεροτομές}$$

Γωνία προσβολής



http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/5b/Stall_Formation.gif

Απώλεια στήριξης (stall)



http://en.wikipedia.org/wiki/Stall_%28fluid_mechanics%29

Αριθμός Reynolds

$$\text{Re} = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{V L}{\nu}$$

ρ πυκνότητα του ρευστού,

V χαρακτηριστική ταχύτητα της ροής,

L χαρακτηριστικό μήκος των εμβαπτισμένων στερεών,

μ συντελεστής «**δυναμικού**» ιξώδους

$\nu (= \mu/\rho)$ συντελεστής «**κινηματικού**» ιξώδους.

Ο αριθμός Reynolds εκφράζει το λόγο των **δυνάμεων αδράνειας** της ροής ($\sim \rho V^2$) προς τις **δυνάμεις ιξώδους** ($\sim \mu V/L$).

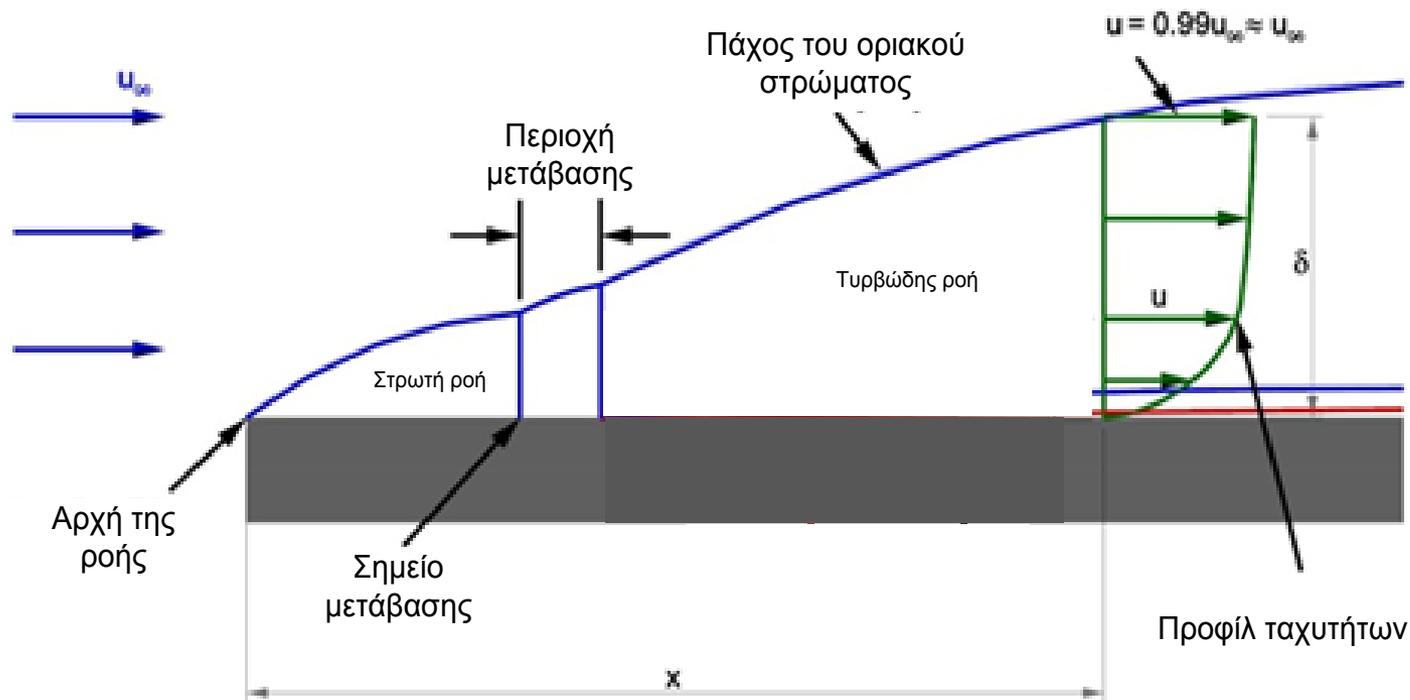
Στρωτή και τυρβώδης ροή (1)

- **Μικροί Re: Στρωτή ροή.** Μοιάζει δηλαδή το ρευστό να κινείται σε «στρώσεις», που η μία ολισθαίνει πάνω στην άλλη. Οι δυνάμεις ιξώδους συγκρατούν τις διάφορες «στρώσεις» και αυτές έχουν παραπλήσιες ταχύτητες. **Μέλι, λάδι.**
- **Μεγάλοι Re: Τυρβώδης ροή.** Υπερτερούν οι δυνάμεις αδράνειας, οπότε, είναι δυνατόν περιοχές του ρευστού με μεγάλη ταχύτητα να «ξεφεύγουν» και να δημιουργούνται «ριπές» με σημαντικές διακυμάνσεις στο χρόνο τόσο του μέτρου όσο και της κατεύθυνσης της ταχύτητας του ρευστού. **Άνεμος.**

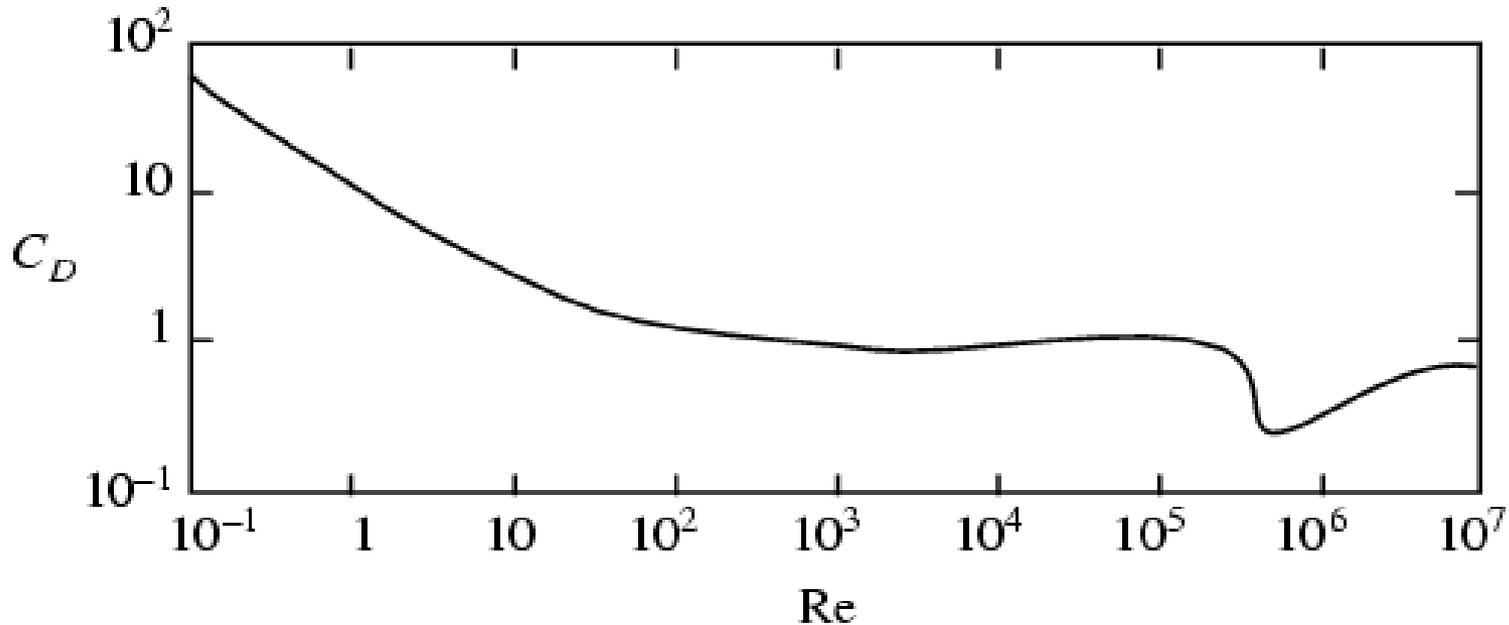
Στρωτή και τυρβώδης ροή (2)

«Κρίσιμος» Re : Ασταθής στρωτή ροή.

Μια μικρή διακύμανση της ταχύτητας (εξαιτίας θορύβου, κραδασμών, ανωμαλιών της επιφάνειας, κλπ), προκαλεί μετάπτωση στην τυρβώδη ροή.



Στρωτή και τυρβώδης ροή (3)



Συντελεστής οπισθέλκουσας για ροή ανέμου γύρω από κύλινδρο με λεία τοιχώματα.

$$\text{Re}_{\text{critical}} = 3 \times 10^5.$$

Μεταβολή της οπισθέλκουσας με την ταχύτητα.

$$D = \frac{1}{2} \rho V_{\infty}^2 C_D c \left[\frac{N}{m} \right]$$

$$\text{Re} = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{V L}{\nu}$$

Για μικρά Re (<100, έρπουσα ροή): $C_D \sim (1/\text{Re}) \Rightarrow C_D \sim (1/V)$, επομένως $D \sim V$ (Νόμος του Stokes).

Για μεγαλύτερα Re: $C_D \approx ct \Rightarrow C_D \approx ct$, επομένως $D \sim V^2$.

Τέλος Ενότητας



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση **1.0**.



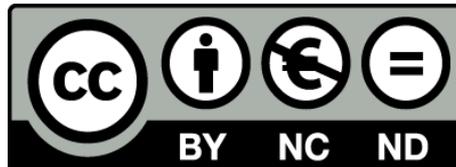
Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, **Λευθεριώτης Γεώργιος, 2015**. «**Αιολική Ενέργεια & Ενέργεια του Νερού, Ενότητα: Εισαγωγή στην Αεροδυναμική**»
Έκδοση: **1.0**. Πάτρα **2015**. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<https://eclass.upatras.gr/modules/units/?course=PHY1954&id=4287>



Σημείωμα Αδειοδότησης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

