Μία ηλεκτρική τάση μετρήθηκε 10 φορές και πήραμε τα αποτελέσματα (σεVolt):

49, 44, 48,47, 44, 57, 46, 48, 50, 49

Α) να υπολογιστούν: η μέση τιμή, η τυπική απόκλιση των μετρήσεων και της μέσης τιμής και το σχετικό σφάλμα.

V_i (v)	$\bar{V}$ (v)	$V_i - \bar{V}$ (v)	$(V_i - \bar{V})^2$ (v^2)
49	48,2	0,8	0,64
44		-4,2	17,64
48		-0,2	0,04
47		-1,2	1,44
44		-4,2	17,64
57		8,8	77,44
46		-2,2	4,84
48		-0,2	0,04
50		1,8	3,24
49		0,8	0,64

$$\sum_{i=1}^{10} (V_i - \bar{V})^2 = 123,6$$

$$\bar{V} = \frac{\sum_{i=1}^{10} V_i}{n} = \frac{482}{10} = 48,2$$

$$\sigma_V = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10}(V_i - \bar{V})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{123,6}{9}} = 3,7 \simeq 4$$

$$\sigma_{\bar{V}} = \sqrt{\frac{123,6}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{123,6}{90}} = 1,17 \simeq 1$$

$$\bar{V} \pm \sigma_{\bar{V}} = (48 \pm 1)\ V$$

$$\frac{\sigma_{\bar{V}}}{\bar{V}} = \frac{1}{48} = 0,021 = 2,1\ \%$$

Μια ηλεκτρική αντίσταση μετρήθηκε 10 φορές και πήραμε τα αποτελέσματα (σε Ω): 101, 98, 98, 102, 99, 97, 100, 104, 98, 103. Αφού συμπληρώσετε τον κατάλληλο πίνακα να υπολογίσετε τη μέση τιμή, την τυπική απόκλιση των μετρήσεων, την τυπική απόκλιση της μέσης τιμής και το σχετικό σφάλμα.

R_i (Ω)	$\bar{R}$ (Ω)	$R_i - \bar{R}$ (Ω)	$(R_i - \bar{R})^2$ (Ω²)
101	100,0	1	1
98		-2	4
98		-2	4
102		2	4
99		-1	1
97		-3	9
100		0	0
104		4	16
98		-2	4
103		3	9

$\sum_{i=1}^{10} R_i = 1000\ Ω$

$\sum_{i=1}^{10} (R_i - \bar{R})^2 = 52\ Ω^2$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^{10} R_i}{10} = 100{,}0\ Ω$$

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (R_i - \bar{R})^2}{10-1}} = 2{,}4\ Ω \simeq 2\ Ω$$

$$\sigma_{\bar{R}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (R_i - \bar{R})^2}{10(10-1)}} = 0,76\ \Omega \simeq 0,8\ \Omega$$

$$\bar{R} \pm \sigma_{\bar{R}} = (100,0 \pm 0,8)\ \Omega$$

Σχετικό σφάλμα: $\dfrac{\sigma_{\bar{R}}}{\bar{R}} = \dfrac{0,8}{100,0} = 0,8\ \%$

Κατά τη μελέτη της ελεύθερης πτώσης ενός σώματος μετρήσαμε το ύψος και το χρόνο καθόδου και πήραμε τα αποτελέσματα: $\bar{h} \pm \delta\bar{h} = (17.5 \pm 0.1)m$ και $\bar{t} \pm \delta\bar{t} = (1.9 \pm 0.1)s$. Χρησιμοποιήστε τη διάδοση σφάλματος για να υπολογίσετε την τιμή και την αβεβαιότητα της επιτάχυνσης της βαρύτητας g.

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow g = \frac{2h}{t^2} = \frac{2 \cdot 17,5}{1,9^2} = 9,70 \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{\partial g}{\partial h} = \frac{2}{t^2} = \frac{2}{1,9^2} = 0,55 \frac{1}{s^2}$$

$$\frac{\partial g}{\partial t} = \frac{-4h}{t^3} = \frac{-4 \cdot 17,5}{1,9^3} = -10,2 \frac{m}{s^3}$$

$$\delta g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial h} \delta h\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial t} \delta t\right)^2} =$$

$$= \sqrt{(0,55 \cdot 0,1)^2 + (-10,2 \cdot 0,1)^2}$$

$$= \sqrt{3,0 \cdot 10^{-3} + 1,0} = 1 \; m/s^2$$

$$g \pm \delta g = (10 \pm 1) \; m/s^2$$

Οι μετρήσεις ενός μεγέθους ακολουθούν την κανονική κατανομή με κεντρική τιμή Χ=8 και τυπική απόκλιση σ=2. Να βρεθεί η πιθανότητα μία μέτρηση να βρεθεί στο διάστημα:

α) (6,12), β) (10, ∞), γ) (10, 14), δ) (4, 14) α) $P(6 < x < 12) = P(\bar{X} - \sigma < x < \bar{X} + 2\sigma)$

$= P(\bar{X} - \sigma < x < \bar{X})$

$+ P(\bar{X} < x < \bar{X} + 2\sigma)$

$= \dfrac{68,3\%}{2} + \dfrac{95,4\%}{2} = 81,8\%$

β) $P(10 < x) = P(8 < x) - P(8 < x < 10)$

$= 50\% - \dfrac{68,3\%}{2} = 15,8\%$

γ) $P(10 < x < 14) = P(\bar{X} + \sigma < x < \bar{X} + 3\sigma)$

$= P(\bar{X} < x < \bar{X} + 3\sigma) -$

$- P(\bar{X} < x < \bar{X} + \sigma)$

$= \dfrac{99,7\%}{2} - \dfrac{68,3\%}{2} = 15,7\%$

δ) $P(4 < x < 14) = P(4 < x < 8)$

$+ P(8 < x < 14) =$

$= P(\bar{x} - 2\sigma < x < \bar{x})$

$+ P(\bar{x} < x < \bar{x} + 3\sigma)$

$= \frac{95{,}4\%}{2} + \frac{99{,}7\%}{2} = 97{,}6\%$