ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Ι

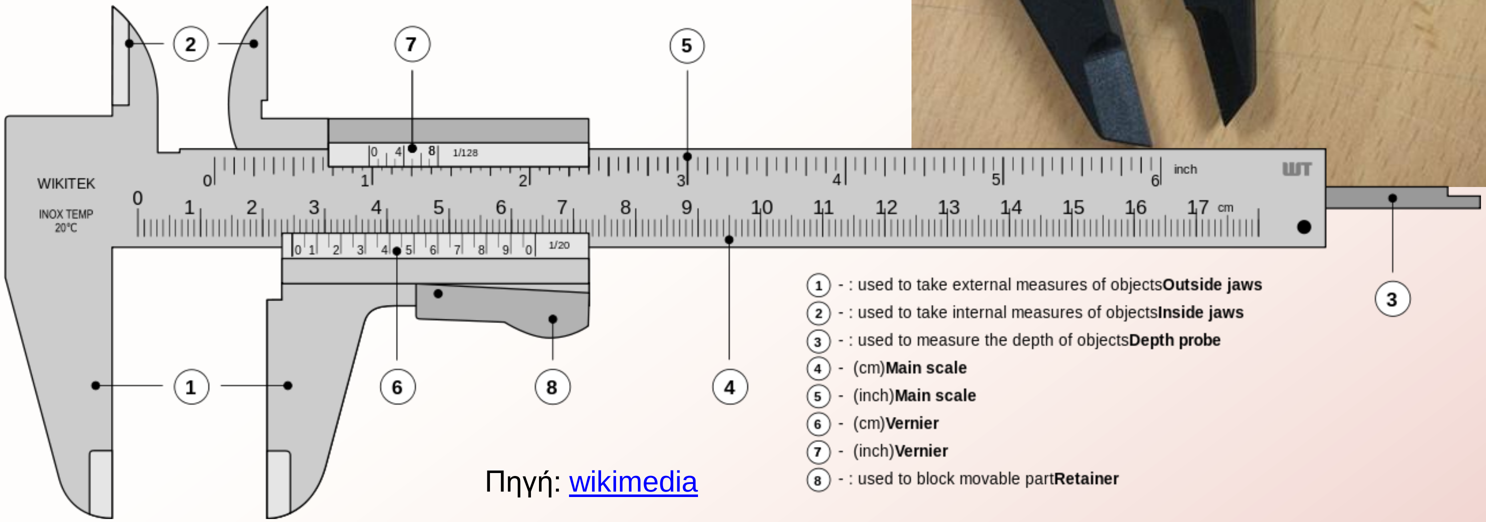
ΘΕΩΡΙΑ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

Ενότητα 1: Μονάδες μέτρησης
Η έννοια του σφάλματος
Κατηγορίες σφαλμάτων

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Ι

ΘΕΩΡΙΑ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

Πηγή: pixabay



Πηγή: wikimedia

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

- **Η Φυσική είναι η κατ’ εξοχήν πειραματική επιστήμη**

- πείραμα → ανάλυση δεδομένων → θεωρία

  ή

- θεωρία → πρόβλεψη → πείραμα → επαλήθευση θεωρίας

- Στη Φυσική, οι θεωρίες αναπτύσσονται είτε με πειραματικές παρατηρήσεις

  είτε επαληθεύονται με σύγκριση των προβλέψεων τους με πειραματικές μετρήσεις.

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

- **Πείραμα ονομάζεται η διαδικασία της προγραμματισμένης αναπαραγωγής ενός φαινομένου, κάτω από ελεγχόμενες συνθήκες και η ποσοτική καταγραφή των γεγονότων κατά τη διάρκεια της εξέλιξής του.**

- Τυπικά στάδια πειράματος: σκοπός-σχεδιασμός-εκτέλεση και συλλογή δεδομένων-επαναληπτικότητα-ανάλυση δεδομένων-παρουσίαση των αποτελεσμάτων

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

- Κάθε φυσικό μέγεθος το οποίο μετράμε ή αναφερόμαστε σε αυτό συνοδεύεται από κάποιες **μονάδες μέτρησης** οι οποίες το προσδιορίζουν πλήρως.

  [Δεν έχει κανένα νόημα να πούμε ότι μετρήσαμε την απόσταση που κάλυψε ένα κινούμενο σώμα και βρήκαμε ότι είναι s = 10…, 10 τι? mm, cm, m, Km?]

- Η «*μονάδα μέτρησης*» είναι ένα από τα βασικά στοιχεία μιας μέτρησης: χωρίς αυτήν, μέτρηση ΔΕΝ νοείται!

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΟΝΑΔΩΝ

- Μετρικά Συστήματα: τα πολλαπλάσια και τα υποπολλαπλάσια των μονάδων είναι δυνάμεις του 10, τα ονόματα των οποίων καθορίζονται με προθέματα (prefixes).
- Αγγλοσαξωνικά Συστήματα: FPS (foot-pound-second). Χρησιμοποιούνται σε τεχνικές εφαρμογές.
- Ειδικά Συστήματα: Ατομικό Σύστημα Μονάδων

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΟΝΑΔΩΝ

- Το σύστημα μονάδων που χρησιμοποιείται διεθνώς είναι γνωστό (από το 1960) ως **Διεθνές Σύστημα Μονάδων ή SI,** με θεμελιώδη μεγέθη: *ΜΗΚΟΣ **(m)**, ΜΑΖΑ **(Kg)**, ΧΡΟΝΟΣ **(s)**, ΕΝΤΑΣΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ **(A),** ΕΝΤΑΣΗ ΦΩΤΕΙΝΗΣ ΠΗΓΗΣ **(Cd),** ΠΟΣΟΤΗΤΑ ΥΛΗΣ **(mol)*** και *ΑΠΟΛΥΤΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ **(K).***
- Παλαιότερα χρησιμοποιούντο και άλλα συστήματα μονάδων, όπως π.χ. το σύστημα **CGS** με θεμελιώδη μεγέθη: *ΜΗΚΟΣ **(cm)**, ΜΑΖΑ **(g)**,* και *ΧΡΟΝΟΣ **(s)**.*

ΠΡΟΘΕΜΑΤΑ SI

Πηγή: Ελληνικό Ινστιτούτο Μετρολογίας

Συντελεστής	Όνομα	Σύμβολο	Συντελεστής	Όνομα	Σύμβολο
10^{1}	deca	da	10^{-1}	deci	d
10^{2}	hecto	h	10^{-2}	centi	c
10^{3}	kilo	k	10^{-3}	milli	m
10^{6}	mega	M	10^{-6}	micro	μ
10^{9}	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{12}	tera	T	10^{-12}	pico	p
10^{15}	peta	P	10^{-15}	femto	f
10^{18}	exa	E	10^{-18}	atto	a
10^{21}	zetta	Z	10^{-21}	zepto	z
10^{24}	yotta	Y	10^{-24}	yocto	y

ΔΙΑΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

- Με την Διαστατική Ανάλυση μπορούμε να ελέγξουμε την ορθότητα των σχέσεων μεταξύ των φυσικών μεγεθών και ακόμη και να εξάγουμε φυσικούς νόμους.
- Οποιοδήποτε παράγωγο μέγεθος μπορεί να εκφραστεί μέσω της ακόλουθης διαστατικής εξίσωσης:

  $\mathbf{[X]=[A]^{a}[B]^{b}[C]^{c}}$ όπου A, B, C, … θεμελιώδη μεγέθη

Παράδειγμα: $[F]=L^{1}T^{-2}M^{1}$

- Διαστατικά ομογενής εξίσωση σημαίνει ότι κάθε όρος έχει τις ίδιες διαστάσεις.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ: Εύρεση κεντρομόλου δύναμης

Πηγή: [2]

Θεωρούμε σώμα μάζας m το οποίο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα σταθερού μέτρου υ στην περιφέρεια κύκλου ακτίνας r, υπό την επίδραση της κεντρομόλου δυνάμεως F. Το σώμα έχει τρεις ιδιότητες που είναι πιθανόν να είναι σημαντικές στην κίνηση του και άρα εύλογα μπορούμε να υποθέσουμε ότι η κεντρομόλος δύναμη θα εξαρτάται από αυτές τις ποσότητες, σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση

$$F \propto m^{\alpha} \upsilon^{\beta} r^{\gamma}$$

$$[F] = [m]^{\alpha}[\upsilon]^{\beta}[r]^{\gamma} \Rightarrow \mathrm{L}^1\mathrm{T}^{-2}\mathrm{M}^1 = \mathrm{M}^{\alpha}\mathrm{L}^{\beta}\mathrm{T}^{-\beta}\mathrm{L}^{\gamma} = \mathrm{L}^{\beta+\gamma}\mathrm{T}^{-\beta}\mathrm{M}^{\alpha}$$

απ' όπου προκύπτουν τρεις αλγεβρικές σχέσεις από τις οποίες μπορούμε να υπολογίσουμε τους εκθέτες α, β και γ

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ -\beta = -2 \\ \beta + \gamma = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 2 \\ \gamma = -1 \end{cases}$$

Τελικά,

$$F \propto \frac{m\upsilon^2}{r}$$

με το συντελεστή αναλογίας στην περίπτωση μας συμπτωματικά να ισούται με τη μονάδα.

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ

- Μέτρηση του ίδιου μεγέθους (π.χ. η μέτρηση μήκους, η μέτρηση περιόδου ταλάντωσης ενός εκκρεμούς…) περισσότερες από μία φορές δίνει διαφορετικές τιμές…

  - Ποια είναι η σωστή;
  - Πώς είναι δυνατό να μετράω «το ίδιο πράγμα» πολλές φορές και να παίρνω διαφορετικές τιμές;

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ

- Κάθε μέτρηση **υπόκειται** σε σφάλματα ακόμα και αν χρησιμοποιούμε τα τελειότερα όργανα…
- Η ανάγκη επεξεργασίας των πειραματικών μετρήσεων οδήγησε στην ανάπτυξη **ειδικών αναλυτικών προσεγγιστικών μεθόδων.**

Μαθηματικός ορισμός του σφάλματος

$$\varepsilon = \underbrace{\chi}_{\text{Μετρούμενη τιμή}} - \underbrace{X}_{\text{Πραγματική τιμή}}$$

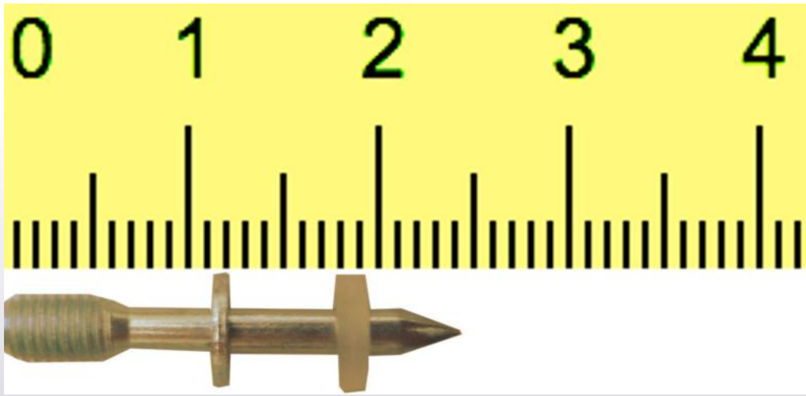
Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ

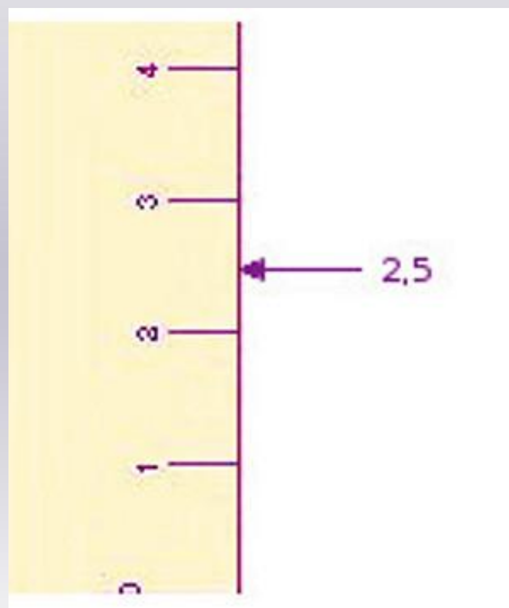
- Ποιες μετρήσεις επηρεάζονται από σφάλματα;
- Τι μέγεθος έχουν τα σφάλματα αυτά;
- Τι τύπου σφάλματα έχουμε;

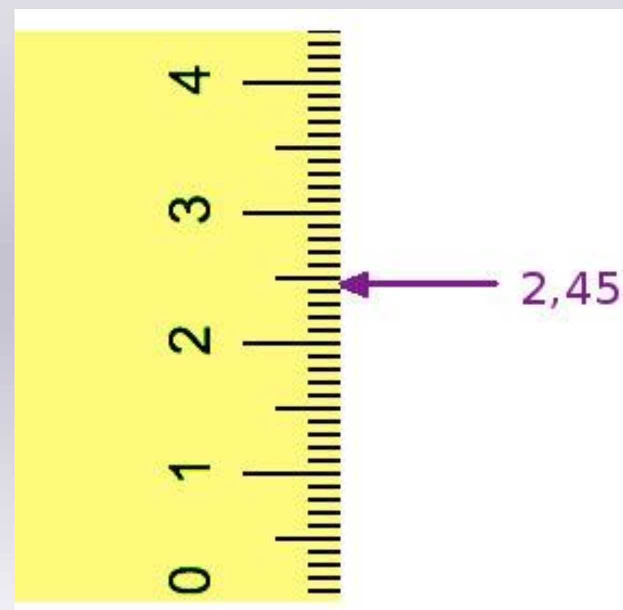
➢ Πρωτογενείς ή άμεσες μετρήσεις

➢ Παράγωγα μεγέθη, που προκύπτουν από τις άμεσες-πρωτογενείς μετρήσεις

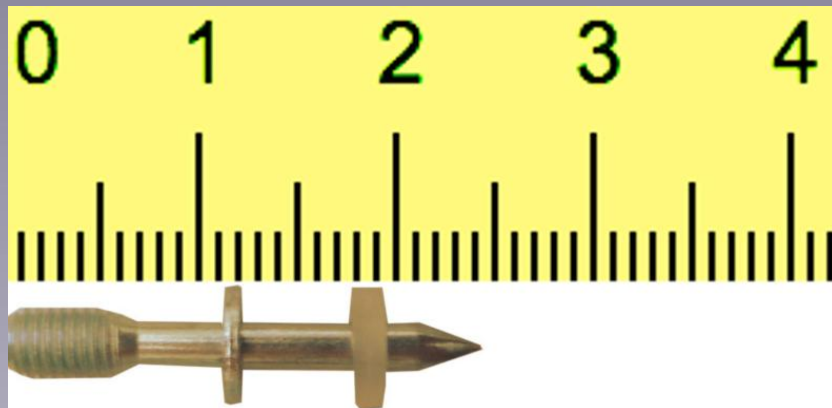
Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ





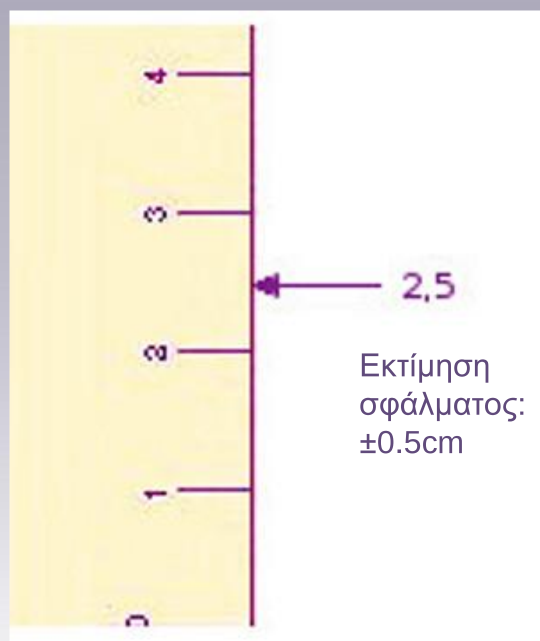


Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ

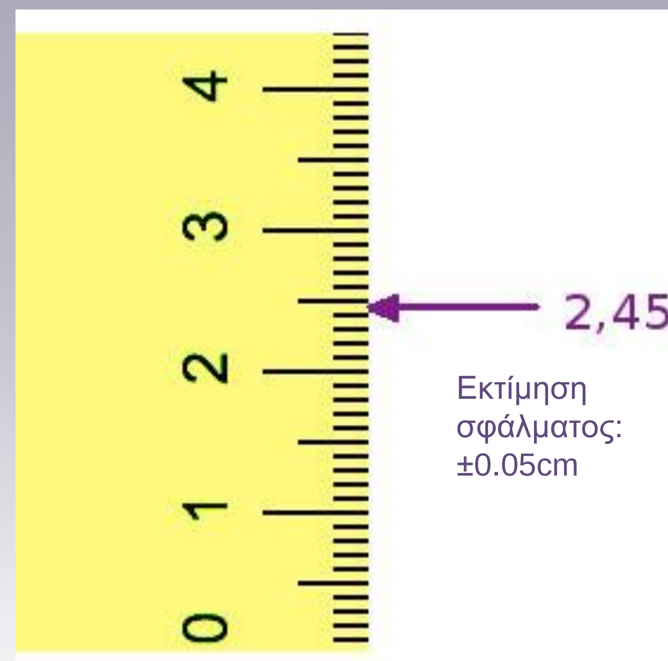


$$\left(2.5 \pm 0.5\right) cm$$

$$\left(2.45 \pm 0.05\right) cm$$

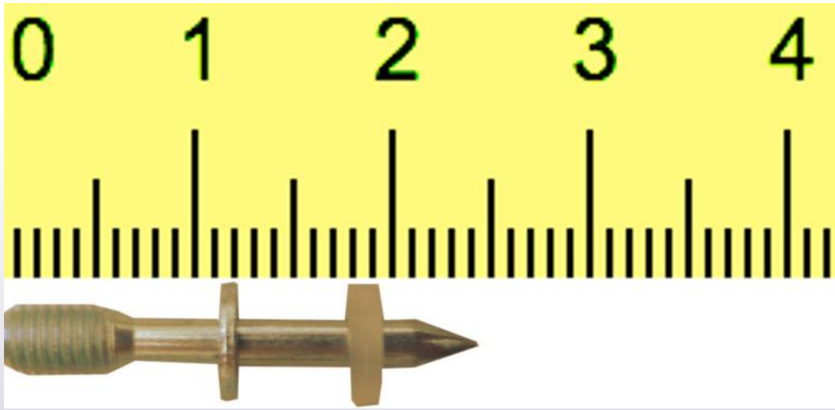


Εκτίμηση σφάλματος: ±0.5cm



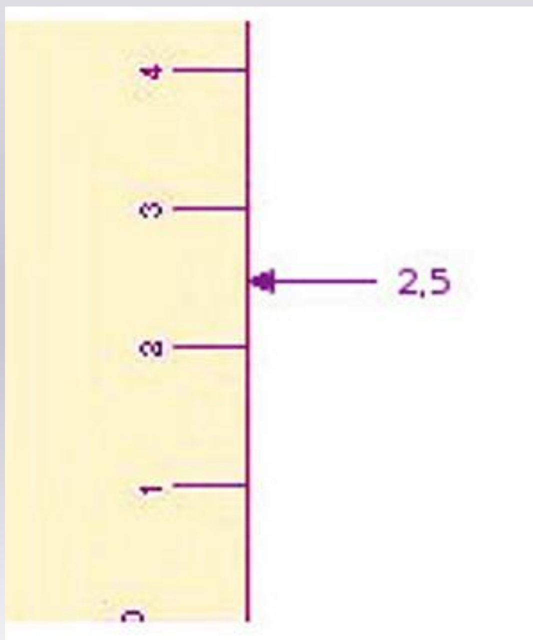
Εκτίμηση σφάλματος: ±0.05cm

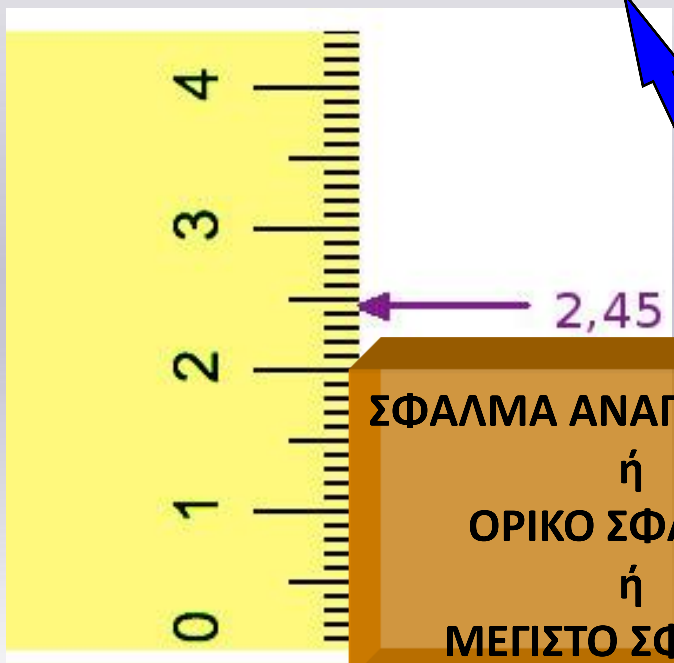
Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ



$$\left(2.5 \pm 0.5\right)cm$$

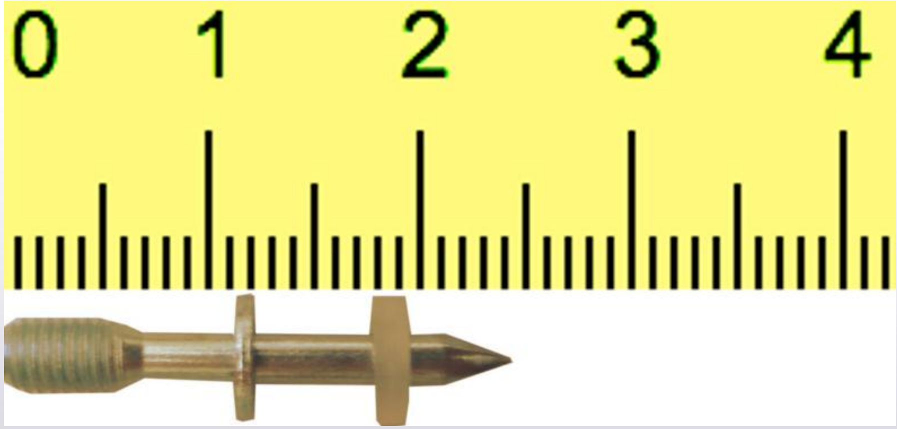
$$\left(2.45 \pm 0.05\right)cm$$





ΣΦΑΛΜΑ ΑΝΑΓΝΩΣΗΣ
ή
ΟΡΙΚΟ ΣΦΑΛΜΑ
ή
ΜΕΓΙΣΤΟ ΣΦΑΛΜΑ

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ



$$\left(2.5 \pm 0.5\right) cm$$

$$\left(2.45 \pm 0.05\right) cm$$

Σχετικό σφάλμα:

$$\frac{0.5}{2.5} = 0.2 \;\; \eta' \;\; 20\%$$

$$\frac{0.05}{2.45} = 0.02 \;\; \eta' \;\; 2\%$$

ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΗΝ «ΠΟΙΟΤΗΤΑ» ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ

- ***Η λέξη σφάλμα έχει εδώ την έννοια της αβεβαιότητας και όχι του λάθους.***
- ***Για παράδειγμα η προηγούμενη έκφραση σημαίνει ότι η πιθανότερη τιμή είναι 2.45 cm και η «πραγματική τιμή» έχει πολύ μεγάλη πιθανότητα να βρίσκεται στο διάστημα μεταξύ 2.45-0.05=2.40 cm και 2.45+0.05=2.50 cm.***
- ***Το σφάλμα στην πραγματικότητα έχει πρακτική αξία μόνο αν γνωρίζουμε την «πραγματική τιμή»***

ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

- ***ΤΥΧΑΙΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ:*** Είναι αναπόφευκτα και περιγράφονται με τη **στατιστική θεωρία**
- ***ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ***

ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

***ΤΥΧΑΙΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ** (Random errors)*

Οφείλονται σε τυχαίους παράγοντες, οι οποίοι κάνουν το αποτέλεσμα μιας μέτρησης να προκύπτει άλλοτε μεγαλύτερο και άλλοτε μικρότερο από την «ακριβή» τιμή.

***ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ** (Systematic errors)*

Οφείλονται σε παράγοντες οι οποίοι κάνουν το αποτέλεσμα μιας μέτρησης να προκύπτει πάντα μεγαλύτερο (ή πάντα μικρότερο) από την «ακριβή» τιμή.

ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

ΤΥΧΑΙΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ

Μπορούν να ανιχνευθούν με την επανάληψη της μέτρησης.

ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ

Οφείλονται κυρίως στη βαθμονόμηση ή βλάβη των οργάνων μέτρησης καθώς και στη μέθοδο μέτρησης. Δεν ανιχνεύονται με την επανάληψη της μέτρησης αλλά με λεπτομερή έλεγχο οργάνων και μεθόδου. Όταν ανιχνευθούν αποβάλλονται από όλες τις μετρήσεις.

ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

ΤΥΧΑΙΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ - ***Παραδείγματα:***

Κατά τη μέτρηση του μήκους ενός μολυβιού, υπάρχουν αβεβαιότητες οι οποίες μπορεί να υπεισέρχονται από:

- Μη σύμπτωση της άκρης του μολυβιού με το μηδέν της κλίμακας.
- Μη παραλληλία του μολυβιού με την κλίμακα.
- Το άλλο άκρο του μολυβιού δεν συμπίπτει ακριβώς με κάποια υποδιαίρεση της κλίμακας, οπότε γίνεται υποκειμενική εκτίμηση.
- Παράλλαξη, όταν ο παρατηρητής δεν βλέπει κατακόρυφα την κλίμακα, αλλά υπό γωνία. {Σημείωση: αν ο παρατηρητής βλέπει την κλίμακα από διαφορετική γωνία-και από δεξιά και από αριστερά, τότε το σφάλμα είναι τυχαίο. Αν όμως τη βλέπει πάντα από μια συγκεκριμένη γωνία τότε το σφάλμα θα είναι συστηματικό}

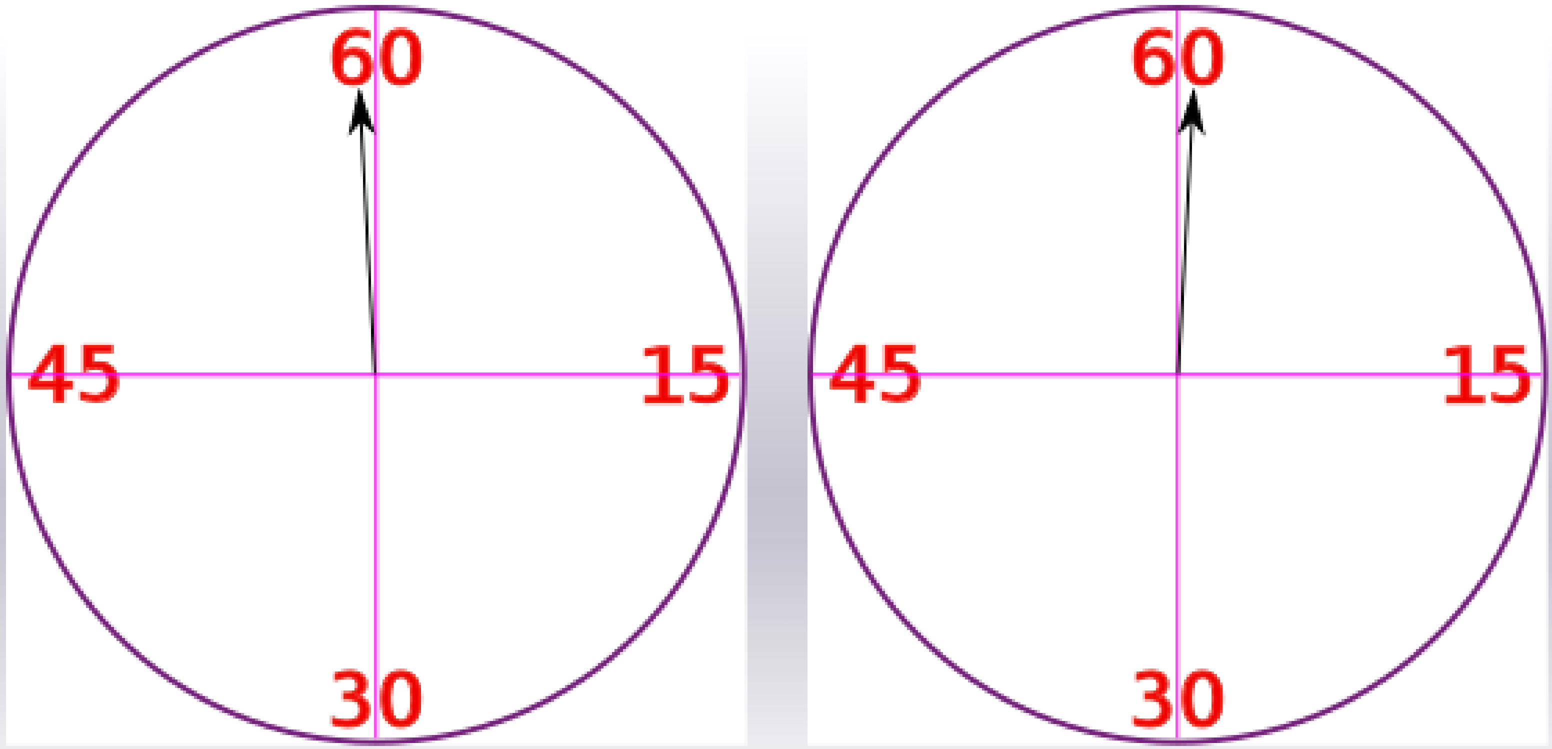
ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ - Παραδείγματα:

- ***Μετάθεση του μηδενός:*** π.χ. σε ένα κύκλωμα η ένδειξη ενός βολτομέτρου πριν την εφαρμογή της τάσης δεν είναι 0 αλλά 0.2V.
- ***Κακή βαθμονόμηση οργάνου:*** π.χ. Μια τάση 5.0 V, το βολτόμετρο τη μετράει ως 4.9V, δηλ. με σφάλμα $\frac{5.0-4.9}{5.0}x100 = 2\%$. Άρα όλες οι μετρήσεις με το βολτόμετρο αυτό θα είναι κατά 2% μικρότερες από την πραγματική τιμή!
- ***Σφάλματα παρατηρητή:*** π.χ. σε μετρήσεις χρόνου, αν ο παρατηρητής έχει ¨αργά¨ ανακλαστικά θα σταματάει πάντα το χρονόμετρο αργότερα από ότι πρέπει με αποτέλεσμα να προκύπτουν πάντα τιμές του χρόνου μεγαλύτερες από τις πραγματικές!
- ***Χρήση προσεγγιστικών σχέσεων από τη θεωρία:*** π .χ. Η περίοδος του απλού μαθηματικού εκκρεμούς δίδεται από: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1+\frac{1}{4}sin^4\frac{\theta}{2}+\frac{9}{64}sin^4\frac{\theta}{2}+\cdots\right)$ Χρησιμοποιώντας τη σχέση: $T = 2\pi\sqrt{(l/g)}$ εισάγουμε συστηματικό σφάλμα στα αποτελέσματα μας!

ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

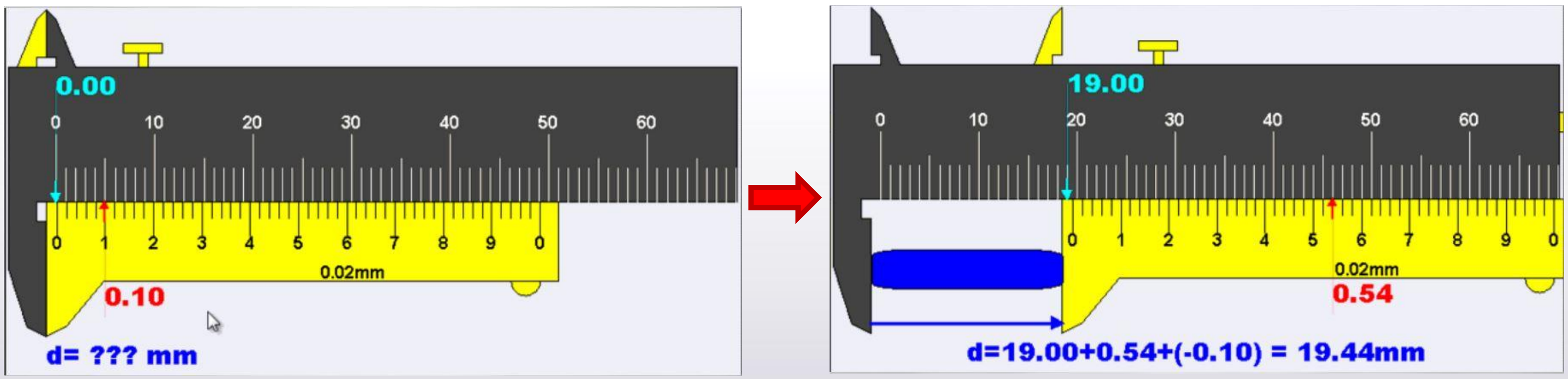
Παραδείγματα



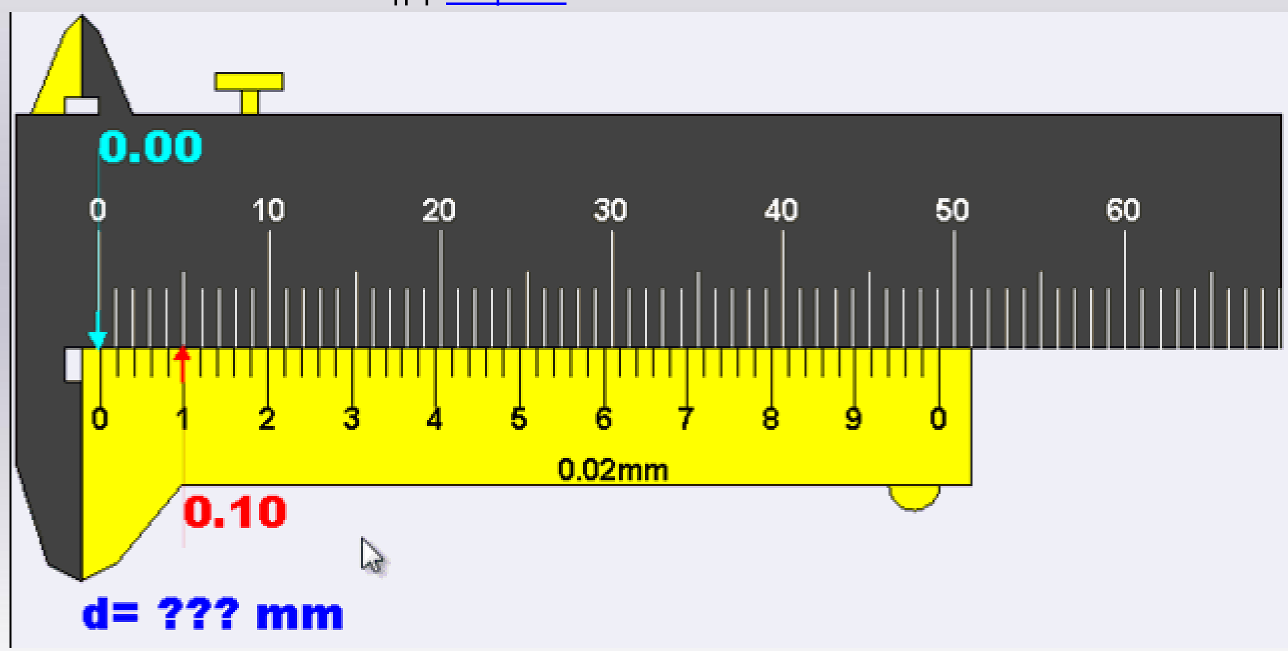
Συστηματικά σφάλματα : Μετάθεση μηδενός χρονομέτρου

ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

Παραδείγματα



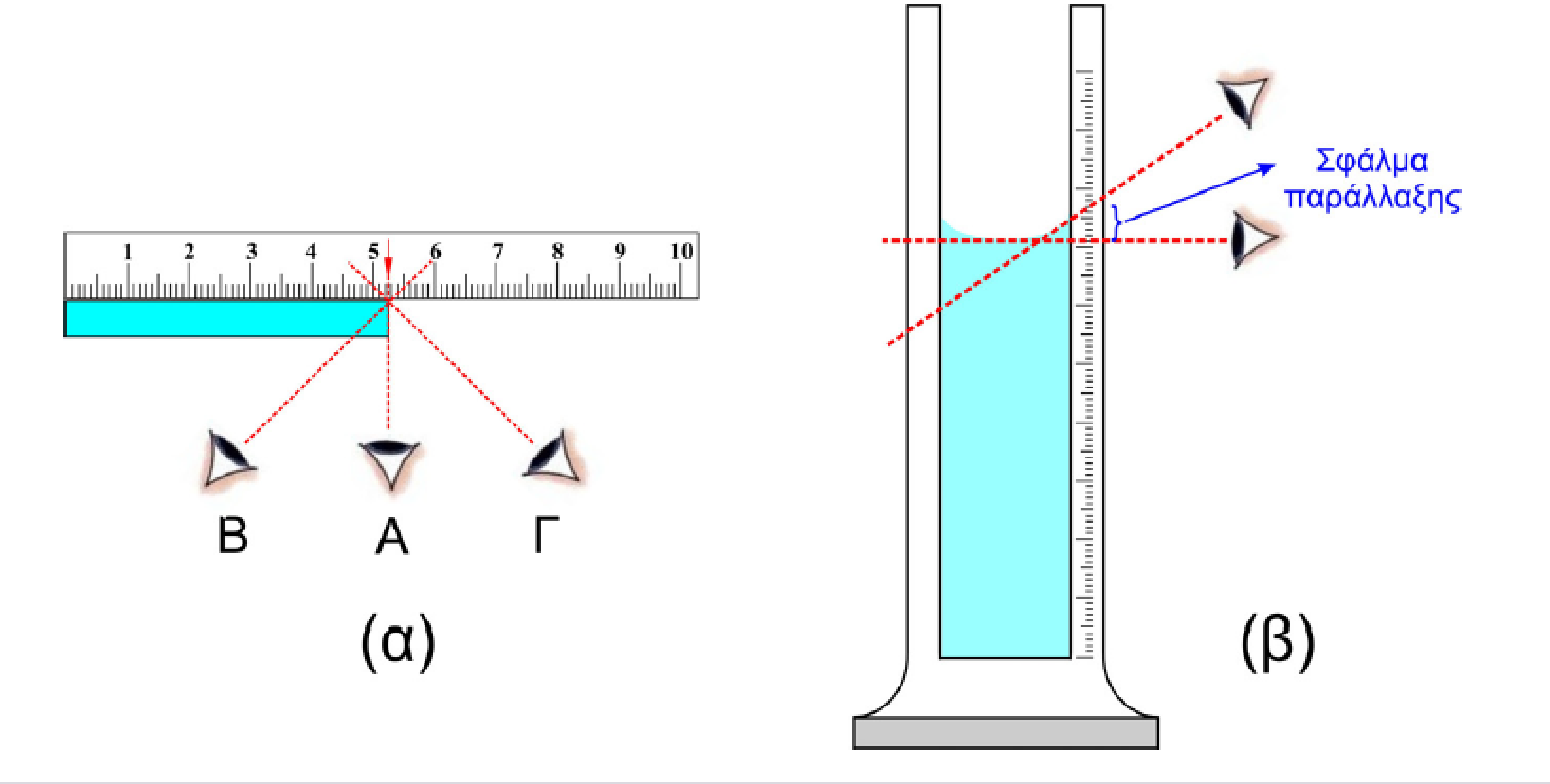
Πηγή: wikipedia



Συστηματικά σφάλματα : Μετάθεση μηδενός σε διαστημόμετρο

ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

Παραδείγματα



Πηγή: [2]

Σφάλμα Παράλλαξης

ΑΚΡΙΒΕΙΑ & ΟΡΘΟΤΗΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

➢ ***ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ (precision)***

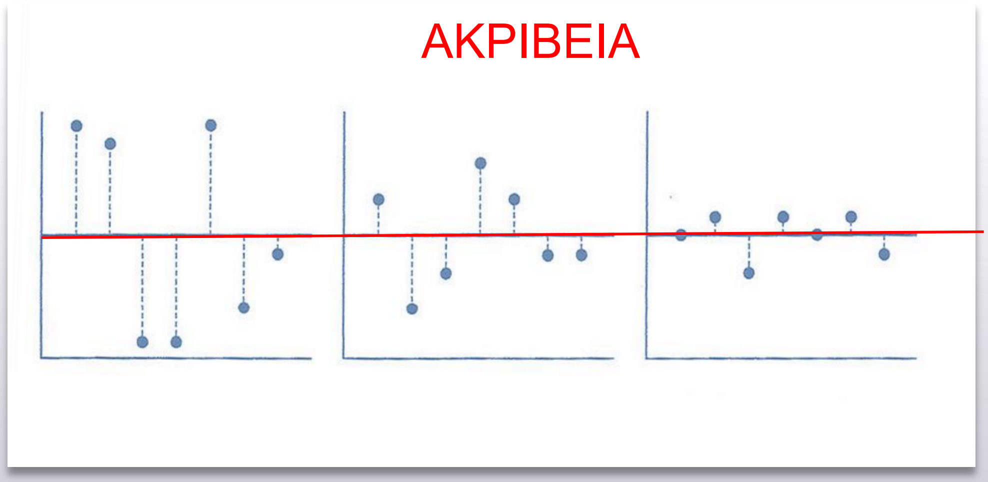
Ο όρος *ΑΚΡΙΒΕΙΑ ή ΠΙΣΤΟΤΗΤΑ* μετρήσεων αναφέρεται στο πόσο κοντινές μεταξύ τους είναι οι τιμές ενός φυσικού μεγέθους, που προκύπτουν μετά από επανάληψη μετρήσεων, κάτω από τις ίδιες συνθήκες, και οι μετρήσεις βαρύνονται από Τυχαία σφάλματα.

➢ ***ΟΡΘΟΤΗΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ (accuracy)***

Ο όρος *ΟΡΘΟΤΗΤΑ* μετρήσεων αναφέρεται στο πόσο κοντά είναι στην πραγματική τιμή, η πειραματικά προσδιοριζόμενη τιμή ενός φυσικού μεγέθους.

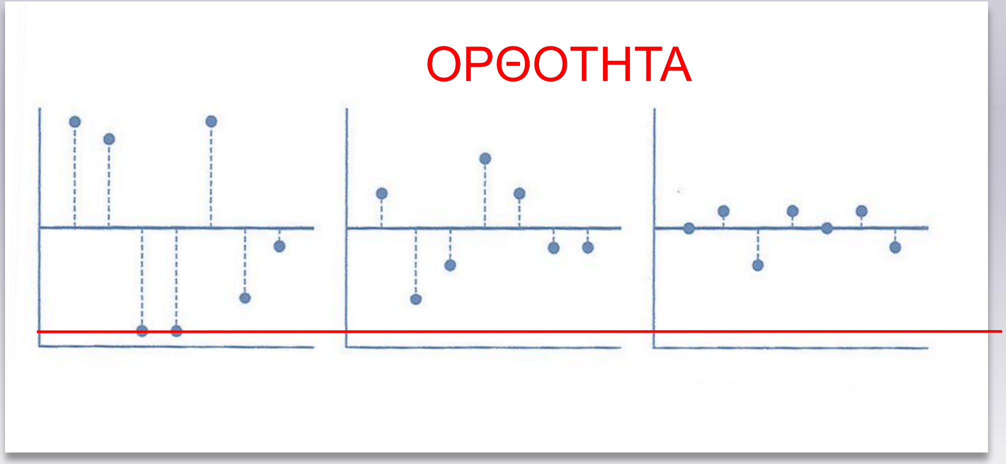
Ένα πειραματικό αποτέλεσμα είναι ΟΡΘΟ όταν είναι απαλλαγμένο από Συστηματικά Σφάλματα, ενώ όταν δεν βαρύνεται από Τυχαία Σφάλματα (…πράγμα που είναι αδύνατο!) ονομάζεται ΑΚΡΙΒΕΣ.

ΑΚΡΙΒΕΙΑ & ΟΡΘΟΤΗΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ



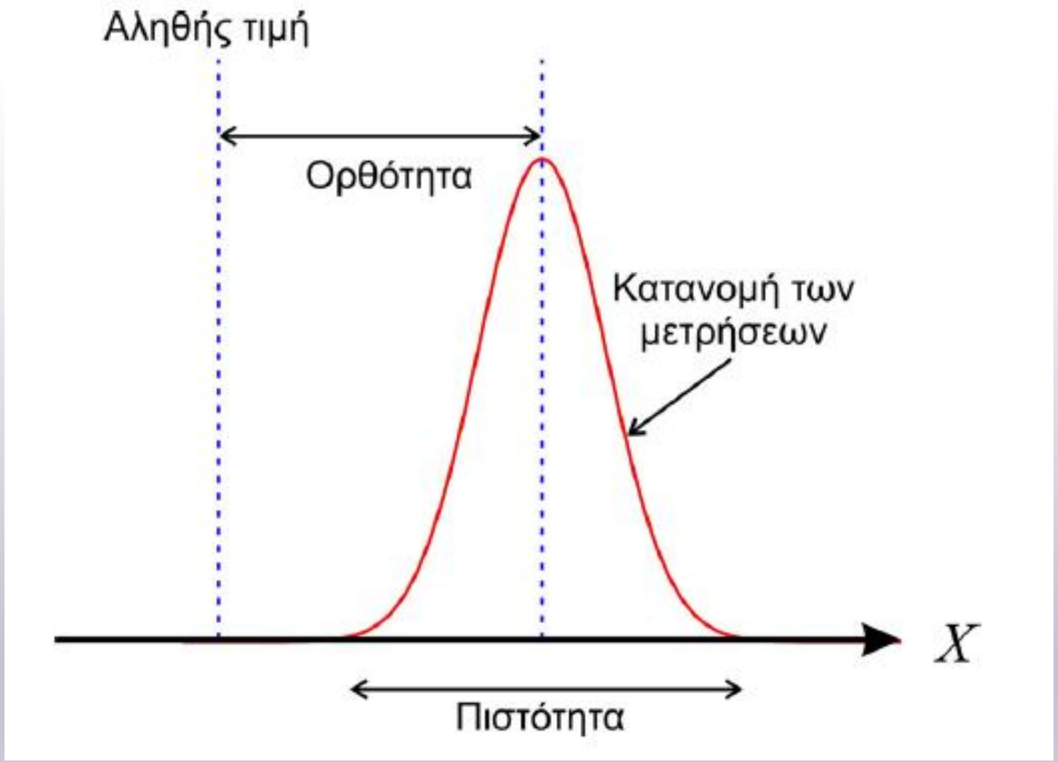
Οι μετρήσεις βαρύνονται μόνο με ***τυχαία σφάλματα***:
Η μέση τιμή προσεγγίζει πολύ καλά την Πραγματική Τιμή!

——Πραγματική τιμή
——Μέση τιμή



Οι μετρήσεις βαρύνονται - εκτός από ***τυχαία σφάλματα -*** και με ***συστηματικά σφάλματα***:
Η μέση τιμή είναι μετατοπισμένη σε σχέση με την Πραγματική Τιμή!

ΑΚΡΙΒΕΙΑ & ΟΡΘΟΤΗΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ



Μικρή διαφορά μετρούμενης και «πραγματικής» τιμής σημαίνει υψηλή ορθότητα. Μικρή διασπορά των μετρούμενων τιμών σημαίνει υψηλή πιστότητα. Πηγή : [2]

ΜΕΓΙΣΤΟ ΣΦΑΛΜΑ ΑΝΑΓΝΩΣΗΣ

Στα ψηφιακά όργανα μέτρησης το μέγιστο σφάλμα ανάγνωσης είναι ίσο με την μικρότερη δυνατή ένδειξη. Στα αναλογικά είναι ίσο με το μισό της μικρότερης υποδιαίρεσης.

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ

Η σύγκριση δύο αριθμών που έχουν προκύψει από μετρήσεις γίνεται με σύγκριση των περιοχών στις οποίες βρίσκονται. Αν υπάρχει επικάλυψη των περιοχών τότε τα αποτελέσματα συμφωνούν, ενώ αν δεν υπάρχει επικάλυψη τα αποτελέσματα διαφωνούν.

Παράδειγμα
Σε ένα πείραμα κρούσης, η μέτρηση της αρχικής και της τελικής ενέργειας του συστήματος έδωσε τα παρακάτω αποτελέσματα
$E_1=(152\pm5)$ J
$E_2=(159\pm3)$ J
Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η κρούση είναι ελαστική;

Ποια από τις δύο μετρήσεις είναι πιο ακριβής;

ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΗΣ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

Έστω ότι θέλουμε να εξετάσουμε την επίδραση της θερμοκρασίας στην αντίσταση ενός ηλεκτρικού στοιχείου. Πήραμε τις μετρήσεις:

R=200.02 Ω στους 10 ^{o}C

R=200.05 Ω στους 20 ^{o}C

Η διαφορά είναι σημαντική; Αποδεικνύεται ότι υπάρχει εξάρτηση της αντίστασης από τη θερμοκρασία;

Πρέπει να γνωρίζουμε την αβεβαιότητα.

- Αν π.χ. η αβεβαιότητα είναι 0.01 Ω, τότε η παραπάνω διαφορά είναι σημαντική και συμπεραίνουμε ότι η αντίσταση αυξάνεται με τη θερμοκρασία.
- Αν π.χ. η αβεβαιότητα είναι 0.05 Ω τότε η διαφορά δεν είναι σημαντική. Είναι μέσα στα όρια του πειραματικού σφάλματος και συμπεραίνουμε ότι δεν έχουμε εξάρτηση της αντίστασης από τη θερμοκρασία.

Η αβεβαιότητα είναι σημαντική όσο και η τιμή

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

➢Αν δεν γνωρίζουμε τις αβεβαιότητες δεν μπορούμε να καταλήξουμε σε συμπέρασμα. Η πιθανότερη τιμή δεν αρκεί.

➢Πρέπει να μπορούμε να δικαιολογήσουμε την αβεβαιότητα που παρουσιάζουμε αναφέροντας τα σφάλματα που υπεισέρχονται σε κάθε μέτρηση.

➢Η αβεβαιότητα πρέπει να είναι σχετικά μικρή (συνήθως <5% της μετρούμενης τιμής). Το πόσο μικρή εξαρτάται βασικά από το πρόβλημα.

➢Πρέπει να είμαστε σε θέση να αποφασίζουμε το απαραίτητο επίπεδο ακρίβειας ώστε να αποφεύγουμε μία περιττή μείωση της αβεβαιότητας που ενδεχομένως κοστίζει με πολλούς τρόπους.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Να υπολογίσετε τις διαστάσεις της σταθεράς ε_0 μέσω του νόμου του Coulomb.

2) Να βρείτε την εξάρτηση της περιόδου της ταλάντωσης του εκκρεμούς από το μήκος L και το g, χρησιμοποιώντας διαστατική ανάλυση. Μπορούμε να συμπεράνουμε αν υπάρχει εξάρτηση από την αρχική γωνία εκτροπής (πλάτος);

3) Η μέτρηση δύο αντιστάσεων έδωσε τα αποτελέσματα:
$R1=(83.4\pm0.3)\cdot10^3\ \Omega$ και $R2=(25.3\pm0.2)\cdot10^3\ \Omega$. Ποια αντίσταση μετρήθηκε με μεγαλύτερη ακρίβεια;

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Οι παραδόσεις αυτές βασίζονται στις παραδόσεις της Καθηγήτριας κ. Γεωργά και του Καθηγητή κ. Κροντηρά.

Επίσης χρησιμοποιήθηκαν:

[1] Καμαράτος Μ., Εισαγωγή στην Ανάλυση Πειραματικών Μετρήσεων, Κλειδάριθμος 2019.

[2] Σάλτας Β., Εργαστηριακός Οδηγός Φυσικής, ΣΕΑΒ 2015.

[3] Taylor J., An Introduction to Error Analysis, University Science Books 1997.

[4] Μαθιουλάκης Μ., Μέτρηση, Ποιότητα Μέτρησης και Αβεβαιότητα, Ελληνική ένωση Εργαστηρίων 2004.