

## ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ: Κβαντική Φυσική 2

- **Μήτρες του Πάουλι.**  $\hat{\sigma}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\hat{\sigma}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\hat{\sigma}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ .
- **Τελεστές σε κιούμπιτ.** Οι ιδιοτιμές του  $\hat{A} = \sum_i a_i \hat{\sigma}_i$  είναι οι  $a_+ = |\mathbf{a}|$  και  $a_- = -|\mathbf{a}|$ , όπου  $|\mathbf{a}| = \sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}}$ . Τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα είναι  $|a_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2|\mathbf{a}|(|\mathbf{a}| - a_3)}} \begin{pmatrix} a_1 - ia_2 \\ |\mathbf{a}| - a_3 \end{pmatrix}$ ,  $|a_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2|\mathbf{a}|(|\mathbf{a}| + a_3)}} \begin{pmatrix} -|\mathbf{a}| + a_3 \\ a_1 - ia_2 \end{pmatrix}$ . Φασματικοί προβολείς:  $\hat{P}_\pm = |a_\pm\rangle\langle a_\pm| = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \sum_i \frac{a_i}{|\mathbf{a}|} \hat{\sigma}_i \right)$ .
- **Ιδιοκαταστάσεις ορμής.**  $\langle x|k\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{ikx}$ .
- **Ταυτότητα Χάνταμαρ.**  $e^{\hat{A}\hat{B}} e^{-\hat{A}} = \hat{B} + [\hat{A}, \hat{B}] + \frac{1}{2!} [\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]] + \frac{1}{3!} [\hat{A}, [\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]]] + \dots$
- **Ταυτότητα BCH**  $e^{\hat{A}} e^{\hat{B}} = \exp \left( \hat{A} + \hat{B} + \frac{1}{2} [\hat{A}, \hat{B}] + \frac{1}{12} [\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]] - \frac{1}{12} [\hat{B}, [\hat{A}, \hat{B}]] + \dots \right)$ .
- **Αρμονικός ταλαντωτής.**  $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = \hat{1}$ ,  $\hat{N} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ ,  $\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle$ ,  $\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle$ ,  $\hat{a} = \sqrt{\frac{m\omega}{2}} \hat{x} + \frac{i}{\sqrt{2m\omega}} \hat{p}$ .
- **Εξίσωση εξέλιξης σε εικόνα Χάιζενμπεργκ.**  $-i \frac{\partial \hat{A}(t)}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{A}(t)]$ .
- **Ανισότητα Μάντελσταμ-Ταμ.**  $\Delta H \Delta A \geq \frac{1}{2} |\langle \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} \rangle|$ .
- **Από κοινού πιθανότητα διαδοχικών μετρήσεων.**  $\text{Prob}(a_n, b_m) = \text{Tr}(\hat{P}_n \hat{Q}_m \hat{P}_n \hat{\rho})$ .
- **Πιθανότητα μετρήσεων σε σύνθετο σύστημα.**  $\text{Prob}(a, b) = \text{Tr}(\hat{\rho} \hat{P}_a \otimes \hat{Q}_b)$
- **Βασικές σχέσεις στροφορμής.**  $\hat{J}_\pm = \hat{J}_1 \pm i\hat{J}_2$ ,  $\hat{J}^2|j, m\rangle = j(j+1)|j, m\rangle$ ,  $\hat{J}_3|j, m\rangle = m|j, m\rangle$ ,  $\hat{J}_+|j, m\rangle = \sqrt{j(j+1) - m(m+1)}|j, m+1\rangle$ ,  $\hat{J}_-|j, m\rangle = \sqrt{j(j+1) - m(m-1)}|j, m-1\rangle$
- **Εσωτερικό γινόμενο στροφορμών.**  $\hat{J}_1 \cdot \hat{J}_2|J, M\rangle = \frac{1}{2} [J(J+1) - j_1(j_1+1) - j_2(j_2+1)]|J, M\rangle$ .
- **Σχέσεις για την τροχιακή στροφορμή.**  $\hat{l}_\pm = e^{\pm i\phi} \left( \pm \frac{\partial}{\partial \theta} + i \cot \theta \frac{\partial}{\partial \phi} \right)$ ,  $Y_{\ell\ell}(\theta, \phi) = C_\ell \sin^\ell \theta e^{i\ell\phi}$ ,  $\hat{\mathbb{P}}|\ell, m\rangle = (-1)^\ell | \ell, m \rangle$ .
- **Τελεστής αντιστροφής χρόνου και στροφορμή.**  $\hat{\mathbb{T}}|j, m\rangle = (-1)^{j-m} |j, -m\rangle$ .
- **Συζυγής αντιγραμμικού τελεστή.**  $\langle \phi | \hat{S} | \psi \rangle = \langle \psi | \hat{S}^\dagger | \phi \rangle$ .
- **Σωματίο σε ΗΜ πεδίο.**  $\hat{H} = \frac{1}{2m} \left( \hat{\mathbf{P}} - \frac{q}{c} \mathbf{A} \right)^2 + q\phi - \gamma \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{S}}$ , παράγοντας  $g$ :  $g = \frac{2mc}{q} \gamma$ , μαγνητικό δυναμικό για σταθερό μαγνητικό πεδίο:  $\mathbf{A} = \frac{1}{2} \mathbf{B} \times \mathbf{r}$
- **Διορθώσεις θεωρίας διαταραχών.**  $E_n^{(1)} = \langle n | \hat{V} | n \rangle_0$ ,  $|n\rangle_1 = \sum_{k \neq n} \frac{V_{kn}}{E_n^{(0)} - E_k^{(0)}} |k\rangle_0$ ,  $E^{(2)} = \sum_{k \neq n} \frac{|V_{kn}|^2}{E_n^{(0)} - E_k^{(0)}}$ .
- **Διάσταση συμμετρικών και αντισυμμετρικών υποχώρων.** Αν  $\dim \mathcal{H} = d$ , τότε  $\dim \mathcal{H}_S^N = \frac{(N+d-1)!}{N!(d-1)!}$ ,  $\dim \mathcal{H}_A^N = 0$  αν  $N > d$  και  $\dim \mathcal{H}_A^N = \frac{d!}{N!(d-N)!}$  αν  $N \leq d$ .
- **Σειρά κατάληψης φλοιών.**  $1s, 2s, 2p, 3s, 3p, (4s, 3d), 4p, (5s, 4d), 5p, (6s, 4f, 5d), 6p, (7s, 5f, 6d)$ .
- **Θεωρία Τόμας-Φέρμι.** Εξίσωση ΤΦ:  $\sqrt{z} \frac{d^2 \phi}{dz^2} = \phi^{3/2}$ , πυκνότητα  $n$  κατά ΤΦ  $n(r) = \frac{1}{3\pi^2} \left( \frac{2Z}{a_0 r} \right)^{3/2} \phi(br/a_0)^{3/2}$ ,  $b = 2Z^{1/3} (4\pi/3)^{2/3}$ .
- **Γκαουσιανά ολοκληρώματα.**  $\int_{-\infty}^{\infty} dx x^{2n} e^{-ax^2} = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{(2a)^n}$ ,  $\int_{-\infty}^{\infty} dx x^{2n+1} e^{-ax^2} = 0$ .
- **Εκθετικό ολοκλήρωμα.**  $\int_0^{\infty} dx x^n e^{-ax} = \frac{n!}{a^{n+1}}$ .
- **Προσεγγιστικές συναρτήσεις δέλτα.** Γκαουσιανή,  $\delta_\epsilon(x) = \sqrt{\frac{1}{2\pi\epsilon}} e^{-\frac{x^2}{2\epsilon}}$ . Λορεντσιανή,  $\delta_\epsilon(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\epsilon}{\epsilon^2 + x^2}$ .
- **Βασικό ολοκλήρωμα.**  $\int_{-\infty}^{\infty} dk e^{ikx} = 2\pi \delta(x)$ .
- **Σφαιρικές συναρτήσεις Μπέσσελ.**  $j_\ell(x) = (-x)^\ell \left( \frac{1}{x} \frac{d}{dx} \right)^\ell \frac{\sin x}{x}$ ,  $\eta_\ell(x) = (-x)^\ell \left( \frac{1}{x} \frac{d}{dx} \right)^\ell \frac{\cos x}{x}$   
Ασυμπτωτικά,  $j_\ell(x) \sim \frac{\cos(x - \frac{\ell\pi}{2})}{x}$ ,  $\eta_\ell(x) \sim -\frac{\sin(x - \frac{\ell\pi}{2})}{x}$ .  
 $j_0(0) = 1$ ,  $j_\ell(0) = 0$  για  $\ell \geq 1$ ,  $\eta_\ell(0) = -\infty$ .
- **Ακτίνα του Μπορ.**  $a_0 = 4\pi/(e^2 m_e)$ ,  $a_0 = (m_e \alpha)^{-1}$ , όπου  $\alpha = e^2/(4\pi)$ .