

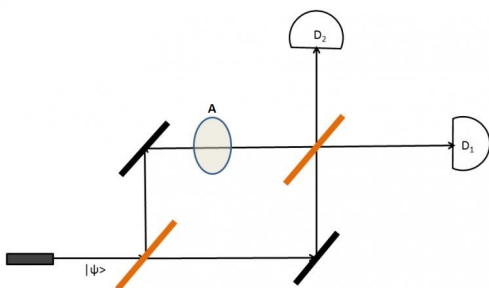
Εξετάσεις Κβαντική Φυσική 2 (3-9-2014)

Διάρκεια εξέτασης: 3 ώρες

1. Οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος; Απαντήστε δίνοντας μία συνοπτική τεκμηρίωση. ($9 \times 0,4$)
 - (α') Το γινόμενο δύο μοναδιαίων τελεστών είναι πάντα μοναδιαίος τελεστής.
 - (β') Η συνάρτηση $\psi(x) = (i + \sqrt{x})^{-1}$ είναι τετραγωνικά ολοκληρώσιμη στο \mathbb{R} .
 - (γ') Αν \hat{A} είναι αυτοσυζυγής τελεστής, ο τελεστής $e^{i\hat{A}}$ είναι μοναδιαίος τελεστής.
 - (δ') Σε σύστημα δυο ταλαντωτών με συχνότητες ω και $\sqrt{2}\omega$, η 200η ενεργειακή στάθμη έχει βαθμό εκφυλισμού ίσο με 201.
 - (ε') $\delta(e^x + 1) = e^{-x}\delta(x)$.
 - (στ') Ένα σύνθετο σωματίο δεν μπορεί να είναι φερμιόνιο ή μποζόνιο.
 - (ζ') Σε κβαντικά συστήματα, μία μικτή κατάσταση αναλύεται σε καθαρές με μοναδικό τρόπο.
 - (η') Ένα καταστατικό διάνυσμα που περιγράφει το άτομο του ηλίου είναι αντισυμμετρικό ως προς την εναλλαγή οποιωνδήποτε δύο από τα έξι φερμιόνια που συνθέτουν το άτομο.
 - (θ') Όταν ένας τελεστής \hat{Q} μετατίθεται με τη Χαμιλτονιανή, τότε για δεδομένη προετοιμασία του συστήματος όλες οι μετρήσεις της ποσότητας που αντιστοιχεί στο \hat{Q} δίνουν πάντα την ίδια τιμή.

2. Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα. ($5 \times 0,6$)

- (α') Γράψτε το διάνυσμα της σφαίρας του Bloch που αντιστοιχεί στην καθαρή κατάσταση ενός qubit $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$.
- (β') Γράψτε το διάνυσμα της σφαίρας του Bloch που αντιστοιχεί στη μικτή κατάσταση ενός qubit $\hat{\rho} = \frac{1}{3}|0\rangle\langle 0| + \frac{2}{3}|1\rangle\langle 1|$.
- (γ') Θεωρείστε σύστημα 4 αρμονικών ταλαντωτών συχνότητας ω που ικανοποιούν στατιστική Φέρμι. Πόση είναι η ενέργεια και ο βαθμός εκφυλισμού της 3ης ενεργειακής στάθμης;
- (δ') Υπολογίστε το bracket $\langle k|\hat{x}\hat{p}|x\rangle$ για σωματίο σε μία διάσταση, όπου $|x\rangle$ και $|k\rangle$ τα γενικευμένα ιδιοδιανύσματα θέσης και ορμής αντίστοιχα.
- (ε') Στο συμβολόμετρο τύπου Mach-Zehnder εισέρχεται qubit σε κατάσταση $|0\rangle$ και στη μία διαδρομή γίνεται δράση που αντιστοιχεί στον τελεστή $\hat{A} = \hat{\sigma}_2$. Γράψτε τα ket που εξέρχονται από το συμβολόμετρο.



3. Δύο qubit έχουν προετοιμαστεί στην κατάσταση

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}}|1, 1\rangle - \frac{2i}{\sqrt{5}}|0, 0\rangle.$$

Στο πρώτο qubit γίνεται μέτρηση που αντιστοιχεί στον τελεστή $\hat{\sigma}_1$ και στο δεύτερο qubit μέτρηση που αντιστοιχεί στο τελεστή $\hat{\sigma}_3$. Υπολογίστε τις αντίστοιχες πιθανότητες. (2)

4. Ηλεκτρόνιο βρίσκεται σε κατάσταση με τροχιακή στροφορμή $l = 1$ και $m_l = 0$. Ποια είναι η πιθανότητα η μέτρηση της ολικής στροφορμής του να δώσει τιμή που αντιστοιχεί σε $j = \frac{1}{2}$, αν $m_s = \frac{1}{2}$; (1,5)