

Εξετάσεις Κβαντική Φυσική 2, Ιούνιος 2022

Όνοματεπώνυμο:

Εξάμηνο:

ΑΜ:

Μέρος Α

Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα πολλαπλής επιλογής. Κάθε ορθή απάντηση είναι +0,4 μονάδες, για κάθε λανθασμένη αφαιρούνται 0,1 μονάδες. Δεν προσθαφαιρείται βαθμός για μη απάντηση.

1. Κιούμπι προετοιμάζεται σε κατάσταση $|\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{10}}(3|0\rangle - |1\rangle)$. Αρχικά του γίνεται μέτρηση του τελεστή $\hat{\sigma}_1$ και μετά μέτρηση του $\hat{\sigma}_3$. Ποια είναι η πιθανότητα να δώσουν και οι δύο τιμή +1;

(α) 0 (β) $\frac{1}{10}$ (γ) $\frac{1}{5}$ (δ) $\frac{1}{4}$ (ε) $\frac{1}{2}$

2. Σωματίο κινείται στην ημιευθεία κάτω από δυναμικό $V(x) = -ae^x$, όπου $a > 0$. Το φάσμα του είναι

(α) μόνο διακριτό με εκφυλισμό 1
(β) διακριτό με εκφυλισμό 1, συνεχές με εκφυλισμό 1
(γ) διακριτό με εκφυλισμό 1, συνεχές με εκφυλισμό 2
(δ) μόνο συνεχές με εκφυλισμό 1
(ε) μόνο συνεχές με εκφυλισμό 2

3. Οι ιδιοτιμές της ενέργειας ενός σφαιρικά συμμετρικού δυναμικού σε αδιάστατες μονάδες είναι $E_{n,\ell} = \sqrt{n}$, όπου n, ℓ οι συνήθεις κβαντικοί αριθμοί για σφαιρικά συμμετρικά δυναμικά ($n \geq 1, 0 \leq \ell < n$). Η πυκνότητα καταστάσεων $g(\epsilon)$ στο όριο που $\epsilon \rightarrow \infty$ είναι ανάλογη του

(α) $\epsilon^{1/2}$ (β) ϵ (γ) ϵ^2 (δ) $\epsilon^{7/2}$ (ε) ϵ^5

4. Όλα τα ενδεχόμενα στο παραπάνω πρόβλημα μπορούν να περιγραφούν από μία πυκνότητα καταστάσεων $g(\epsilon) \sim \epsilon^a$ για κάποια τιμή του a . Έστω ότι έχουμε $N \gg 1$ φερμιόνια σε τέτοιο δυναμικό. Η ενέργεια της θεμελιώδους είναι ανάλογη του N^b , όπου $b =$

(α) $1 - \frac{1}{a}$ (β) $1 - \frac{1}{2a}$ (γ) $1 - \frac{1}{1+a}$ (δ) $1 + \frac{1}{a+1}$ (ε) $1 + \frac{1}{a}$

5. Οι ιδιοτιμές της ενέργειας για σωματίο σε δισδιάστατο πηγάδι δυναμικού είναι της μορφής $E_{n_1, n_2} = b(n_1^2 + n_2^2)$, όπου $b > 0$ και $n_1, n_2 = 1, 2, 3, \dots$. Έστω ότι στο πηγάδι βρίσκονται 20 ηλεκτρόνια. Πόση είναι η ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης;

(α) $100b$ (β) $110b$ (γ) $120b$ (δ) $130b$ (ε) $140b$

6. Θεωρείστε το παραπάνω πρόβλημα στην περίπτωση που μέσα στο πηγάδι βρίσκονται 20 πυρήνες He_2^4 . (Αλλάζει μόνο η τιμή του b .) Πόση είναι η ενέργεια της θεμελιώδους;

(α) η ίδια έκφραση με πριν (β) 0 (γ) $20b$ (δ) $40b$ (ε) $400b$

7. Ποια από τις παρακάτω κυματοσυναρτήσεις δεν είναι τετραγωνικά ολοκληρώσιμη στο \mathbf{R} ;

(α) $\psi(x) = \frac{e^{-|x|}}{1+|x|} \tanh x$ (β) $\psi(x) = \frac{1}{1+x^2}$ (γ) $\psi(x) = \frac{1}{\sinh x}$ (δ) $\psi(x) = e^{-x^2+x}$ (ε) $\psi(x) = \frac{\sin x}{x}$

8. Σύστημα προετοιμάζεται σε ιδιοδιάνυσμα της στροφορμής $|j, m\rangle = |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$. Το περιστρέφουμε κατά π ως προς τον άξονα 3, και μετά δρούμε τον τελεστή αντιστροφής του χρόνου. Το τελικό καταστατικό διάνυσμα είναι

(α) $|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$ (β) $|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$ (γ) $i|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$ (δ) $-i|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$ (ε) $-|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$

9. Αν $|j, m\rangle$ η συνήθης βάση της στροφορμής, $\langle j, m | \hat{J}_2^2 | j, m \rangle =$

(α) $j(j+1)$ (β) $j^2 + m^2$ (γ) m^2 (δ) $j(j+1) - m^2$ (ε) $j(j+1) - m(m+1)$

10. Σύστημα δύο κιούμπι προετοιμάζεται στην κατάσταση $\frac{1}{\sqrt{5}}(e^{i\theta}|0, 1\rangle - 2i|1, 0\rangle)$. Η αναμενόμενη τιμή του τελεστή $\hat{\sigma}_1 \otimes \hat{\sigma}_1$ είναι
 (α) $\frac{4}{5} \cos \theta$ (β) $-\frac{4}{5} \cos \theta$ (γ) $\frac{4}{5} \sin \theta$ (δ) $-\frac{4}{5} \sin \theta$ (ε) 0
11. Σύστημα δύο κιούμπι προετοιμάζεται στην κατάσταση $|\psi\rangle = \frac{1}{5}(3|0, 0\rangle - 4|1, 1\rangle)$. Το διάνυσμα Μπλοχ της ανηγμένης μήτρας πυκνότητας $\hat{\rho}_1$ είναι
 (α) $(0, 0, 0)$ (β) $(0, 0, -\frac{7}{25})$ (γ) $(0, 0, -\frac{1}{2})$ (δ) $(0, 0, \frac{1}{2})$ (ε) $(0, 0, +\frac{7}{25})$
12. Σωματίο μάζας m σε μία διάσταση βρίσκεται εντός δυναμικού $V(x) = -\lambda|x|^{3/2}$, όπου $\lambda > 0$. Η ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης
 (α) αυξάνει με το m , αυξάνει με το λ . (β) αυξάνει με το m , ελαττώνεται με το λ .
 (γ) ελαττώνεται με το m , αυξάνει με το λ . (δ) ελαττώνεται με το m , ελαττώνεται με το λ .
 (ε) δεν εξαρτάται από το m , ελαττώνεται με το λ .

Μέρος Β

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις. Δώστε μόνο τελική απάντηση, χωρίς τεκμηρίωση. (0, 6 + 0, 6 + 0, 9 + 0, 6)

1. Γράψτε το αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης $\int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\delta'(x^2-1)}{x^2+4} = \dots\dots\dots$
2. Για σύνθεση στροφορμών $\underline{2} \otimes \underline{3} \otimes \underline{5} =$
3. Ο πίνακας $\begin{pmatrix} x & z & 0 \\ z^* & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ είναι μήτρα πυκνότητας αν τα x, z ικανοποιούν
 Αντιστοιχεί σε καθαρή κατάσταση, για
4. Ποιο είναι το φάσμα των ακόλουθων τελεστών;
 (α') μοναδιαίοι:
 (β') προβολικοί:
 (γ') αντιστροφή χώρου:

Μέρος Γ

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις.

1. Εξηγήστε γιατί η συμβολή του πυρήνα στην ηλεκτρική διπολική ροπή των ατόμων είναι αμελητέα σε σχέση με αυτή των ηλεκτρονίων. Έπαναλάβετε το ίδιο για τη μαγνητική διπολική ροπή. (0,6)
2. Υπολογίστε την κατάσταση $|\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\rangle$ για τη σύνθεση δυο στροφορμών με $j_1 = 1$ και $j_2 = \frac{3}{2}$. (0,7)
3. Σωματίο μάζας m κινείται σε δακτύλιο ακτίνας R κάτω από την επίδραση ασθενούς δυναμικού

$$V(\theta) = \begin{cases} V_0\theta, & \theta \in [0, \alpha) \\ 0, & \theta \in [\alpha, 2\pi) \end{cases}$$

όπου $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$. Υποθέτοντας ότι $V_0 m R^2 \ll 1$, βρείτε τις ιδιοτιμές της ενέργειας στην πρώτη τάξη της θεωρίας διαταραχών. (1,2)