

Εξετάσεις Κβαντική Φυσική 2, Ιούνιος 2025

Ονοματεπώνυμο:

Εξάμηνο:

ΑΜ:

Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα πολλαπλής επιλογής. Κάθε ορθή απάντηση είναι +0,6 μονάδες, για κάθε λανθασμένη αφαιρούνται 0,15 μονάδες. Δεν προσθαφαιρείται βαθμός για μη απάντηση.

1. Κιούμπιτ προετοιμάζεται σε κατάσταση $|\psi_0\rangle = \frac{1}{5}(3|0\rangle + 4|1\rangle)$. Αρχικά του γίνεται μέτρηση του τελεστή $\hat{\sigma}_1$ και μετά μέτρηση του $\hat{\sigma}_3$. Ποια είναι η από κοινού πιθανότητα να δώσει στην πρώτη -1 και στη δεύτερη $+1$;
- (α) 0 (β) $\frac{1}{100}$ (γ) $\frac{25}{100}$ (δ) $\frac{49}{100}$ (ε) $\frac{64}{100}$

2. Σωματίο κινείται στην ευθεία κάτω από δυναμικό $V(x) = \frac{1}{\cosh^2 x}$. Το φάσμα του είναι

- (α) μόνο διακριτό με εκφυλισμό 1
(β) διακριτό με εκφυλισμό 1, συνεχές με εκφυλισμό 1
(γ) διακριτό με εκφυλισμό 1, συνεχές με εκφυλισμό 2
(δ) μόνο συνεχές με εκφυλισμό 1
(ε) μόνο συνεχές με εκφυλισμό 2

3. Οι ιδιοτιμές της ενέργειας για σωματίο σε κεντρικό δυναμικό είναι της μορφής $E_{n,\ell} = -\frac{1}{n(n-\ell+1)}$. Έστω ότι στο δυναμικό βρίσκονται 22 πρωτόνια. Πόση είναι η ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης αν αγνοήσουμε την αλληλεπίδραση τους;

- (α) $-\frac{38}{8}$ (β) $-\frac{41}{8}$ (γ) $-\frac{44}{8}$ (δ) $-\frac{45}{8}$ (ε) $-\frac{49}{8}$

4. Πόση είναι η ενέργεια Φέρμι για τα 22 πρωτόνια στο δυναμικό του παραπάνω προβλήματος;

- (α) $-\frac{1}{6}$ (β) $-\frac{1}{7}$ (γ) $-\frac{1}{8}$ (δ) $-\frac{1}{9}$ (ε) $-\frac{1}{10}$

5. Ποιος είναι ο εκφυλισμός της θεμελιώδους για τα 22 πρωτόνια;

- (α) 1 (β) 91 (γ) 991 (δ) 2002 (ε) 3003

6. Ποιος είναι ο εκφυλισμός της θεμελιώδους για 22 πυρήνες ηλίου ($s = 0$) στο παραπάνω δυναμικό;

- (α) 1 (β) 22 (γ) 91 (δ) 231 (ε) 484

7. Ποιος είναι ο εκφυλισμός της θεμελιώδους για 22 πυρήνες δευτερίου ($s = 1$) στο παραπάνω δυναμικό;

- (α) 276 (β) 351 (γ) 435 (δ) 465 (ε) 512

8. Σωματίο περιγράφεται από Χαμιλτονιανή της μορφής $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$, όπου η $\hat{H}_0$ αντιστοιχεί σε αρμονικό ταλαντωτή με ιδιοτιμές $E_n^{(0)} = n\omega$ και ιδιοδιανύσματα $|n\rangle$, όπου $n = 0, 1, 2, \dots$. Η διαταραχή $\hat{V}$ ορίζεται ως

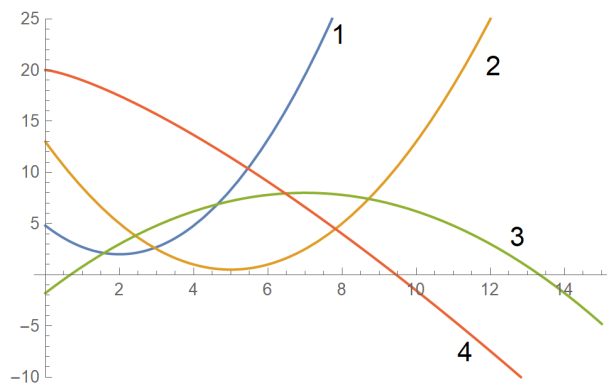
$$\hat{V}|n\rangle = \begin{cases} |1\rangle, & n = 0 \\ \lambda(n|n+1\rangle + (n-1)|n-1\rangle), & n > 0. \end{cases}$$

Η διόρθωση δεύτερης τάξης της ενέργειας $E_n^{(2)}$ για $n > 0$ είναι

- (α) $-\frac{\lambda^2}{\omega}(n-1)$ (β) $-\frac{\lambda^2}{\omega}(2n-1)$ (γ) 0 (δ) $-\frac{\lambda^2}{\omega}(n+1)$ (ε) $-\frac{\lambda^2}{\omega}(2n+1)$

9. Κβαντικός στροφέας προετοιμάζεται σε μία κατάσταση $\frac{1}{\sqrt{5}}(2|1, 0\rangle + |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle)$, όπου $|j, m\rangle$ τα συνήθη ιδιοδιανύσματα της στροφορμής. Αν μετρήσουμε το μέτρο της στροφορμής ($\sqrt{\mathbf{J}^2}$) θα πάρουμε

- (α) τιμή 0,9 (β) τιμή $\simeq 1,38$ (γ) τιμή 1 με πιθανότητα $\frac{4}{5}$ ή τιμή $\frac{1}{2}$ με πιθανότητα $\frac{1}{5}$
(δ) τιμή $\sqrt{2}$ με πιθανότητα $\frac{4}{5}$ ή τιμή $\sqrt{\frac{3}{2}}$ με πιθανότητα $\frac{1}{5}$ (ε) δεν υπάρχουν τέτοιες καταστάσεις επαλληλίας



Σχήμα 1:

10. Σωματίο εντός μονοδιάστατου δυναμικού έχει ιδιοτιμές της ενέργειας $E_n = \sinh n$, για $n = 0, 1, 2, \dots$. Στο όριο του συνεχούς, η συνάρτηση πυκνότητας καταστάσεων $g(\epsilon)$ είναι ίση με

(α) ϵ (β) $\sqrt{1 + \epsilon^2}$ (γ) $\cosh \epsilon$ (δ) $\frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2}}$ (ε) $\tanh \epsilon$

11. Έστω ότι έχουμε $N \gg 1$ σωματία με σπιν $s = 1/2$ εντός του παραπάνω δυναμικού. Η ενέργεια της θεμελιώδους είναι ανάλογη του

(α) $\ln N$ (β) $\cosh N$ (γ) N (δ) $\tanh N$ (ε) $N \ln N$

12. Ηλεκτρόνιο βρίσκεται σε κατάσταση με $m_\ell = \ell$ και $m_s = -\frac{1}{2}$. Ποια είναι η πιθανότητα η μέτρηση της ολικής στροφορμής να δώσει τιμή $j = \ell - \frac{1}{2}$;

(α) 0 (β) $\frac{1}{\ell+1}$ (γ) $\frac{1}{2\ell+1}$ (δ) $\frac{\ell}{\ell+1}$ (ε) $\frac{2\ell}{2\ell+1}$

13. Τέσσερις διαφορετικές εφαρμογές της θεωρίας μεταβολών μας δίνουν τις καμπύλες $E(b)$ του σχήματος 1. Ποια δίνει την καλύτερη εκτίμηση της πραγματικής ενέργειας της θεμελιώδους;

(α) 1 (β) 2 (γ) 3 (δ) 4 (ε) καμία από αυτές

14. Ποιος από τους παρακάτω μεταθέτες είναι μη μηδενικός; ($\hat{\mathbb{P}}$ και $\hat{\mathbb{T}}$ αντιστροφή χώρου και χρόνου αντίστοιχα.)

(α) $[\hat{J}_3, \hat{\mathbb{P}}]$ (β) $[\hat{J}_3, \hat{\mathbb{T}}]$ (γ) $[\hat{\mathbf{J}}^2, \hat{\mathbb{P}}]$ (δ) $[\hat{\mathbf{J}}^2, \hat{\mathbb{T}}]$ (ε) $[\hat{\mathbf{J}}^2, \hat{J}_3]$

15. Σύστημα δύο κιούμπιτ προετοιμάζεται στην κατάσταση $\cos \frac{\theta}{2} |0, 0\rangle + \sin \frac{\theta}{2} |1, 1\rangle$, όπου $\theta \in [0, \pi)$. Η αναμενόμενη τιμή της ποσότητας $\hat{A} = \hat{\sigma}_1 \otimes \hat{\sigma}_2$ είναι

(α) 0 (β) $-\sin \theta$ (γ) $\sin \theta$ (δ) $\cos \theta$ (ε) $-\cos \theta$

16. Σύστημα δύο κιούμπιτ προετοιμάζεται στην κατάσταση $|\psi\rangle = \frac{1}{3} (2|0, 1\rangle + 2|1, 0\rangle + |0, 0\rangle)$. Το διάνυσμα Μπλοχ της ανηγμένης μήτρας πυκνότητας $\hat{\rho}_1$ είναι

(α) $(0, 0, -\frac{1}{9})$ (β) $(\frac{4}{9}, 0, -\frac{1}{9})$ (γ) $(-\frac{4}{9}, 0, -\frac{1}{9})$ (δ) $(0, \frac{4}{9}, -\frac{1}{9})$ (ε) $(0, -\frac{4}{9}, -\frac{1}{9})$

17. Για αρμονικό ταλαντωτή συχνότητας $\omega = 1$, ορίζουμε τον τελεστή $\hat{A} = \sum_{n=5}^{22} |n\rangle \langle n|$, όπου $|n\rangle$ οι ιδιοκαταστάσεις της Χαμιλτονιανής. Η μεγαλύτερη ιδιοτιμή του $\hat{A}$ είναι

(α) 1 (β) 11 (γ) 21 (δ) 22 (ε) έχει μιγαδικές ιδιοτιμές, άρα δεν υπάρχει μεγαλύτερη