

# Εξετάσεις Κβαντική Φυσική 2, Ιούνιος 2024

Όνοματεπώνυμο:

Εξάμηνο:

ΑΜ:

Εργασίες:

Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα πολλαπλής επιλογής. Κάθε ορθή απάντηση είναι +0,6 μονάδες, για κάθε λανθασμένη αφαιρούνται 0,15 μονάδες. Δεν προσθαφαιρείται βαθμός για μη απάντηση.

1. Κιούμπιτ προετοιμάζεται σε κατάσταση  $|\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}}(2|0\rangle + |1\rangle)$ . Αρχικά του γίνεται μέτρηση του τελεστή  $\hat{\sigma}_3$  και μετά μέτρηση του  $\hat{\sigma}_1$ . Ποια είναι η δεσμευμένη πιθανότητα να δώσει στην δεύτερη  $-1$  αν στην πρώτη έδωσε  $+1$ ;

(α) 0    (β)  $\frac{1}{5}$     (γ)  $\frac{3}{10}$     (δ)  $\frac{2}{5}$     (ε)  $\frac{1}{2}$  ✓

**Σχόλιο:** Αφού ζητείται η δεσμευμένη πιθανότητα, αρκεί να βρούμε την πιθανότητα να βρεθεί  $-1$  στη μέτρηση του  $\hat{\sigma}_1$ , με κατάσταση  $|1\rangle$  που προήλθε από την πρώτη μέτρηση.

2. Σωματίο κινείται στην ευθεία κάτω από δυναμικό  $V(x) = x$ . Το φάσμα του είναι

(α) μόνο διακριτό με εκφυλισμό 1  
(β) διακριτό με εκφυλισμό 1, συνεχές με εκφυλισμό 1  
(γ) διακριτό με εκφυλισμό 1, συνεχές με εκφυλισμό 2  
(δ) μόνο συνεχές με εκφυλισμό 1 ✓  
(ε) μόνο συνεχές με εκφυλισμό 2

3. Θεωρείστε σωματίο στο παραπάνω δυναμικό, αλλά κινούμενο στην θετική ημιευθεία. Το φάσμα του είναι

(α) μόνο διακριτό με εκφυλισμό 1 ✓  
(β) διακριτό με εκφυλισμό 1, συνεχές με εκφυλισμό 1  
(γ) διακριτό με εκφυλισμό 1, συνεχές με εκφυλισμό 2  
(δ) μόνο συνεχές με εκφυλισμό 1  
(ε) μόνο συνεχές με εκφυλισμό 2

4. Ποιο από τα παρακάτω διανύσματα δεν είναι εναγκαλισμένο;

(α)  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0,0\rangle + i|1,1\rangle)$     (β)  $\frac{1}{\sqrt{5}}(|0,1\rangle - 2i|1,1\rangle)$  ✓    (γ)  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0,1\rangle + i|1,0\rangle)$   
(δ)  $\frac{1}{\sqrt{5}}(|0,1\rangle - 2|1,0\rangle)$     (ε)  $\frac{1}{\sqrt{10}}(3|0,0\rangle - i|1,1\rangle)$

**Σχόλιο:** Το (β) είναι το μόνο που σπάει ως  $\frac{1}{\sqrt{5}}(|0\rangle - 2i|1\rangle) \otimes |1\rangle$ .

5. Οι ιδιοτιμές της ενέργειας για σωματίο σε κεντρικό δυναμικό είναι της μορφής  $E_{n,\ell} = -\frac{1}{n^2-2\ell}$ . Έστω ότι στο δυναμικό βρίσκονται 21 πρωτόνια. Πόση είναι η ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης αν αγνοήσουμε την αλληλεπίδραση;

(α)  $-\frac{101}{14}$     (β)  $-\frac{107}{14}$  ✓    (γ)  $-\frac{113}{14}$     (δ)  $-\frac{121}{14}$     (ε) καμία από τις παραπάνω

**Σχόλιο:** Τα ενεργειακά επίπεδα  $E$  και οι αντίστοιχο εκφυλισμοί  $g$  δίνονται στον ακόλουθο πίνακα.

$n, \ell$	$E$	$g$
1,0	-1	2
2,1	-1/2	6
2,0	-1/4	2
3,2	-1/5	10
3,1	-1/7	6
3,0	-1/9	2
4,3	-1/10	14

Οπότε η ενέργεια είναι  $2 \cdot (-1) + 6 \cdot (-1/2) + 2 \cdot (-1/4) + 10 \cdot (-1/5) + 1 \cdot (-1/7) = -107/14$ .

6. Πόση είναι η ενέργεια Φέρμι για 42 πρωτόνια στο δυναμικό του παραπάνω προβλήματος;

(α)  $-\frac{1}{9}$  (β)  $-\frac{1}{10}$  ✓ (γ)  $-\frac{1}{11}$  (δ)  $-\frac{1}{12}$  (ε)  $-\frac{1}{13}$

**Σχόλιο:** Η ενέργεια για το 42ο πρωτόνιο είναι  $-1/10$  σύμφωνα τον παραπάνω πίνακα.

7. Έστω σύστημα 4 αρμονικών ταλαντωτών συχνότητας  $\omega$  και σπιν  $s = \frac{1}{2}$ . Η τρίτη ενεργειακή στάθμη έχει εκφυλισμό  $g =$

(α) 8 (β) 9 ✓ (γ) 10 (δ) 11 (ε) 12

**Σχόλιο:** Η τρίτη ενεργειακή στάθμη αντιστοιχεί στα 4 διανύσματα  $|0+, 0-, 1\pm, 3\pm\rangle$ , στο 1 διάνυσμα  $|0+, 0-, 2+, 2-\rangle$  και στα 4 διανύσματα  $|0\pm, 1+, 1-, 2\pm\rangle$ .

8. Αν στο παραπάνω πρόβλημα το σπιν είναι  $s = 1$ , τότε ο εκφυλισμός της τρίτης ενεργειακής στάθμης είναι  $g =$

(α) 16 (β) 32 (γ) 50 (δ) 66 ✓ (ε) 80

**Σχόλιο:** Η τρίτη ενεργειακή στάθμη αντιστοιχεί σε  $\frac{4!}{2!2!} \times \frac{4!}{2!2!} = 36$  διανύσματα  $|0, 0, 1, 1\rangle_S$  και σε  $\frac{5!}{3!2!} \times 3 = 30$  διανύσματα  $|0, 0, 0, 2\rangle_S$

9. Σωματίο περιγράφεται από Χαμιλτονιανή της μορφής  $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$ , όπου η  $\hat{H}_0$  έχει ιδιοτιμές  $E_n^{(0)} = n^2$  και ιδιοδιανύσματα  $|n\rangle$ , όπου  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Η διαταραχή  $\hat{V}$  ορίζεται ως  $\hat{V}|n\rangle = \lambda(|n-1\rangle + |n+1\rangle)$ . Η διόρθωση των ενεργειών στην πρώτη τάξη της θεωρίας διαταραχών μηδενίζεται. Η διόρθωση δεύτερης τάξης της ενέργειας της θεμελιώδους είναι  $E_0^{(2)} =$

(α)  $-2\lambda^2$  ✓ (β)  $-\lambda^2$  (γ) 0 (δ)  $\lambda^2$  (ε)  $2\lambda^2$

10. Ηλεκτρόνιο βρίσκεται σε κατάσταση με  $m_\ell = \ell$  και  $m_s = -\frac{1}{2}$ . Ποια είναι η πιθανότητα η μέτρηση της ολικής στροφορμής να δώσει τιμή  $j = \ell - \frac{1}{2}$ ;

(α) 0 (β)  $\frac{1}{\ell+1}$  (γ)  $\frac{1}{2\ell+1}$  (δ)  $\frac{\ell}{\ell+1}$  (ε)  $\frac{2\ell}{2\ell+1}$  ✓

11. Κβαντικό σύστημα προετοιμάζεται σε μία κατάσταση επαλληλίας ιδιοκαταστάσεων της ενέργειας  $\frac{1}{\sqrt{5}}(2|\epsilon\rangle + |2\epsilon\rangle)$ . Αν μετρήσουμε την ενέργεια, θα πάρουμε

(α) τιμή  $1, 2\epsilon$  (β) τιμή  $(1, 2 \pm 0, 4)\epsilon$  (γ) τιμή  $\epsilon$  με πιθανότητα  $\frac{4}{5}$  ή τιμή  $2\epsilon$  με πιθανότητα  $\frac{1}{5}$  ✓  
(δ) οποιαδήποτε τιμή στο διάστημα  $[\epsilon, 2\epsilon]$  ισοπίθανα (ε) κανένα από τα παραπάνω

12. Άτομο του υδρογόνου βρίσκεται εντός ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Σε πόσα διαφορετικά επίπεδα σπάει ο ιδιόχωρος της Χαμιλτονιανής με κύριο κβαντικό αριθμό  $n = 3$ ;

(α) 4 (β) 5 (γ) 6 (δ) 7 ✓ (ε) 8

13. Αν  $|j, m\rangle$  η συνήθης βάση της στροφορμής,  $\langle j, m | \hat{J}_1 \hat{J}_2 | j, m-1 \rangle =$

(α) 0 ✓ (β)  $\frac{1}{2}(j^2 + m^2)$  (γ)  $m^2$  (δ)  $\frac{i}{2}jm$  (ε)  $\frac{1}{2}(j + im)$

14. Δύο ηλεκτρόνια βρίσκονται εντός κεντρικού δυναμικού. Αν αγνοήσουμε την αλληλεπίδρασή τους, περιμένουμε η θεμελιώδης τους κατάσταση να έχει τις ακόλουθες τιμές ολικής τροχιακής στροφορμής  $L$  και σπιν  $S$ ,

(α)  $L = 0, S = 0$  ✓ (β)  $L = 1, S = 0$  (γ)  $L = 0, S = 1$  (δ)  $L = 1, S = 1$  (ε) τίποτα από τα παραπάνω

15. Δύο διαφορετικές εφαρμογές της θεωρίας μεταβολών μας δίνουν τιμές  $E_0$  και  $E'_0$  για τη θεμελιώδη κατάσταση ενός ατόμου, όπου  $E_0 > E'_0$ . Ποια είναι η καλύτερη εκτίμηση της πραγματικής ενέργειας της θεμελιώδους;
- (α)  $E_0$  (β)  $E'_0$  ✓ (γ)  $\frac{1}{2}(E_0 + E'_0)$  (δ)  $\sqrt{E_0 E'_0}$  (ε) Καμία, η μέθοδος των μεταβολών απέτυχε σ' αυτό το πρόβλημα.
16. Σύστημα δύο κιούμπιτ προετοιμάζεται στην κατάσταση  $\frac{1}{\sqrt{5}}(e^{i\theta}|0, 1\rangle + 2i|1, 0\rangle)$ . Η αναμενόμενη τιμή του τελεστή  $\hat{\sigma}_1 \otimes \hat{\sigma}_2$  είναι
- (α)  $\frac{4}{5} \cos \theta$  ✓ (β)  $-\frac{4}{5} \cos \theta$  (γ)  $\frac{4}{5} \sin \theta$  (δ)  $-\frac{4}{5} \sin \theta$  (ε) 0
17. Σύστημα δύο κιούμπιτ προετοιμάζεται στην κατάσταση  $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|0, 1\rangle + |1, 0\rangle + |0, 0\rangle)$ . Το διάνυσμα Μπλοχ της ανηγμένης μήτρας πυκνότητας  $\hat{\rho}_1$  είναι
- (α)  $(0, 0, -\frac{1}{3})$  (β)  $(\frac{2}{3}, 0, -\frac{1}{3})$  ✓ (γ)  $(-\frac{2}{3}, 0, -\frac{1}{3})$  (δ)  $(0, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$  (ε)  $(0, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$