

Χαρτοφυλάκιο πολλών μετοχών

- Έστω ότι δημιουργούμε όλους τους ανά δυο δυνατούς συνδυασμούς πολλών μετοχών.
- Έχουμε ένα σύνολο χαρτοφυλακίων που λέγεται **εφικτό σύνολο χαρτοφυλακίων**.
 - Περιλαμβάνονται χαρτοφυλάκια και μέσα στην καμπύλη.
- **Εφικτό σύνολο χαρτοφυλακίων** ονομάζεται το σύνολο των συνδυασμών αναμενόμενης απόδοσης και τυπικής απόκλισης των αποδόσεων όλων των πιθανών συνδυασμών πολλών επενδύσεων – μετοχών - χαρτοφυλακίων.

Αποτελεσματικό Χαρτοφυλάκιο πολλών μετοχών

- Η διαφοροποίηση γίνεται πιο αποτελεσματική όσο η συσχέτιση ανάμεσα στις αποδόσεις των χρεογράφων πλησιάζει το -1.
- Ορισμένα από τα χαρτοφυλάκια είναι **ανώτερα**
 - ονομάζονται **Αποτελεσματικά Χαρτοφυλάκια**
 - Θα τα επιλέξουν οι ορθολογικοί επενδυτές
- Τα **αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια** έχουν
 - μεγαλύτερη απόδοση για κάθε δεδομένο επίπεδο-κινδύνου, ή
 - το μικρότερο κίνδυνο για κάθε δεδομένο επίπεδο απόδοσης.
 - Σχηματίζουν ένα σύνολο, ή ένα σύνορο, που, λέγεται **Αποτελεσματικό Σύνορο ή Αποτελεσματικό Σύνολο**

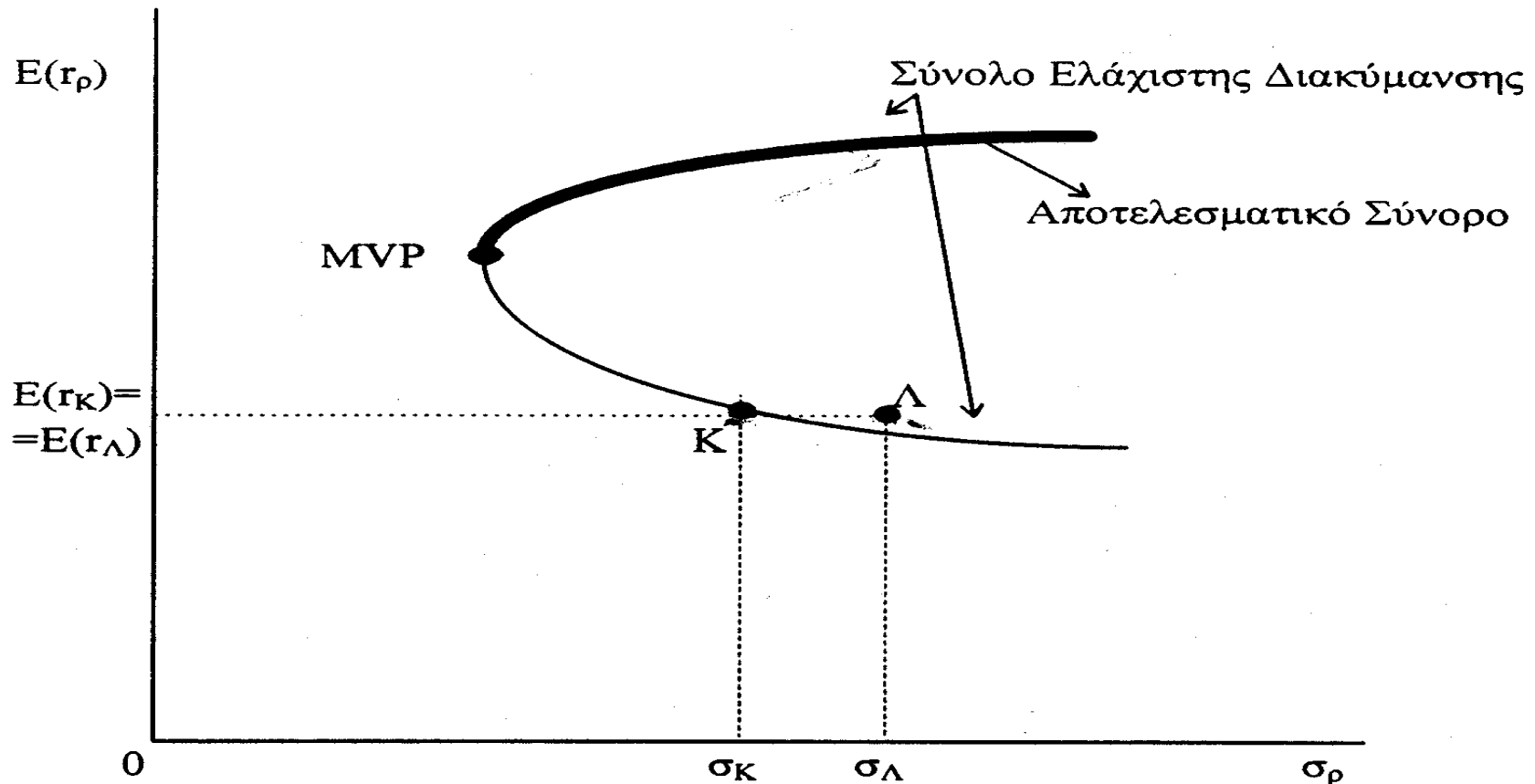
- Το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο, το οποίο έχει τη μεγαλύτερη χρησιμότητα για έναν συγκεκριμένο επενδυτή **ονομάζεται**
 - **Άριστο Χαρτοφυλάκιο** (optimal portfolio) και βρίσκεται στο σημείο επαφής
 - του αποτελεσματικού συνόρου με
 - την καμπύλη που δείχνει τη μεγαλύτερη δυνατή χρησιμότητα του επενδυτή.

- Για την αξιολόγηση επενδύσεων που φέρουν κάποιο κίνδυνο ο Μάρκοβιτς το 1952 ανέπτυξε το κριτήριο **μέσου-διακύμανσης** (κριτήριο Μ-Δ).
- Υποθέτουμε ότι
 - 1) οι επενδυτές έχουν τετραγωνικές συναρτήσεις χρησιμότητας, δηλαδή ισχύει ο νόμος της φθίνουσας οριακής χρησιμότητας και
 - 2) όλοι οι επενδυτές αποφεύγουν τον κίνδυνο (risk averters).

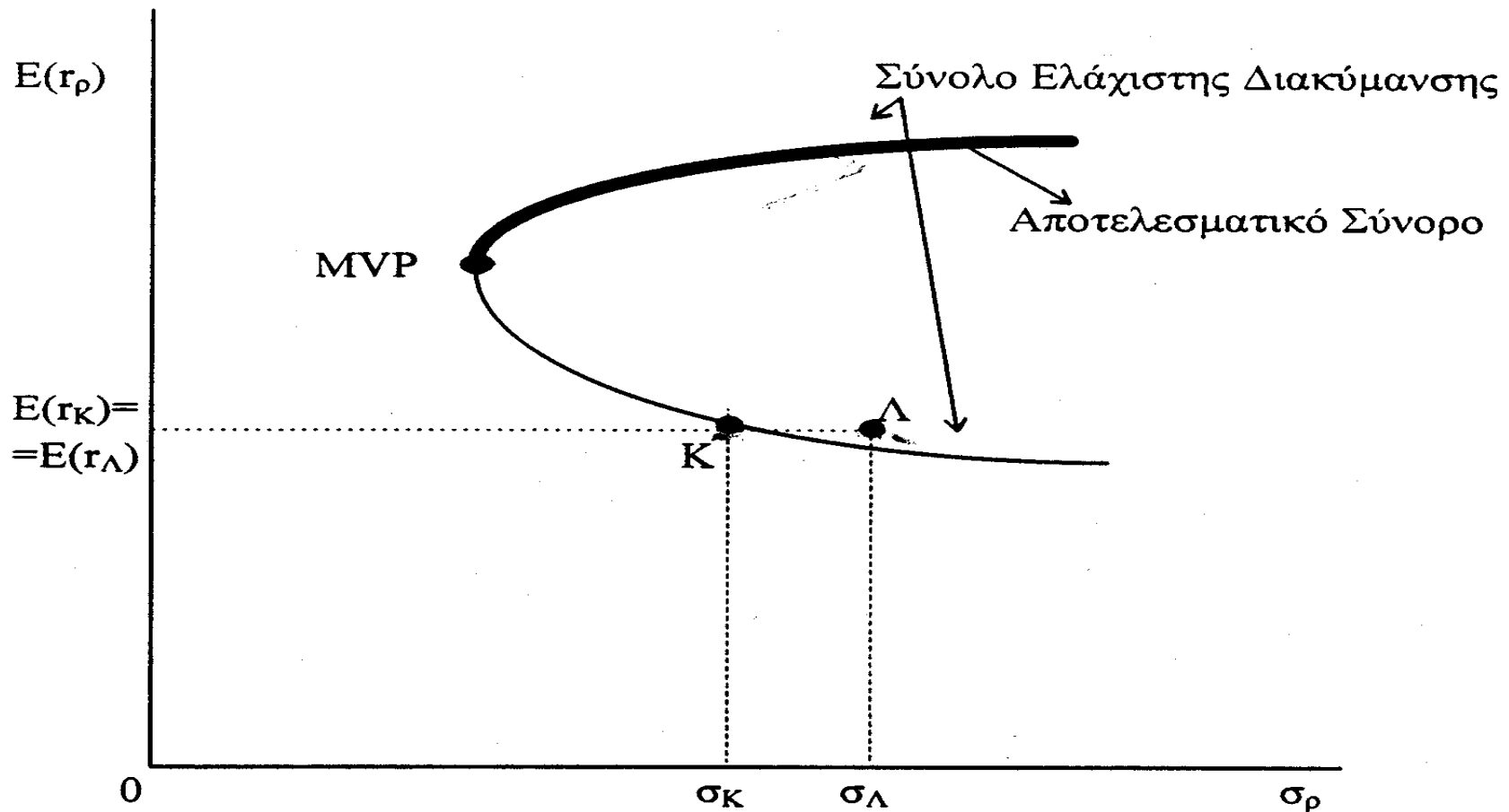
- Σύμφωνα με το κριτήριο μέσου-διακύμανσης,
- ένα χαρτοφυλάκιο A προτιμάται από ένα Χαρτοφυλάκιο B, ή υπερισχύει του B,
 - όταν η προσδοκώμενη απόδοση του A είναι μεγαλύτερη ή ίση με την προσδοκώμενη απόδοση του B,
 - και όταν η διακύμανση (ή η τυπική απόκλιση) του χαρτοφυλακίου A είναι μικρότερη από τη διακύμανση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου B.
- Αυτό μπορεί να εκφραστεί και ως εξής:
 - $E(r_A) \geq E(r_B)$ και $\sigma_A^2 < \sigma_B^2$
 - $E(r_A) > E(r_B)$ και $\sigma_A^2 \leq \sigma_B^2$

$$-E(r_A) \geq E(r_B) \quad \text{και} \quad \sigma_A^2 < \sigma_B^2$$

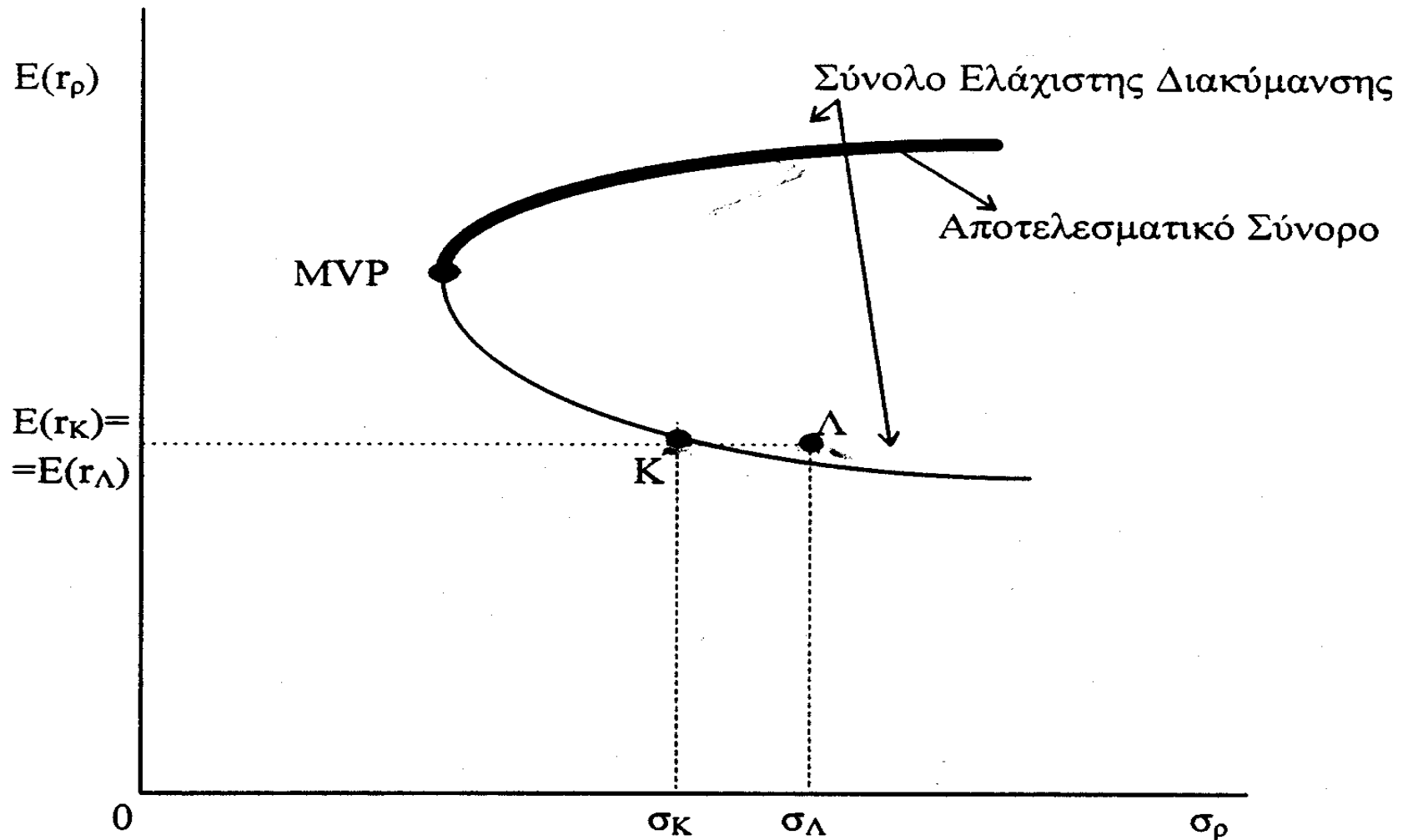
- Χρησιμοποιώντας το πρώτο κριτήριο Μ-Δ, το χαρτοφυλάκιο Κ υπερέχει του χαρτοφυλακίου Λ, γιατί το Κ έχει μικρότερη τυπική απόκλιση για δεδομένο επίπεδο απόδοσης.



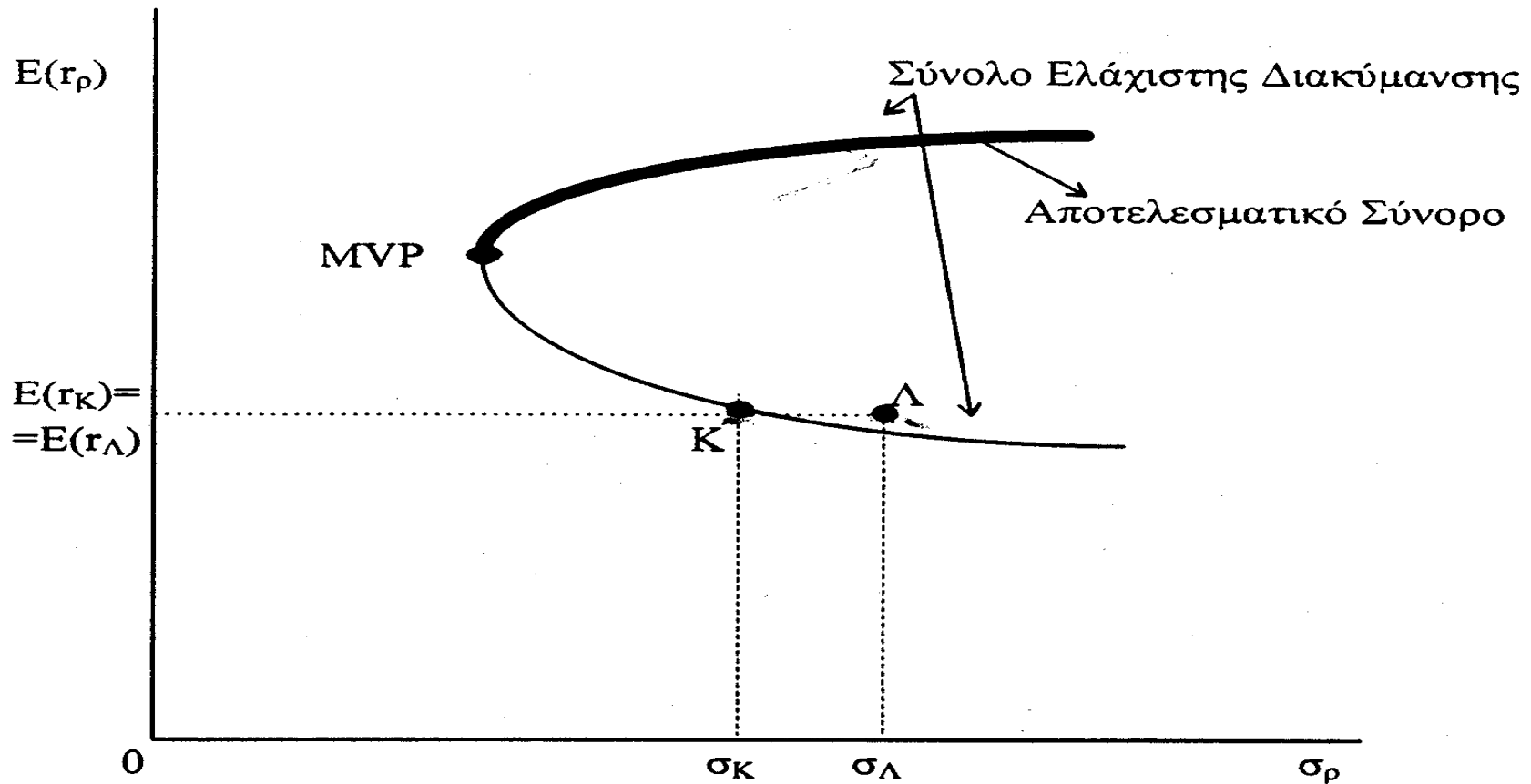
- Οι ορθολογικοί επενδυτές θα επιλέγουν χαρτοφυλάκια τα οποία βρίσκονται επάνω στην καμπύλη που συμβολίζει το σύνολο της ελάχιστης διακύμανσης και πιο ειδικά στο τμήμα εκείνο, που είναι κοίλο προς τον οριζόντιο άξονα σ_p και είναι το αποτελεσματικό σύνορο.



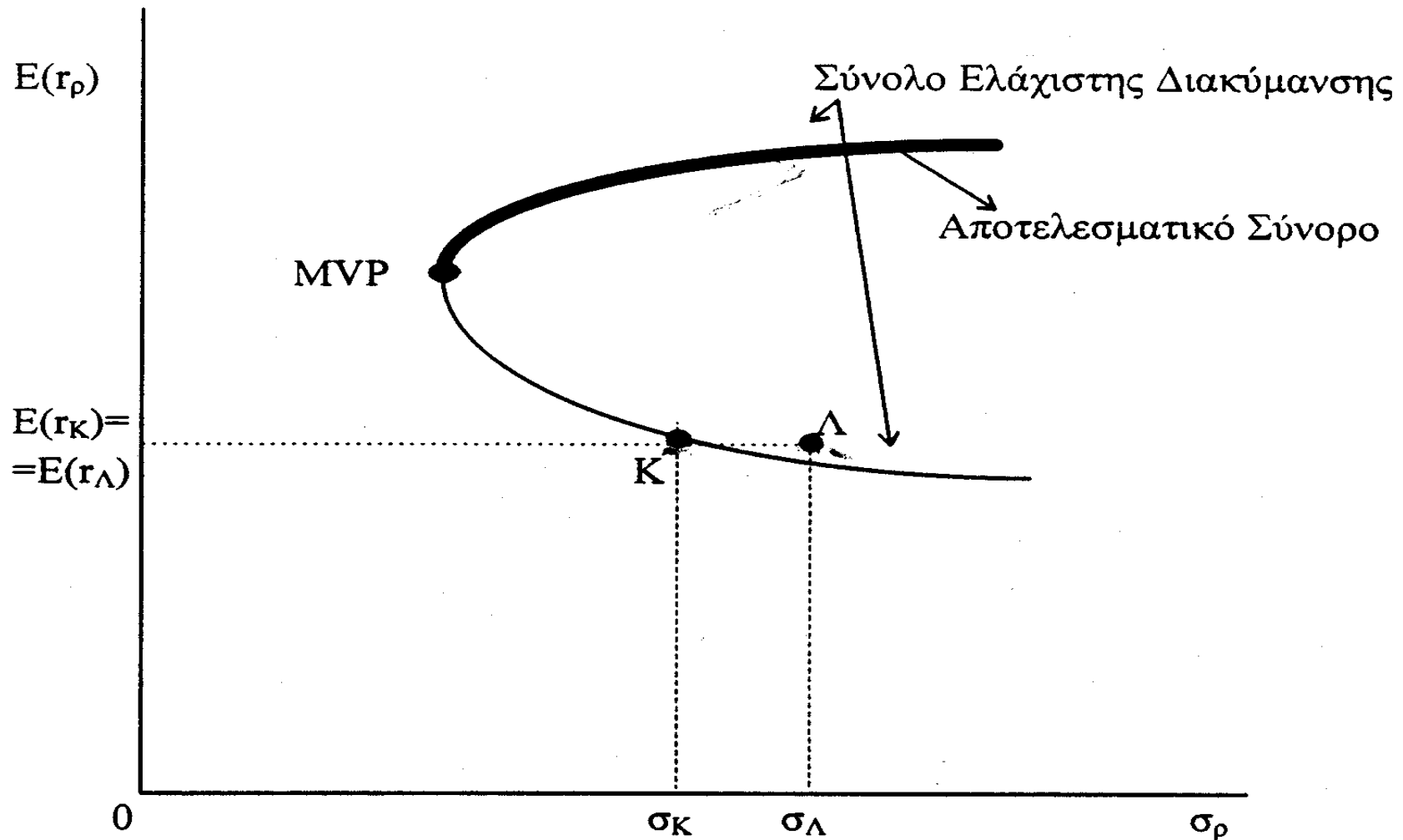
- Το σύνολο της ελάχιστης διακύμανσης αποτελείται από όλους τους συνδυασμούς κινδύνου και απόδοσης οι οποίοι ελαχιστοποιούν την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου για ένα δεδομένο επίπεδο απόδοσης.

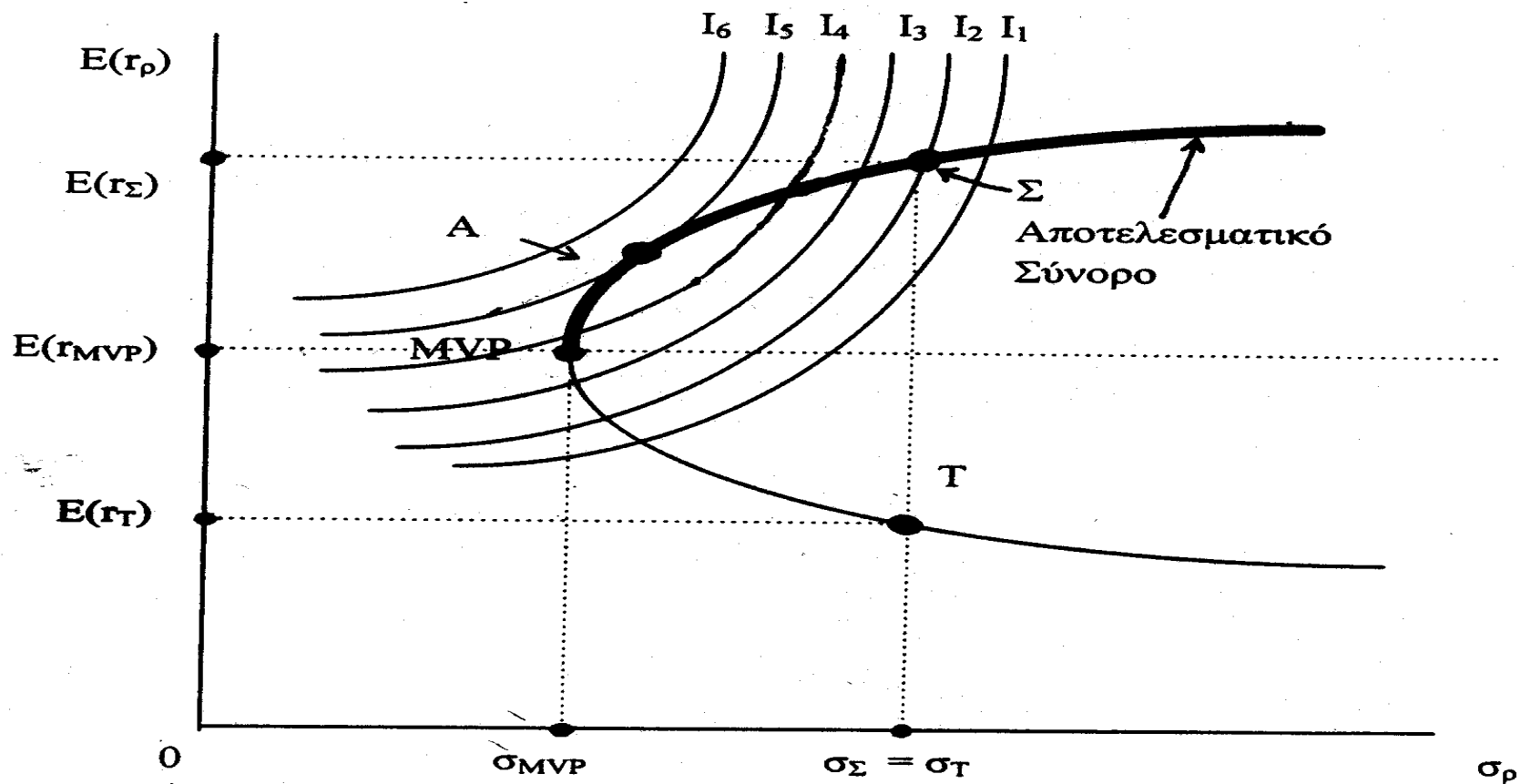


- Ο δεύτερος κανόνας M-Δ απορρίπτει τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται κάτω από το σημείο MVP από το να επιλεγούν από τους επενδυτές. Οι επενδυτές προτιμούν τα χαρτοφυλάκια που δίνουν μεγαλύτερη απόδοση για δεδομένο επίπεδο κινδύνου.
 $E(r_A) > E(r_B)$ και $\sigma_A^2 \leq \sigma_B^2$

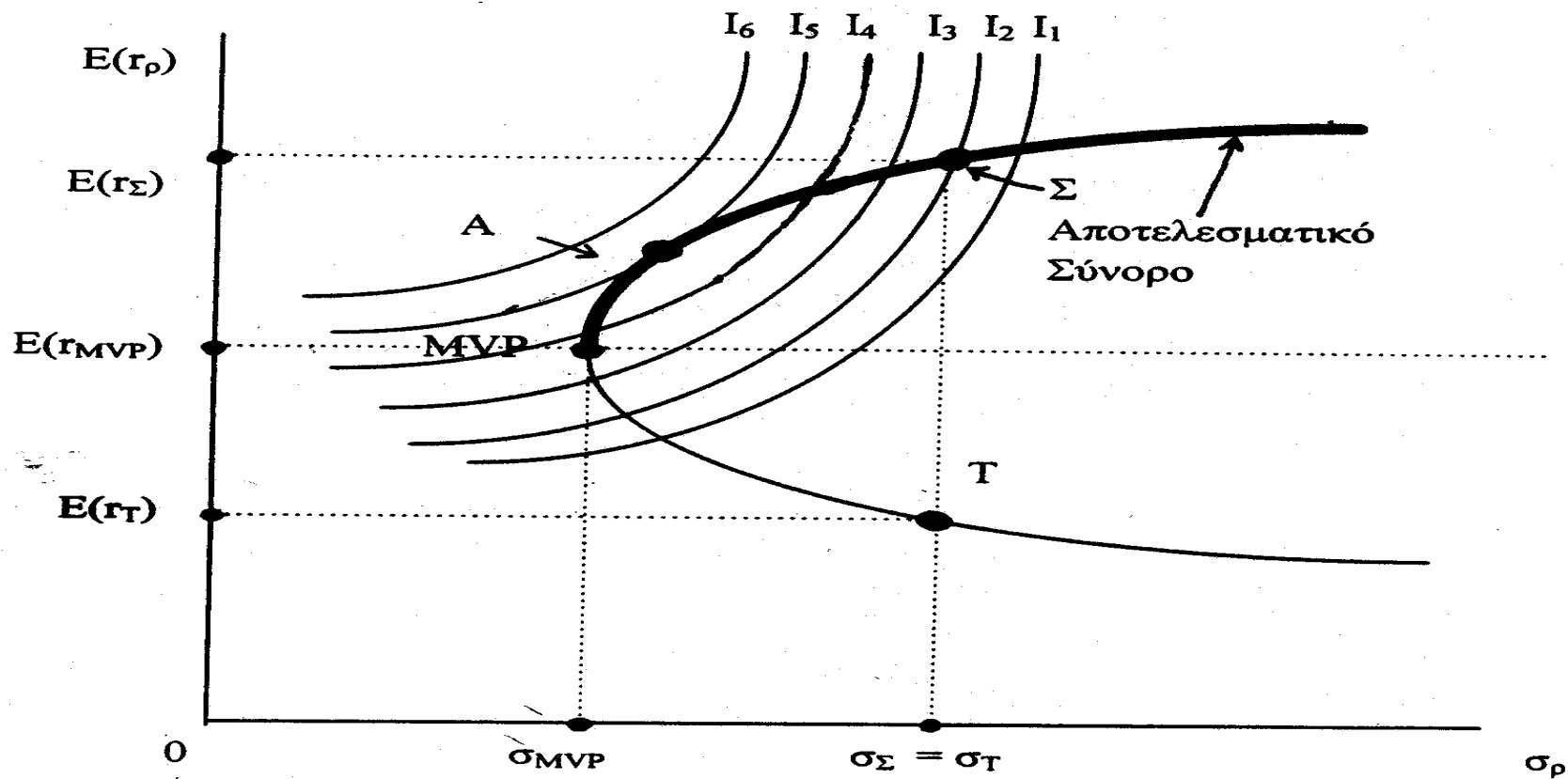


- Τα χαρτοφυλάκια αυτά αποτελούν ένα σύνολο που λέγεται **αποτελεσματικό σύνολο** και βρίσκονται στο πάνω άκρο της υπερβολής ή στο κοίλο τμήμα προς τον άξονα $O\sigma_p$ της υπερβολής.

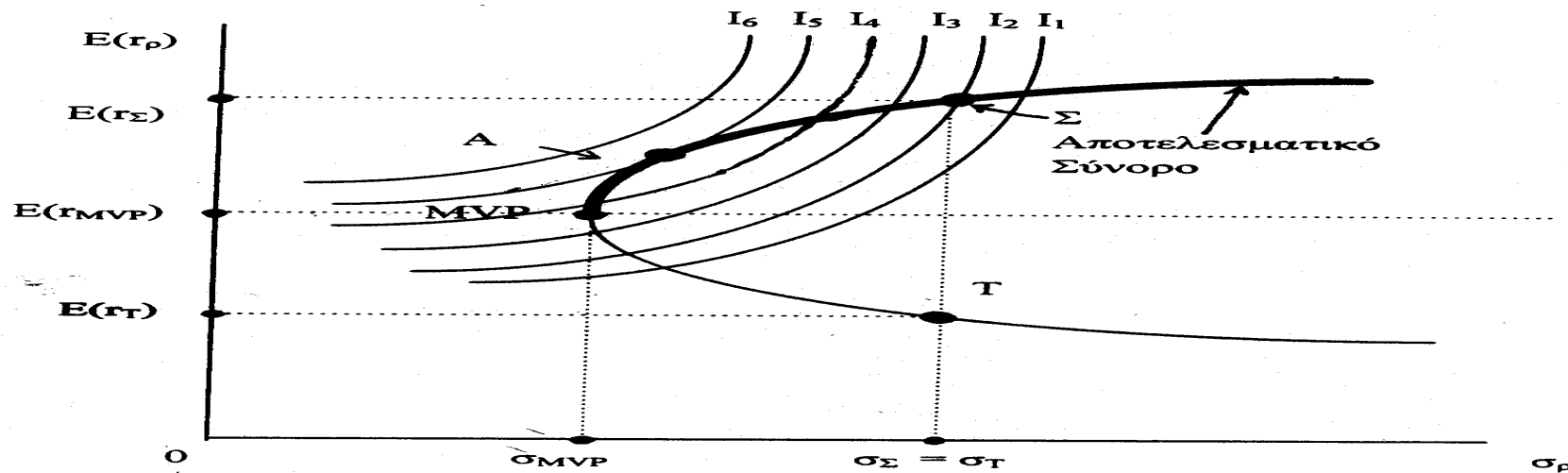




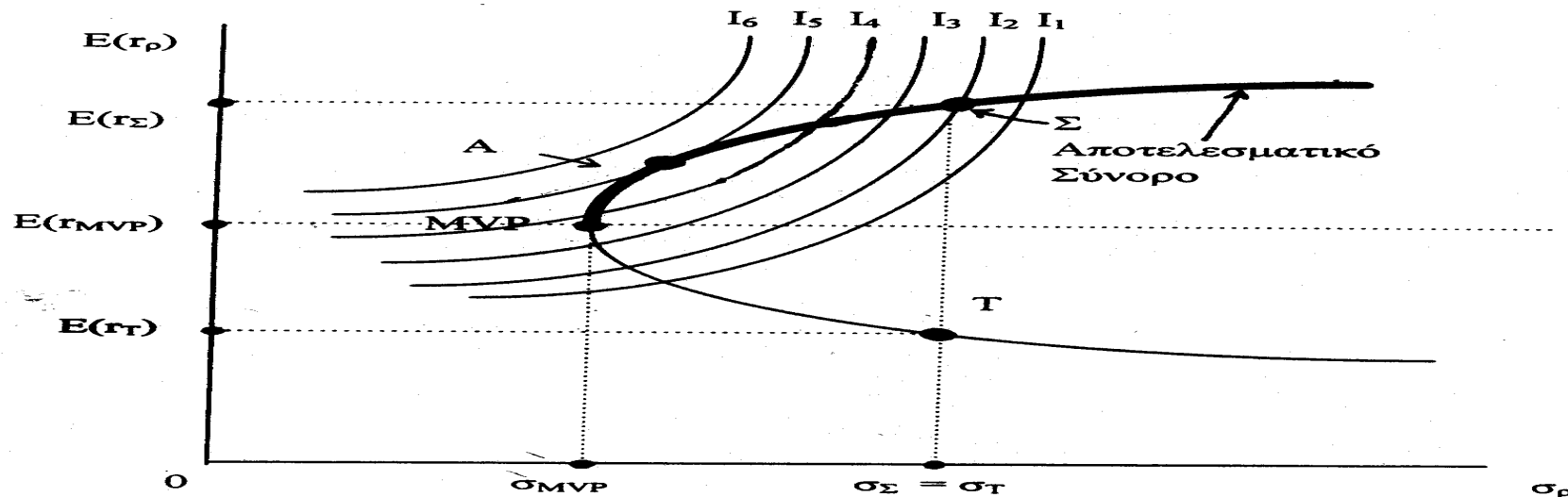
- Στο παραπάνω Διάγραμμα, ένας επενδυτής θα προτιμήσει το χαρτοφυλάκιο Σ από το χαρτοφυλάκιο T , γιατί το Σ έχει μεγαλύτερη απόδοση από το T , για τον ίδιο επίπεδο κινδύνου.



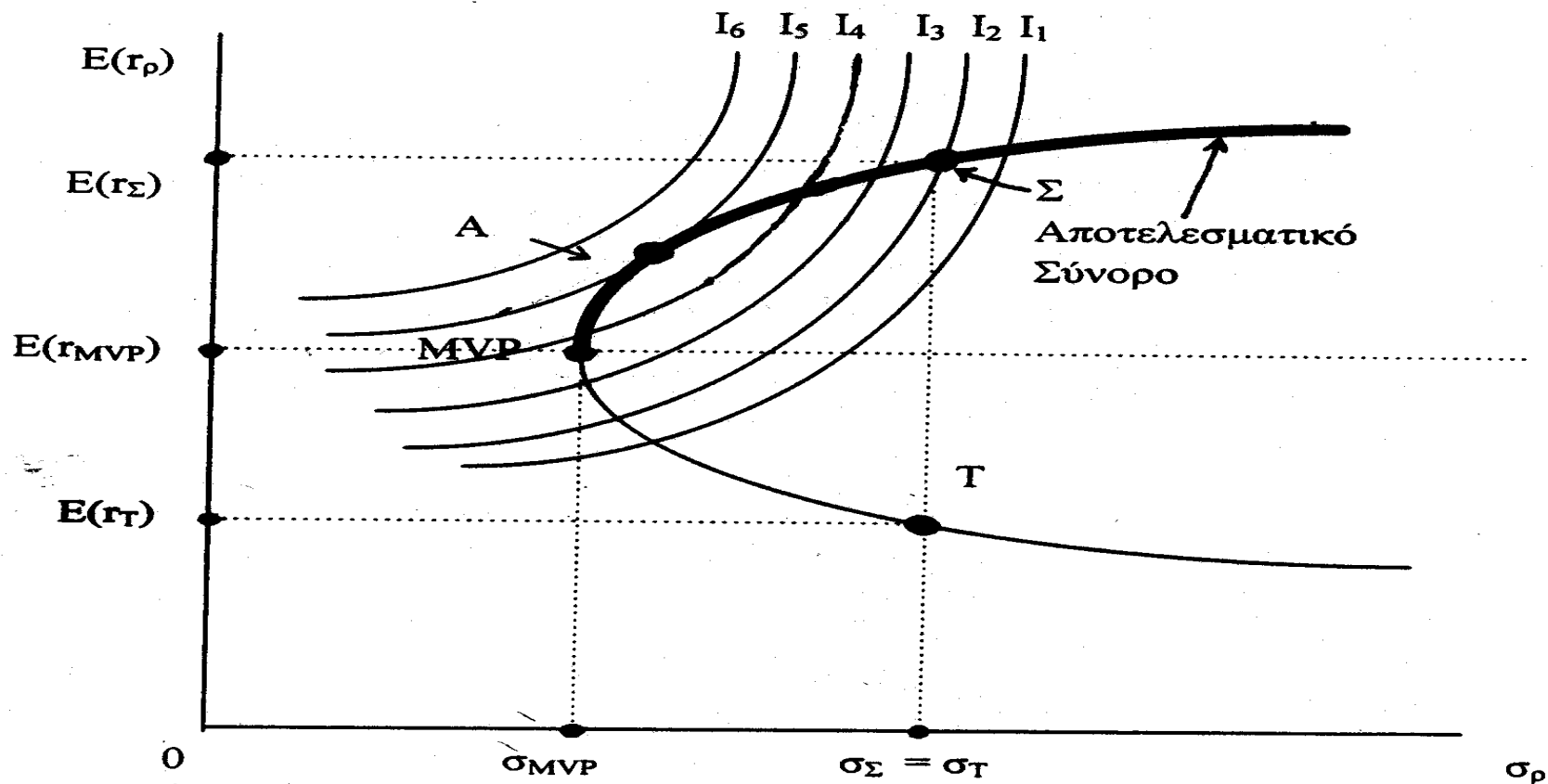
- Τα χαρτοφυλάκια τα οποία βρίσκονται επάνω στο αποτελεσματικό σύνορο, όπως για παράδειγμα το Σ , λέγονται αποτελεσματικά Χαρτοφυλάκια.
- Ένας ορθολογικός επενδυτής θα επιλέγει μόνον αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια.



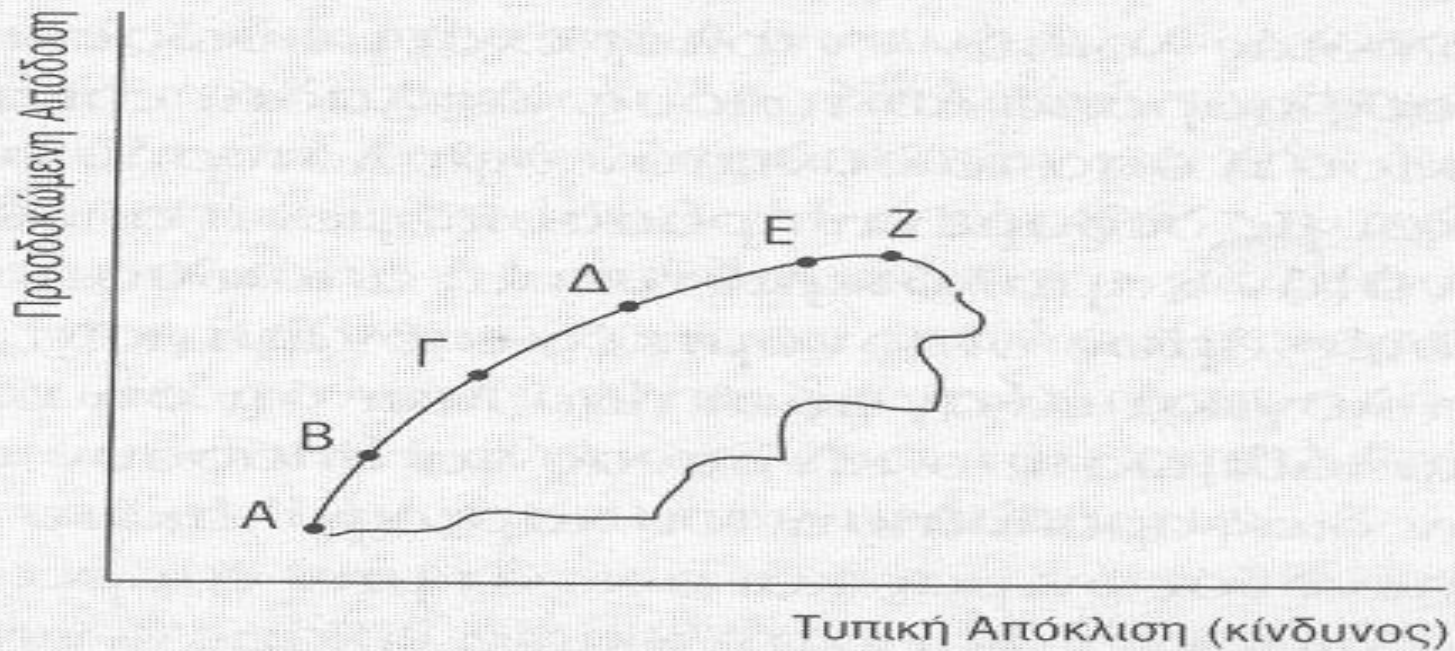
- Η επιλογή του καλύτερου αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου για έναν επενδυτή,
 - εξαρτάται από τις ιδιαίτερες, προτιμήσεις του προς τον κίνδυνο και την απόδοση.
 - Οι προτιμήσεις καθορίζονται από τις καμπύλες αδιαφορίας του κάθε επενδυτή επενδυτή.
 - Όσο πιο κοντά πλησιάζουν οι καμπύλες αδιαφορίας του επενδυτή προς τον κάθετο άξονα O $E(r_p)$ τόσο μεγαλύτερη είναι η χρησιμότητα του επενδυτή.



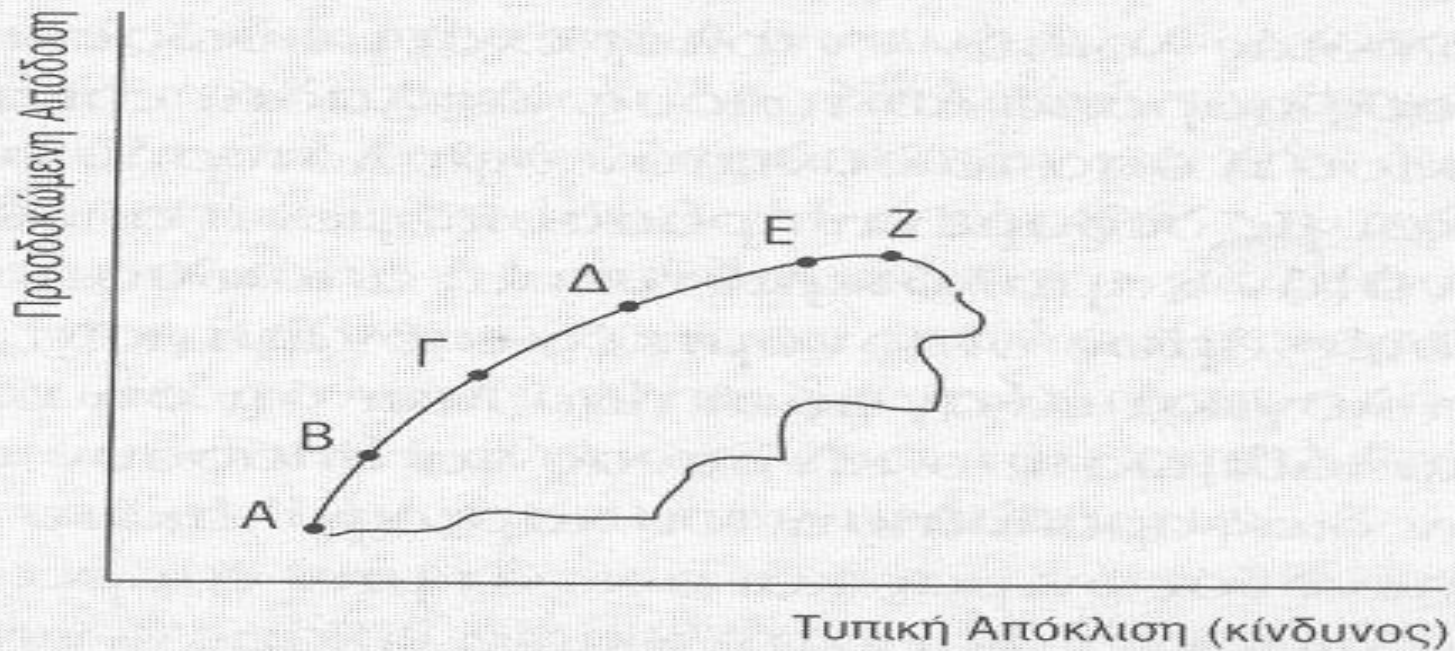
- Το καλύτερο αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο θα είναι εκείνο που βρίσκεται πάνω στην καλύτερη καμπύλη αδιαφορίας,
– αυτή που του δίνει την μεγαλύτερη χρησιμότητα
- και εκείνο που βρίσκεται πάνω στο αποτελεσματικό σύνορο των επενδυτικών του ευκαιριών.
- Το χαρτοφυλάκιο αυτό ονομάζεται **Άριστο Χαρτοφυλάκιο**.



- Το Αριστο χαρτοφυλάκιο επενδυτή είναι
 - το σημείο επαφής του αποτελεσματικού συνόρου,
 - με τις ιδιαίτερες προτιμήσεις για κίνδυνο και απόδοση ενός ορθολογικού επενδυτή, που ορίζονται από τις καμπύλες αδιαφορίας του επενδυτή αυτού.



- Ζητούμε από τον ηλεκτρονικό υπολογιστή να μας επιλέξει μια σειρά μετοχικών χαρτοφυλακίων που να αποτελούνται π.χ. από 20-40 μετοχές έτσι ώστε
 - για δεδομένο επίπεδο κινδύνου να προσδοκάται η ψηλότερη δυνατή απόδοση και μια δεδομένη απόδοση να προσδοκάται με τον ελάχιστο δυνατόν κίνδυνο.



- Στην πράξη θα πρέπει ο ηλεκτρονικός υπολογιστής να επιλέξει τα μετοχικά χαρτοφυλάκια της **Καμπύλης Αποτελεσματικών Χαρτοφυλακίων ΑΒΓΔΕΖ**
- Τα χαρτοφυλάκια της καμπύλης αυτής θεωρούνται ανώτερα αυτών που βρίσκονται στο εσωτερικό της καμπύλης,

- Η **θεωρία κεφαλαιαγοράς και συγκεκριμένα το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων** (capital asset pricing model - CAPM) παρουσιάζει την αποτίμηση των περιουσιακών στοιχείων στην αγορά από τους επενδυτές.
- Οι υποθέσεις της παραπάνω θεωρίας περιλαμβάνουν ορισμένες από τις υποθέσεις του Markowitz.
 1. Όλοι οι επενδυτές λαμβάνουν επενδυτικές αποφάσεις με βάση τη θεωρία του Markowitz
 - σημαίνει ότι όλοι επιθυμούν να διακρατούν χαρτοφυλάκια που βρίσκονται στο **αποτελεσματικό σύνολο**.
 2. Όλοι οι επενδυτές έχουν ομοιογενείς προσδοκίες.
 - Ίδιες προσδοκίες για αναμενόμενες αποδόσεις κλπ



3. Όλοι επενδυτές έχουν τον ίδιο επενδυτικό ορίζοντα
4. Υπάρχει ένα περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο στο οποίο μπορούν οι επενδυτές να επενδύσουν απεριόριστα ποσά και να εισπράξουν απόδοση χωρίς κίνδυνο.
 - Επίσης, όλοι οι επενδυτές μπορούν να δανεισθούν απεριόριστα ποσά καταβάλλοντας την απόδοση που έχει το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο.
5. Δεν υπάρχουν φόροι και κόστη συναλλαγών που σχετίζονται με την αγορά και την πώληση περιουσιακών στοιχείων.
6. Όλες οι επενδύσεις, ακόμη και αυτές σε ανθρώπινο κεφάλαιο είναι απεριόριστα διαιρετές και διαπραγματεύσιμες στην αγορά.
7. Δεν υπάρχει πληθωρισμός
8. Η αγορά κεφαλαίου είναι πλήρως ανταγωνιστική και κανένας επενδυτής δεν μπορεί με αποφάσεις του να τη επηρεάσει.

- Αν και οι υποθέσεις δεν είναι απολύτως ρεαλιστικές στον πραγματικό κόσμο, ορισμένες από αυτές μπορούν να εγκαταλειφθούν και η θεωρία να είναι σχετικώς εφαρμόσιμη.
- Ας υποθέσουμε ότι ένας επενδυτής έχει δημιουργήσει ένα αποτελεσματικό σύνορο ακολουθώντας τη θεωρία χαρτοφυλακίου του Markowitz.
- Έστω επίσης ότι υπάρχει περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο με απόδοση R_f .



ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΜΕ ΕΠΕΝΔΥΣΗ ΜΗΔΕΝΙΚΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ

- Υποθέτουμε ότι ο Κύριος Γεωργίου επενδύει συνολικά 1000 Ευρώ, 350 Ευρώ στην μετοχή Merville και τα υπόλοιπα σε έντοκά γραμμάτια.
- Η αναμενόμενη απόδοση της επένδυσης είναι σταθμισμένος μέσος των δυο τοποθετήσεων δηλαδή
- $E(r_p) = 0,114 = 0,35 \cdot 0,14 + 0,65 \cdot 0,10$

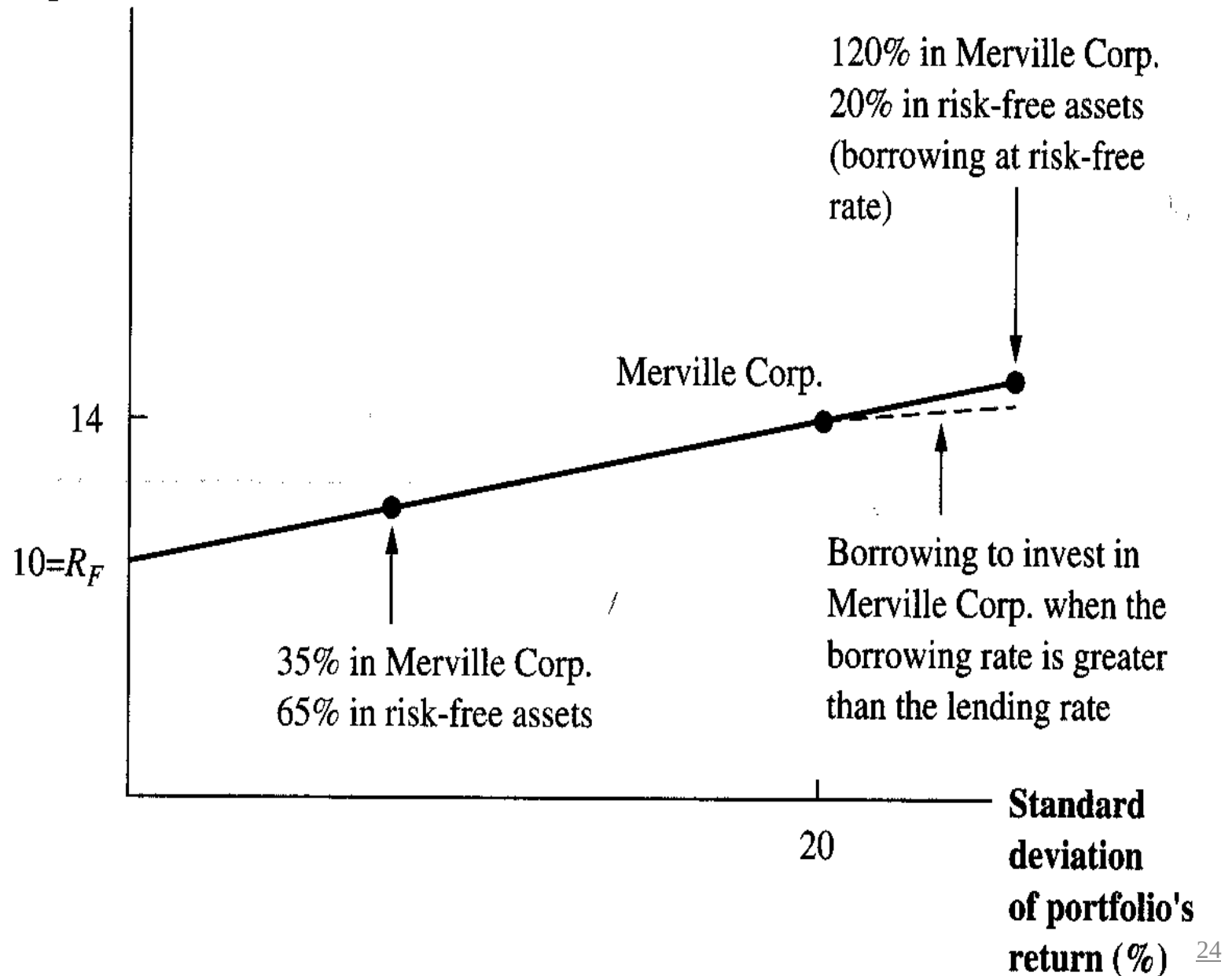
	Μετοχή Merville	Επιτόκιο Μηδενικού Κινδύνου
Αναμενόμενη Απόδοση	14%	10%
Τυπική Απόκλιση	0,2	0

- Η διαφορά με το χαρτοφυλάκιο συνδυασμού δυο περιουσιακών στοιχείων με κίνδυνο βρίσκεται στον υπολογισμό της διακύμανσης.
- Αν χρησιμοποιήσουμε τον τύπο της διακύμανσης χαρτοφυλακίου
- $\text{Var}(\text{Χαρτοφυλάκιο}) = X_A^2 \sigma_A^2 + 2 X_A X_B \sigma_{AB} + X_B^2 \sigma_B^2$
- Θα διαπιστώσουμε ότι στην περίπτωση που το ένα από τα δυο περιουσιακά στοιχεία δεν παρουσιάζει κίνδυνο (έντοκα γραμμάτια) τότε η διακύμανση σ_B^2 είναι μηδέν όπως και συνδιακύμανση σ_{AB} .
- Επομένως ο τύπος μετασχηματίζεται σε $\text{Var}(\text{Χαρτοφυλακίου}) = X_A^2 \sigma_A^2$

- Άρα στην περίπτωση του Γεωργίου η διακύμανση του χαρτοφυλακίου θα είναι
- $\text{Var}(\text{Χαρτοφυλακίου}) = X_A^2 \sigma_A^2 = (0,35)^2 * (0,2)^2 = 0,0049$
- $\text{SDV}(\text{Τυπική απόκλιση χαρτοφυλακίου}) = 0,35 * 0,2 = 0,07$

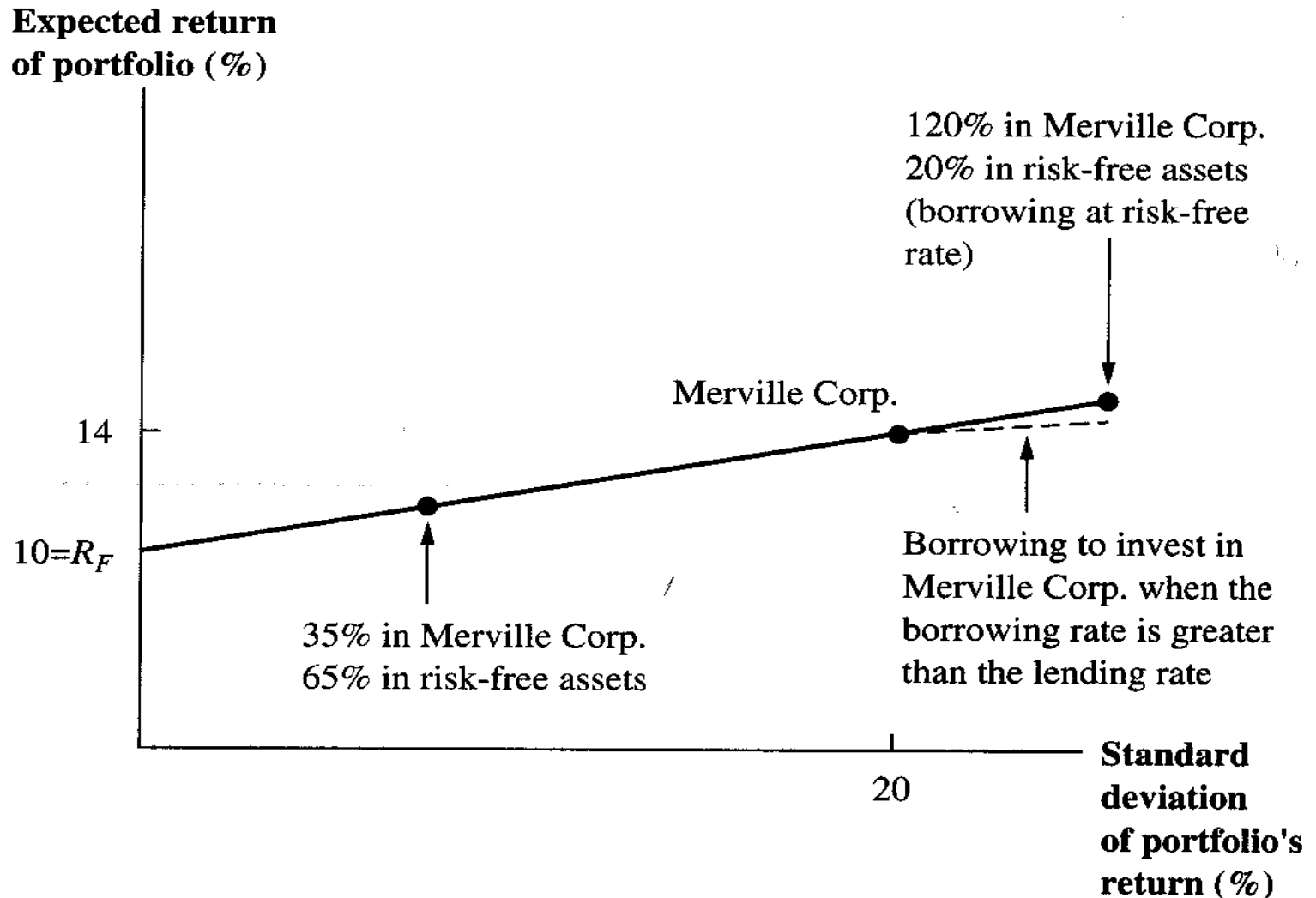
	Μετοχή Merville	Επιτόκιο Μηδενικού Κινδύνου
Αναμενόμενη Απόδοση	14%	10%
Τυπική Απόκλιση	0,2	0

Expected return
of portfolio (%)



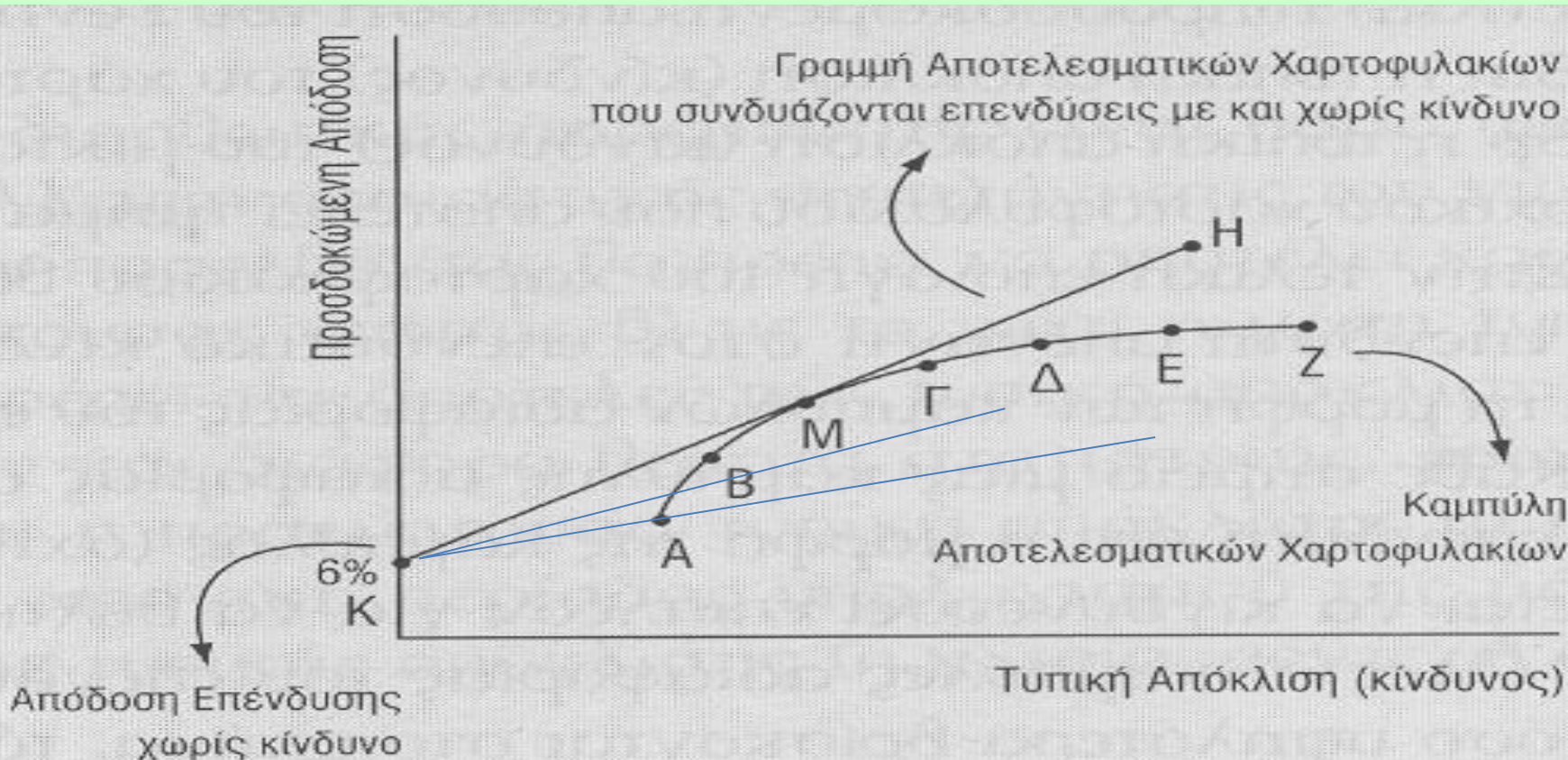
- Αντίστροφά, αν ο Γεωργίου δανειζόταν 200 Ευρώ με το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο για να τα επενδύσει μαζί με τα 1000 Ευρώ στην εταιρία Merville, τότε
- $E(r_p) = 1,2 * 0,14 + (-0,2) * 0,10 \Leftrightarrow E(r_p) = 0.148 = 14,8 \%$
- Η απόδοση της επένδυσης είναι μεγαλύτερη (14,8%) από την πρώτη περίπτωση (11,4 %) γιατί η επένδυση σε μετοχές είναι τώρα μεγαλύτερη.
- Ο κίνδυνος δηλαδή η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου στην δεύτερη περίπτωση είναι μεγαλύτερη.
- $SDV(\text{Χαρτοφυλακίου}) = X_{\text{Merville}} \sigma_{\text{Merville}} = (1,2) * (0,2) = 0,24$

- Συνήθως το επιτόκιο δανεισμού είναι μεγαλύτερο και σ' αυτήν την περίπτωση η απόδοση του χαρτοφυλακίου θα είναι μικρότερη,

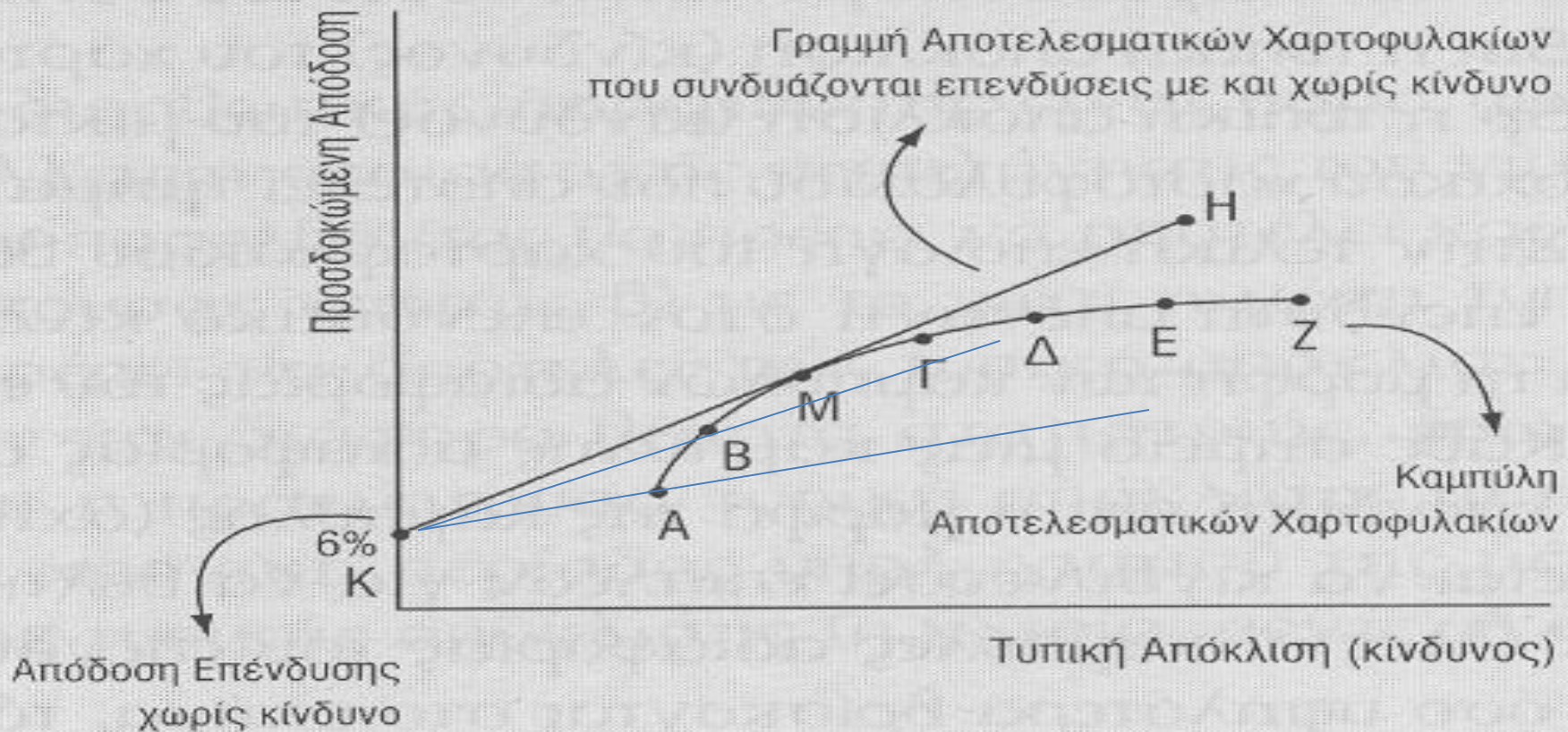


Άριστο Χαρτοφυλάκιο

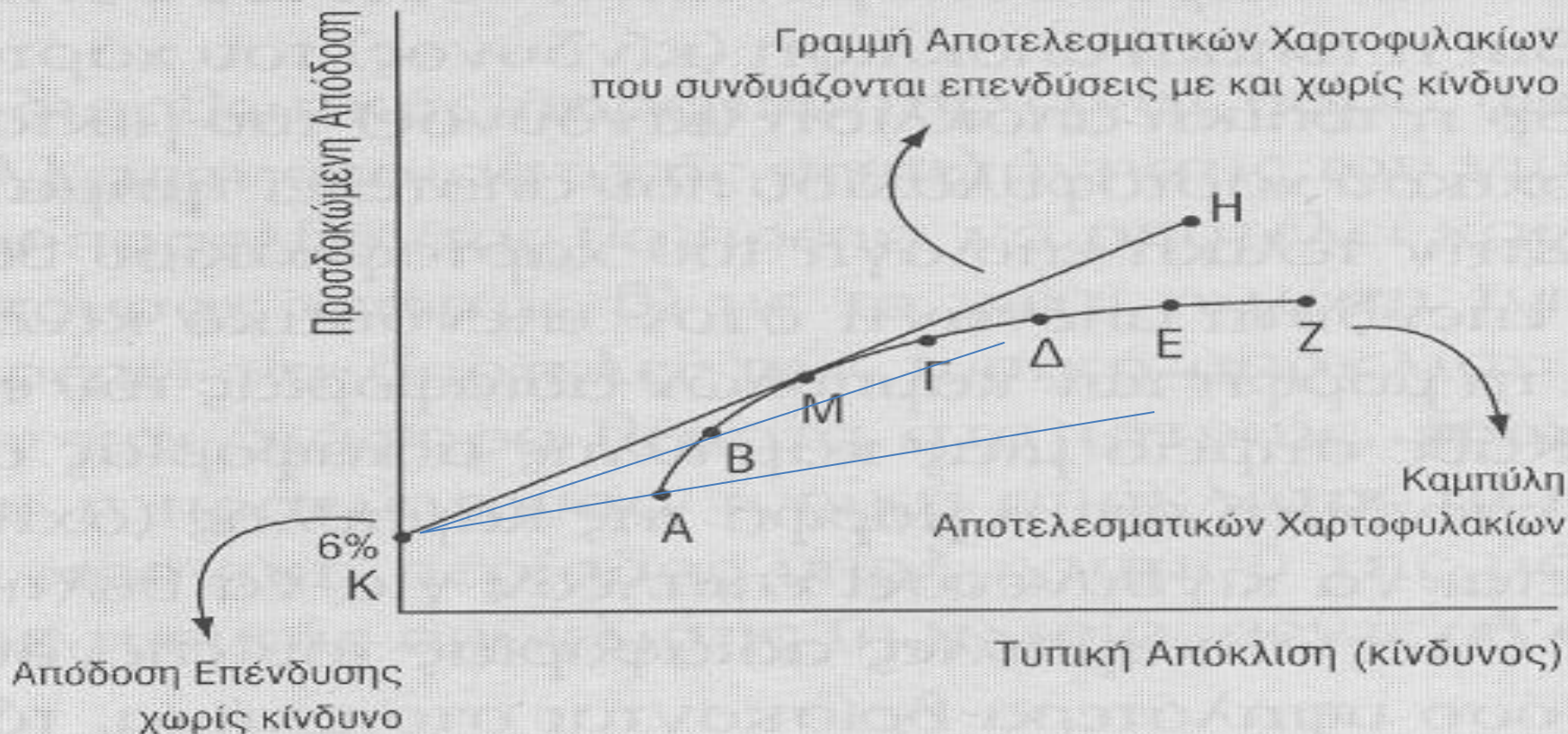
- Έστω ότι έχουμε ένα σύνολο μετοχών και έχουμε εντοπίσει το χαρτοφυλάκιο με την μικρότερη διακύμανση και παράλληλα την μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση.
- Το χαρτοφυλάκιο αυτό συμβολίζεται με το γράμμα M



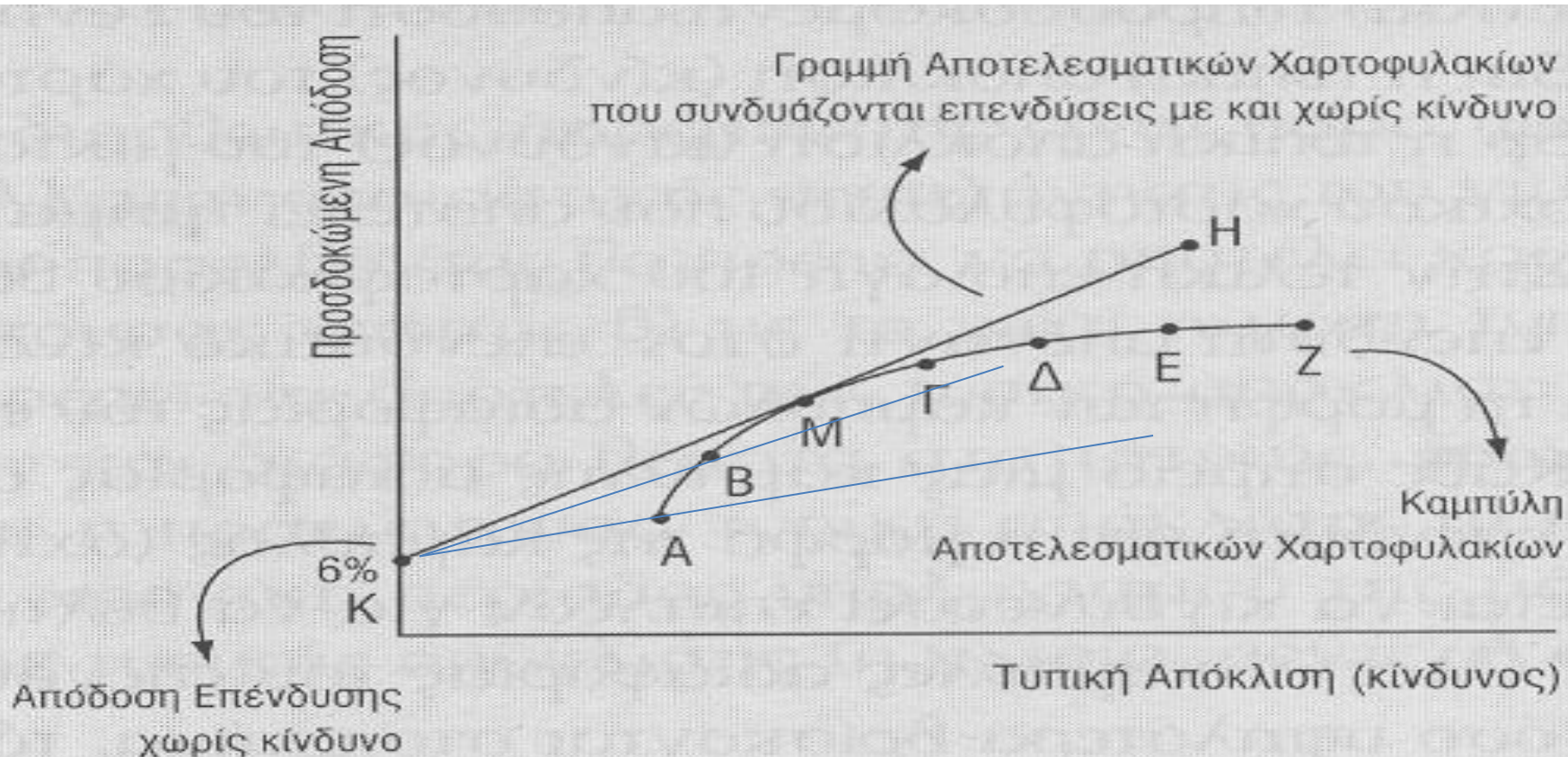
- Η αναμενόμενη απόδοση και ο κίνδυνος αυξάνουν γραμμικά καθώς αυξάνει το ποσοστό των κεφαλαίων το οποίο επενδύεται στο επιλεχθέν χαρτοφυλάκιο.
- Εάν ο επενδυτής επιλέξει το χαρτοφυλάκιο B, τότε μπορεί να πραγματοποιήσει οποιοδήποτε συνδυασμό βρίσκεται στην ευθεία KB, επενδύοντας ένα ποσοστό στην K και το υπόλοιπο στο χαρτοφυλάκιο B.



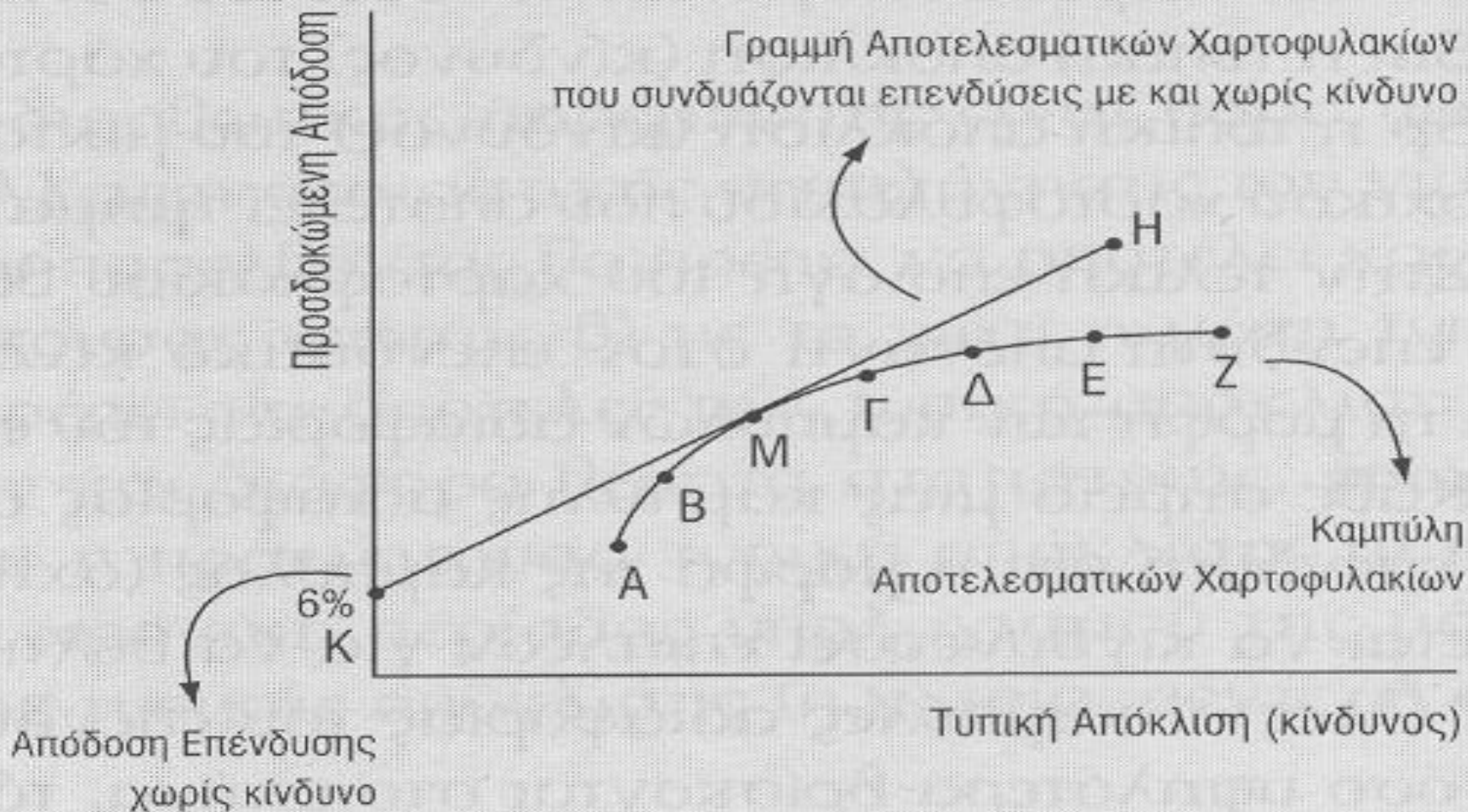
- Όλοι οι συνδυασμοί που απεικονίζονται στην ευθεία ΚΒ είναι πιο αποτελεσματικοί από όλους τους συνδυασμούς της επένδυσης Κ με χαρτοφυλάκια που βρίσκονται σε χαμηλότερο σημείο από το χαρτοφυλάκιο Β.
- Για οποιοδήποτε χαρτοφυλάκιο βρίσκεται κάτω από το Β, υπάρχει συνδυασμός του Κ με το Β που για την ίδια τυπική απόκλιση έχει μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση.



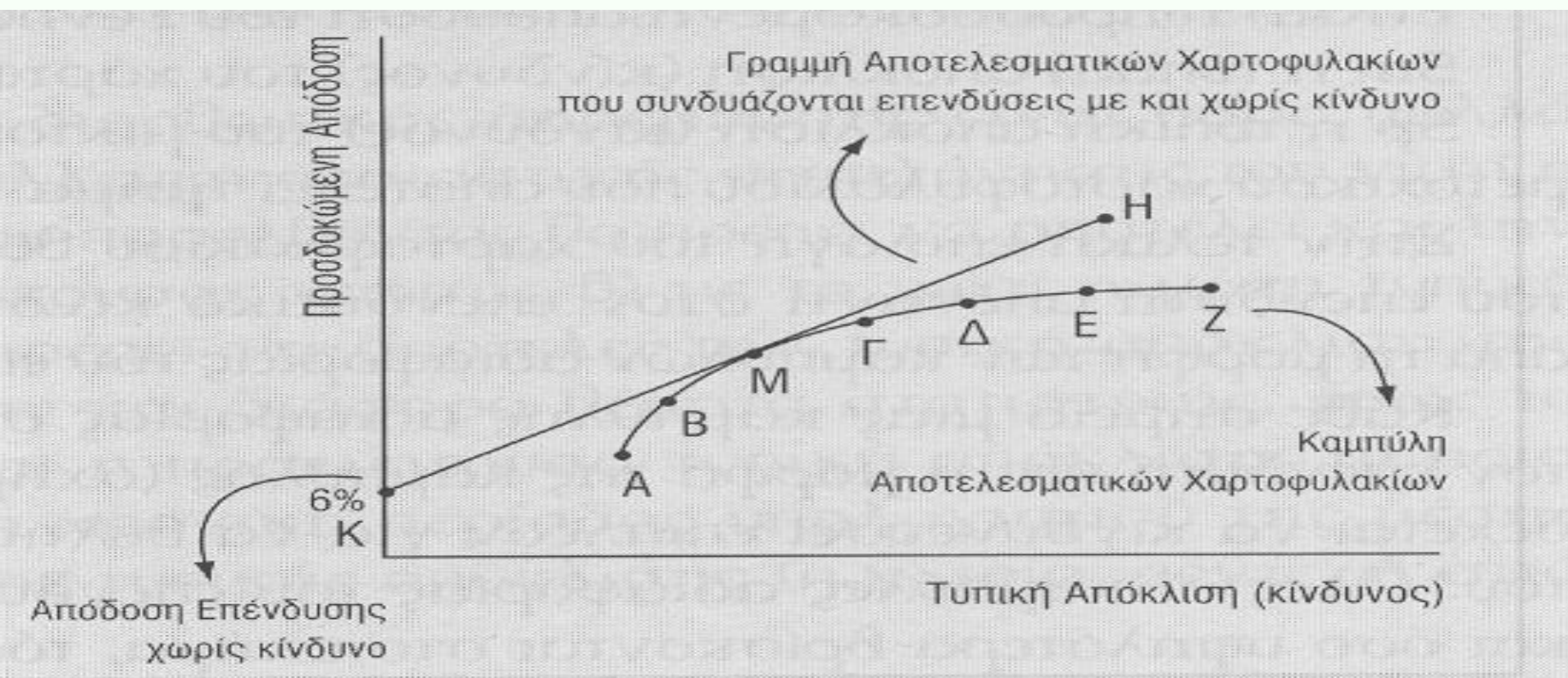
- Η ευθεία που αποτελεί εφαπτομένη της επένδυση χωρίς κίνδυνο K με το αποτελεσματικό σύνορο υπερσχύει έναντι όλων των άλλων γραμμών (χαρτοφυλακίων) που είναι κάτω από αυτήν.
- Η επέκταση της γραμμής KM μέχρι το σημείο H αφορά στα χαρτοφυλάκια που δημιουργούνται με δανεισμό 6%.



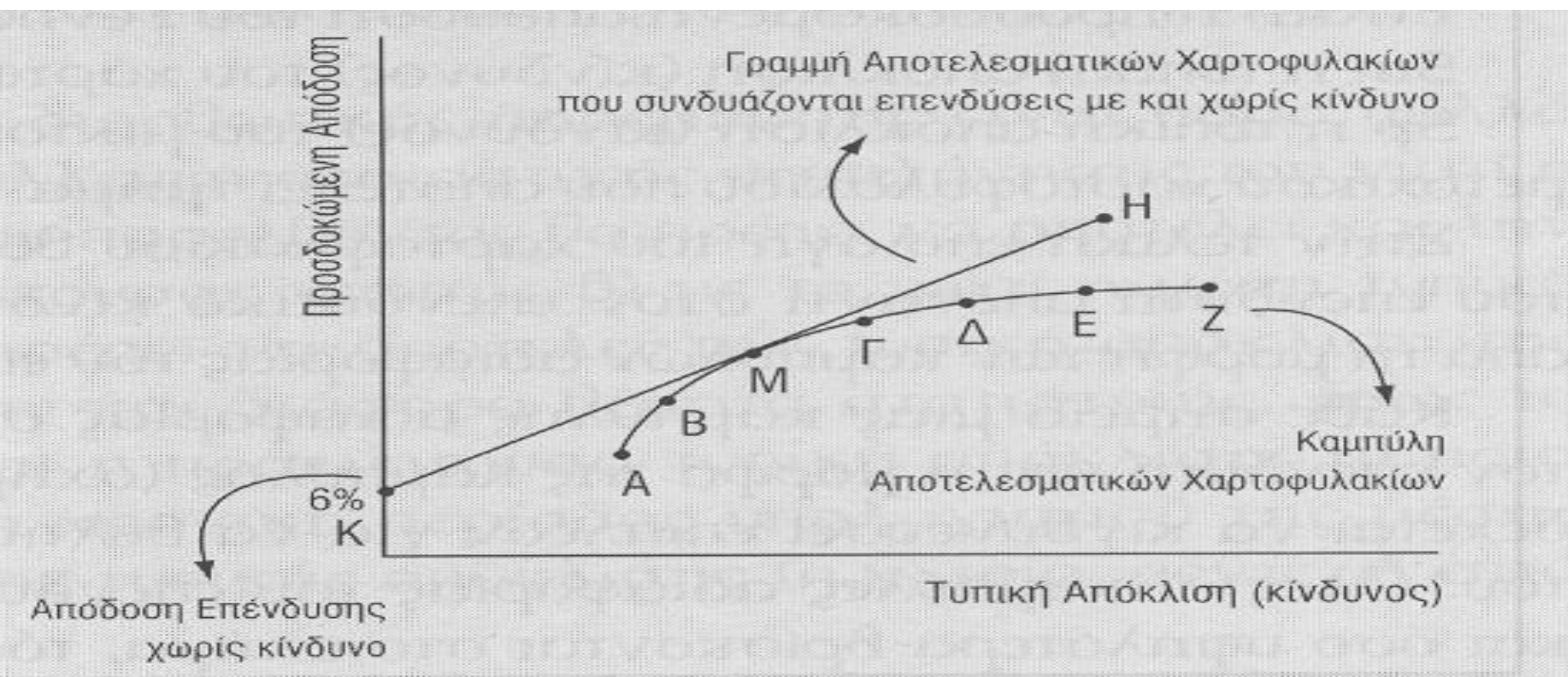
- Εάν το επιτόκιο της χωρίς κίνδυνο επένδυσης είναι π.χ. 6%, τότε ο συνδυασμός με το άριστο μετοχικό χαρτοφυλάκιο του σημείου M δημιουργεί την γραμμή αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων ΚΗ.



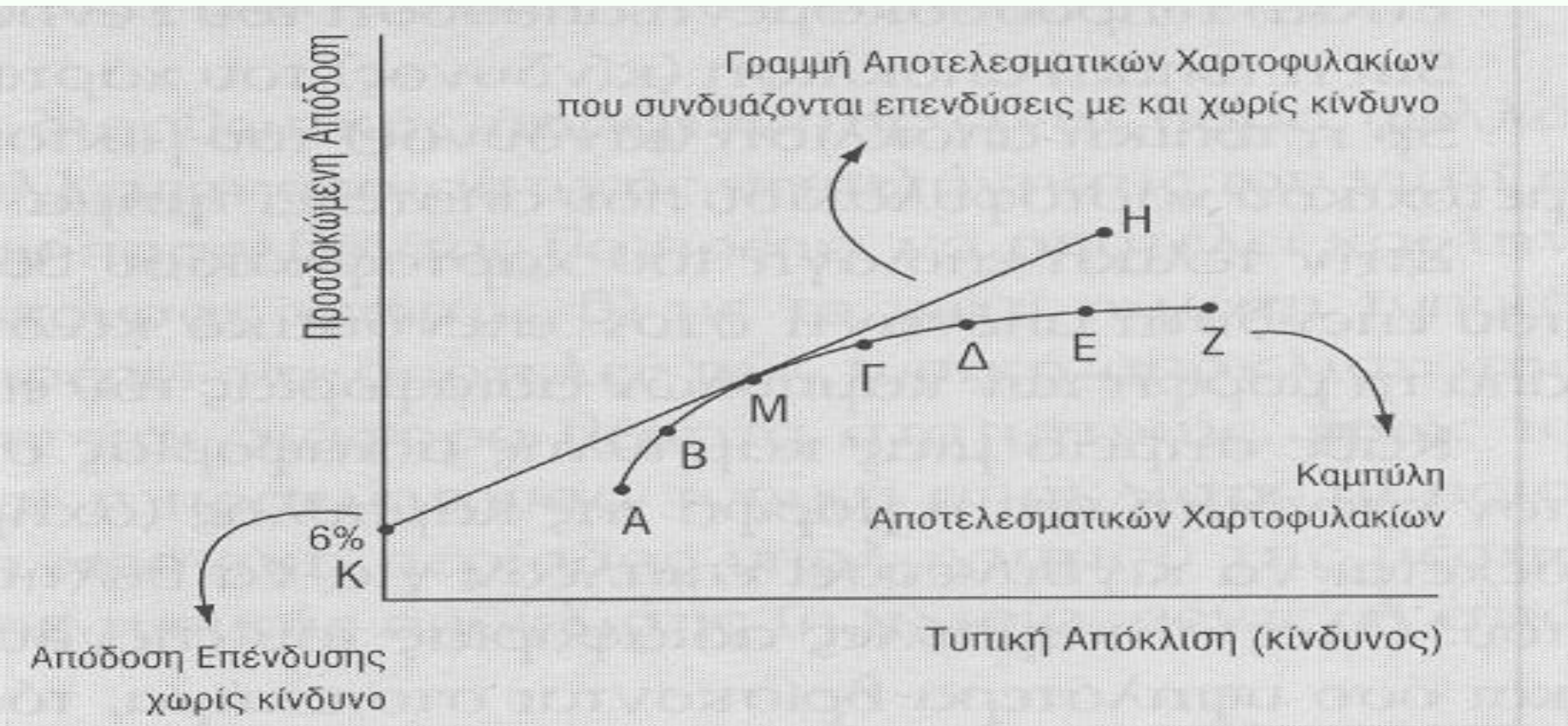
- Το νέο αποτελεσματικό σύνορο είναι η ευθεία γραμμή ΚΗ
- Η γραμμή ΚΗ λέγεται **γραμμή κεφαλαιαγοράς (CML)**
 - **CML capital market line**
 - δείχνει τους όρους ανταλλαγής προσδοκώμενης απόδοσης και κινδύνου για αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια
 - Όταν η αγορά βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας



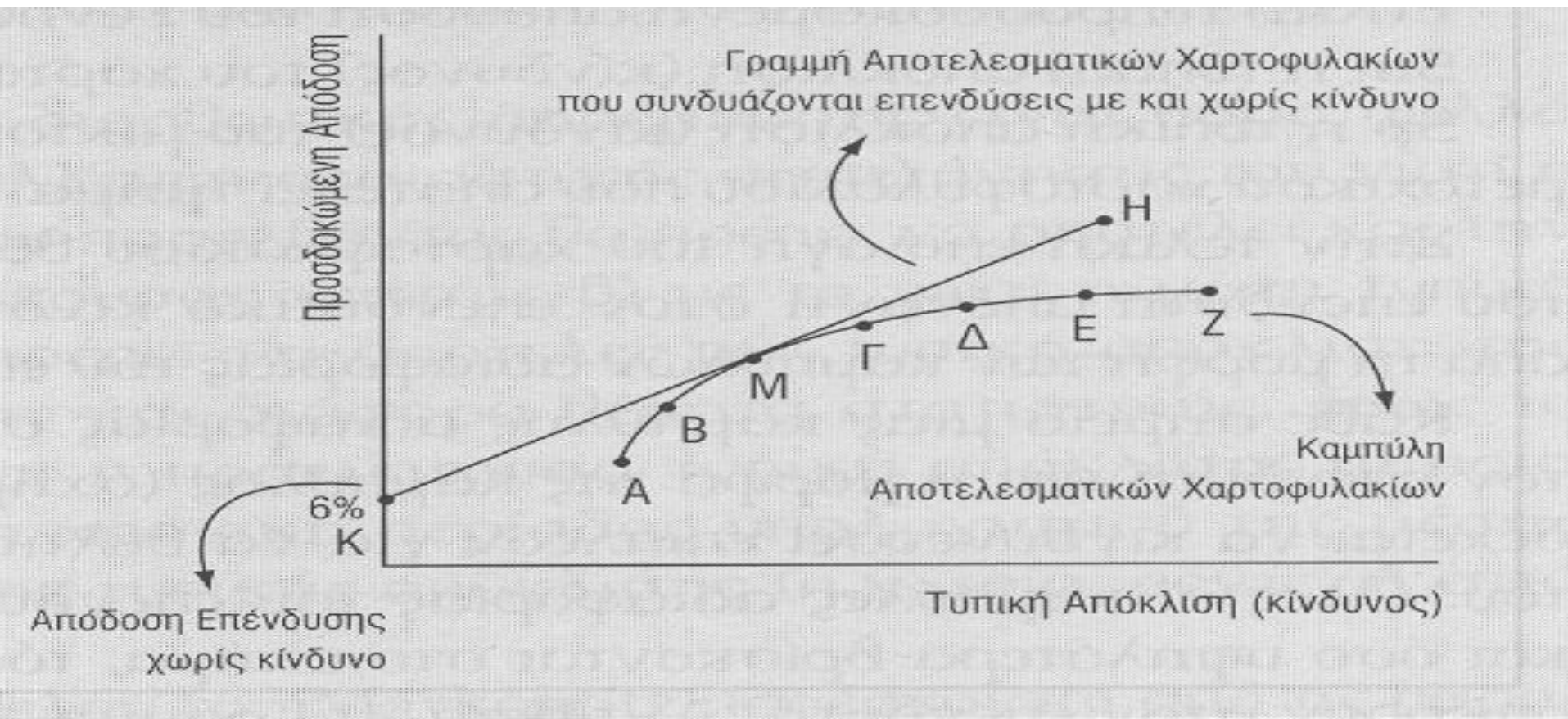
- Η γραμμή κεφαλαιαγοράς ΚΜΗ αντιπροσωπεύει την απόδοση που προσφέρεται ως αποζημίωση για κάθε επίπεδο κινδύνου που αναλαμβάνεται
- Κάθε σημείο επάνω στη γραμμή κεφαλαιαγοράς αποτελεί σημείο ισορροπίας της αγοράς
- Η κλίση δείχνει την πρόσθετη αποζημίωση για κάθε μεταβολή του κινδύνου.



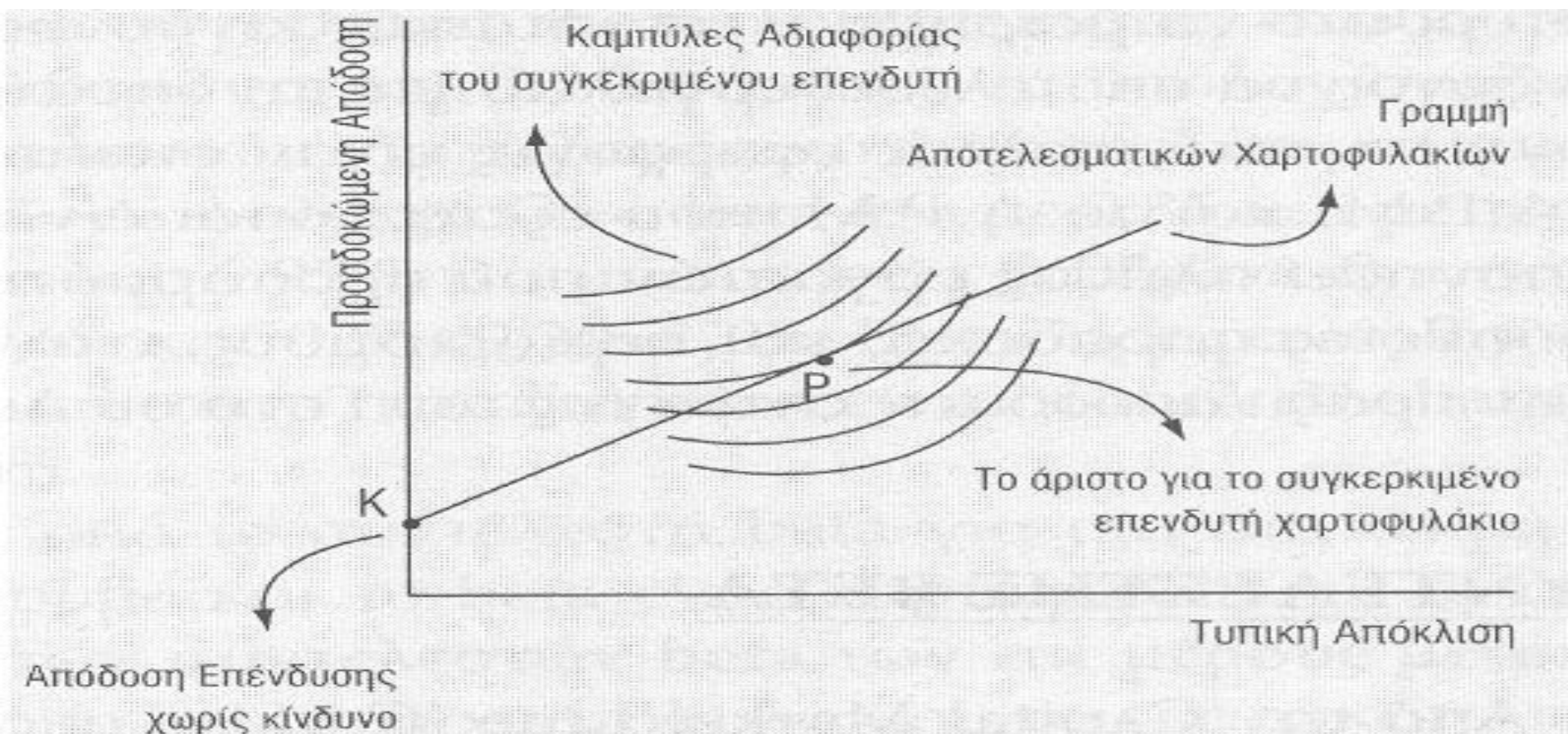
- Το χαρτοφυλάκιο Μ αποτελεί στην πράξη το χαρτοφυλάκιο της αγοράς
 - το χαρτοφυλάκιο που διαθέτει τις μετοχές του Γενικού Δείκτη κατά το ποσοστό που αυτές συμμετέχουν στο Γενικό Δείκτη.



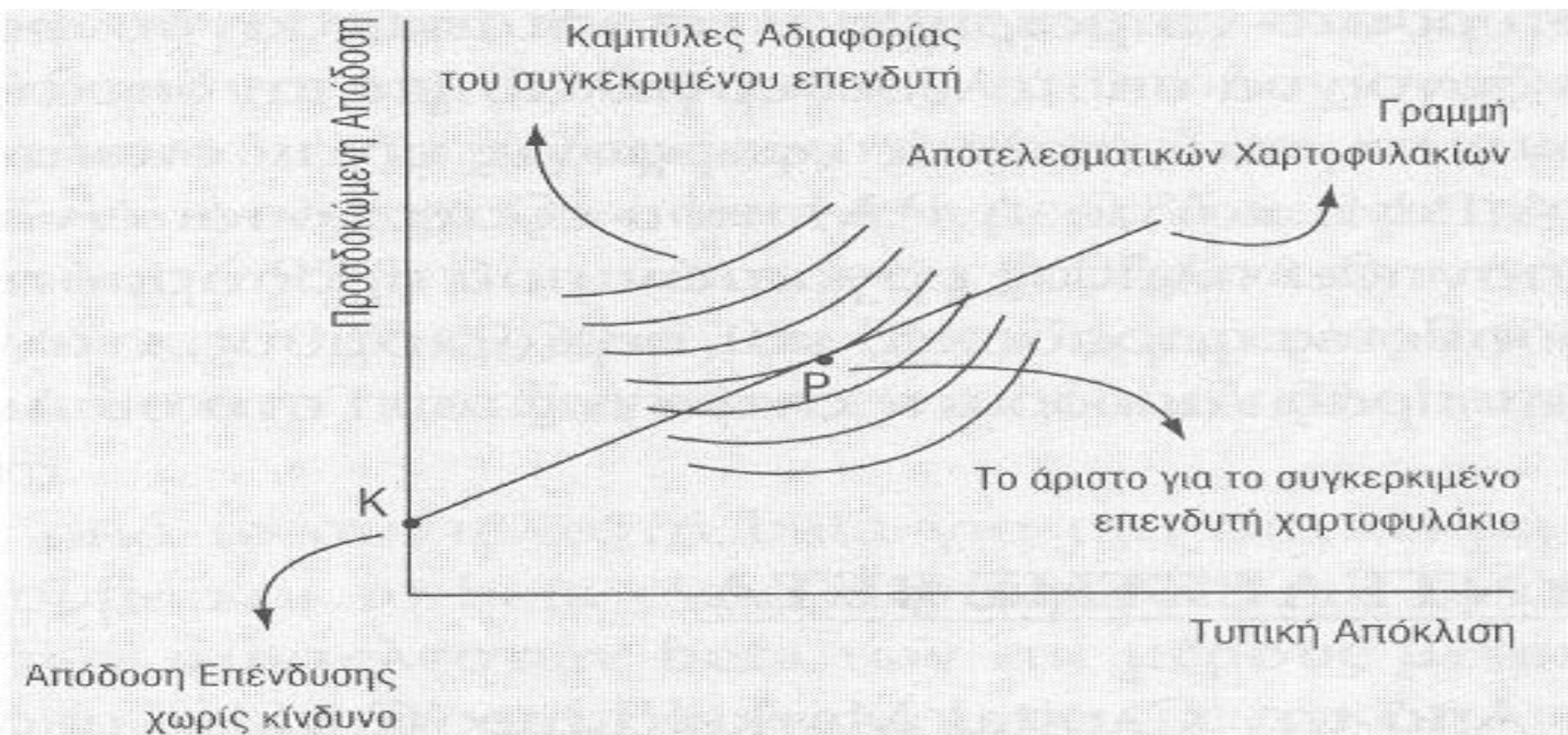
- Η κλίση της Γραμμής Αποτελεσματικών Χαρτοφυλακίων (C.M.L.) αντικατοπτρίζει το πόσο επιπλέον κίνδυνο θα πρέπει να αναλάβει ο επενδυτής όταν θέλει να αυξήσει την προσδοκώμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου του – επιλέγοντας πάντοτε αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια.



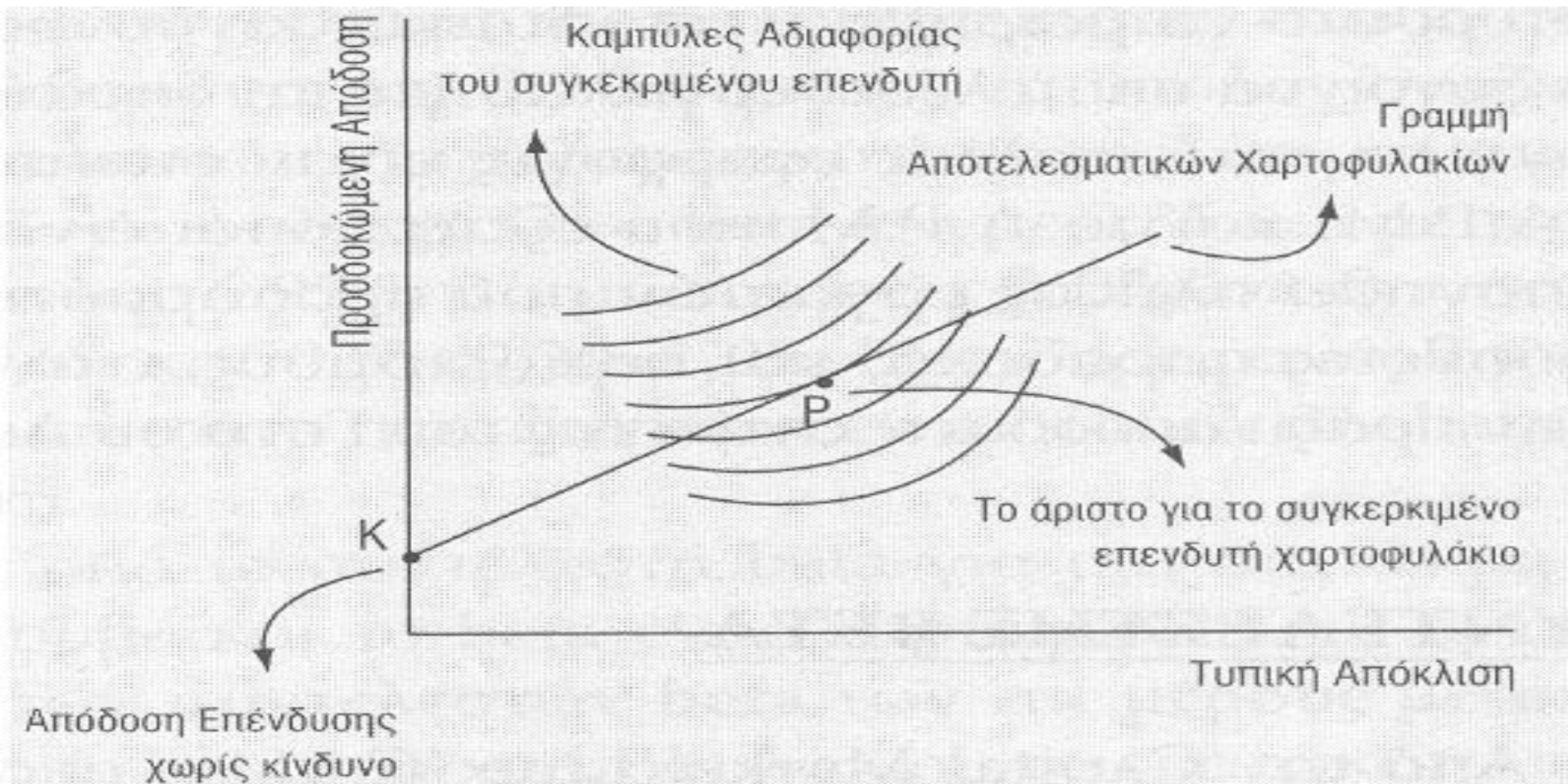
- Στην τελική επιλογή τον χαρτοφυλακίου θα συμβάλλει αποφασιστικά η στάση του επενδυτή απέναντι στον επενδυτικό Κίνδυνο,
 - αυτή εκφράζεται μέσα από τη μορφή των καμπυλών αδιαφορίας του επενδυτή απέναντι στον κίνδυνο.



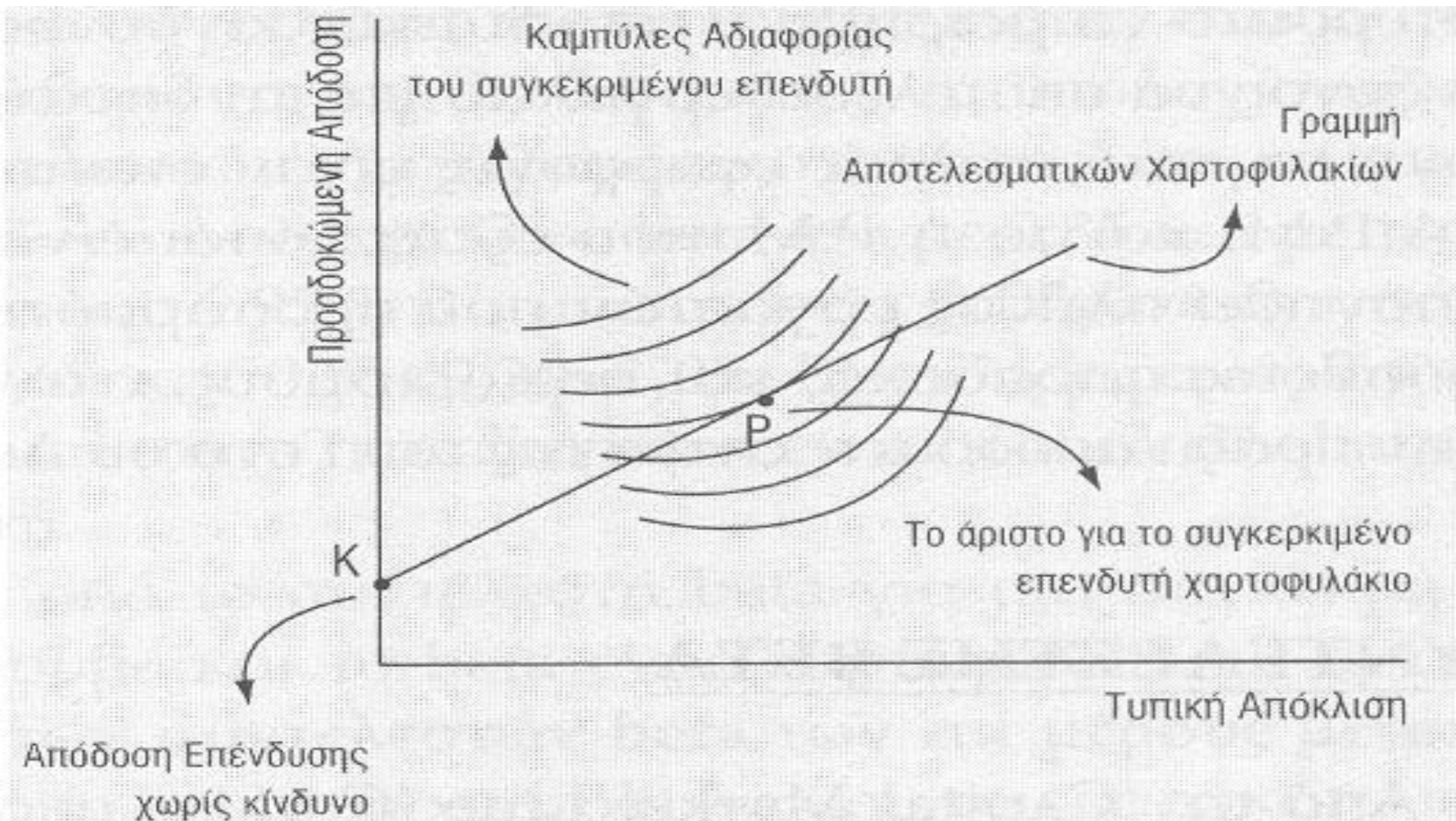
- Κάθε σημείο μιας καμπύλης αδιαφορίας συνεπάγεται ίδια χρησιμότητα για τον επενδυτή
- Η μορφή της καμπύλης δείχνει το πόσο ο επενδυτής δέχεται να κινδυνεύσει επιπλέον για να βελτιώνει την προσδοκώμενη απόδοσή του.



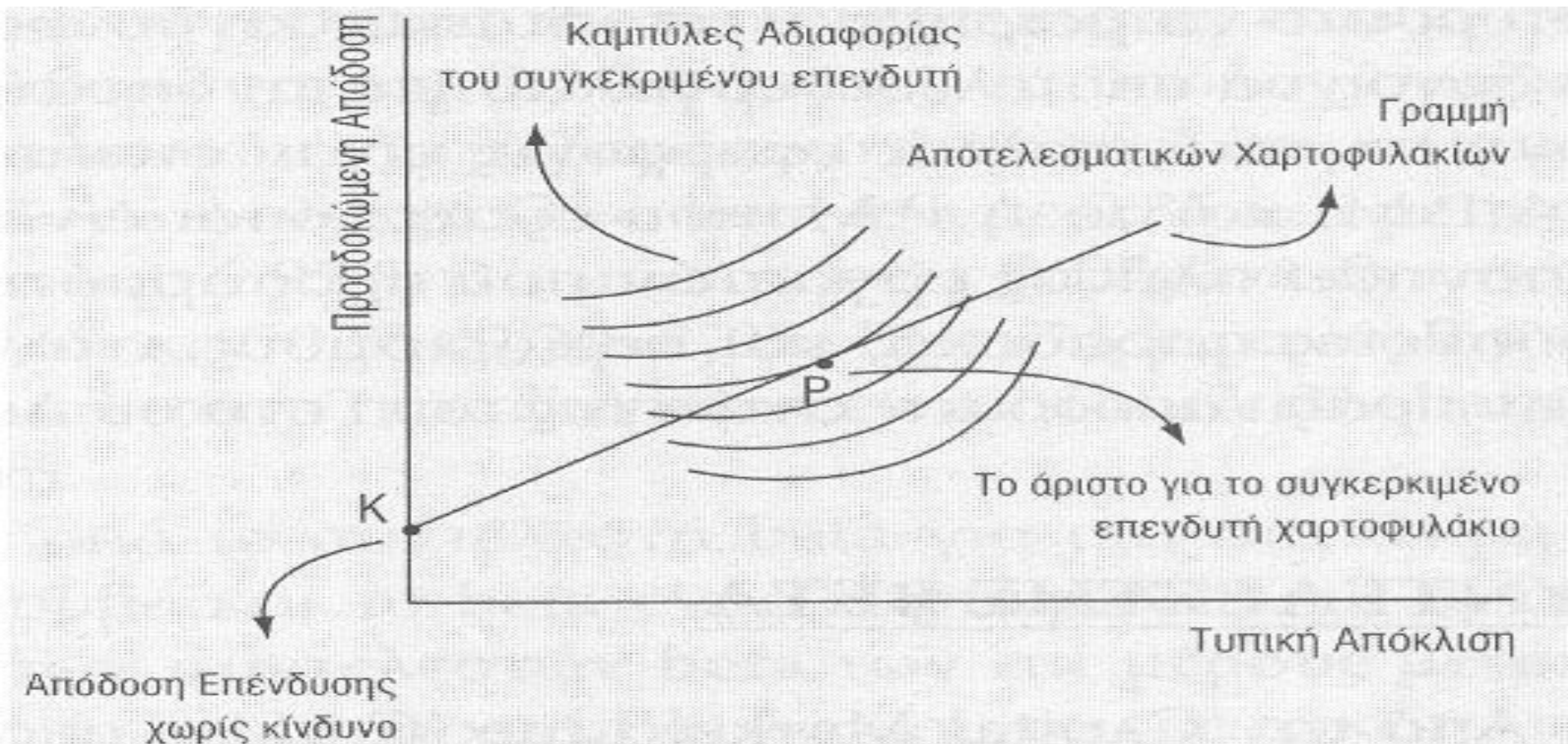
- Όλες οι καμπύλες αδιαφορίας του επενδυτή είναι παράλληλες μεταξύ τους
- όσο υψηλότερα βρίσκονται τόσο μεγαλύτερη χρησιμότητα προσφέρουν στον επενδυτή.



- Η Γραμμή Αποτελεσματικών Χαρτοφυλακίου παρουσιάζει τα "άριστα" χαρτοφυλάκια που συγχρόνως είναι και εφικτά.



- Το "άριστο" χαρτοφυλάκιο που θα εφάπτεται στην καμπύλη αδιαφορίας του επενδυτή απέναντι στον κίνδυνο (σημείο P).
- Κανένα άλλο χαρτοφυλάκιο της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς δεν προσφέρει υψηλότερη χρησιμότητα στο συγκεκριμένο επενδυτή



- Τα **μειονεκτήματα** του μοντέλου του Markowitz είναι πολλά και προφανή.
 - Η τεράστια δυσκολία (στην πραγματικότητα αδυναμία) στην πρόβλεψη της πιθανότητας επέλευσης κάθε ενδεχόμενης απόδοσης.
 - Η δυσκολία αυτή γίνεται μεγαλύτερη, εάν δεν περιορίσουμε τις επενδύσεις που εμπεριέχουν κίνδυνο στις ελληνικές μετοχές, αλλά συμπεριλάβουμε και άλλες μορφές επενδύσεων.
 - Για την αντιμετώπιση αυτού του τόσο σημαντικού μειονεκτήματος, πολλοί αναλυτές χρησιμοποιούν ως προσδοκώμενη απόδοση τη μέση ετήσια απόδοση μιας παρελθούσας περιόδου, π.χ. της τελευταίας πενταετίας,



- έλλειψη ουσιαστικής αιτιολόγησης γιατί η μέση προσδοκώμενη απόδοση τον παρελθόντος θα πρέπει να αποτελεί και την προσδοκώμενη απόδοση της τρέχουσας χρήσης
- έλλειψη ουσιαστικής αιτιολόγησης γιατί η μέση τυπική απόκλιση του παρελθόντος θα πρέπει να αποτελεί την τυπική απόκλιση της τρέχουσας χρήσης,
- ποια είναι η κατάλληλη παρελθούσα χρονική περίοδος υπολογισμού της μέσης προσδοκώμενης απόδοσης και της τυπικής απόκλισης (π.χ. τρία, πέντε, ή επτά χρόνια;)

- Άλλα μειονεκτήματα τον μοντέλου του Markowitz προέρχονται από τις παραδοχές του ίδιου του μοντέλου,
 - Π.χ. η υπόθεση περί ύπαρξης αποτελεσματικής αγοράς, υπόθεση που αμφισβητείται από πολλούς.
- Το μοντέλο του Markowitz αποτελεί τη Βάση της σύγχρονης χρηματιστηριακής θεωρίας,
- Για πρώτη φορά έγινε κατορθωτό να μετρηθεί ο επενδυτικός κίνδυνος.
- Μετά και το μοντέλο αυτό, πολλές εφαρμογές είχαν σκοπό την περαιτέρω βελτίωσή του.
 - Το C.A.P.M. και το A.P.T. είναι δύο από αυτές.