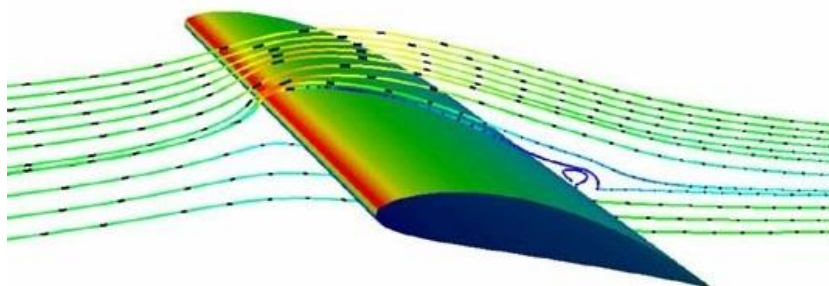


Βασική Αεροδυναμική



Καθηγητής Ι. Καλλιντέρης

Τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών
Πανεπιστήμιο Πατρών

Πάτρα 2023

1 Εισαγωγή

Περιεχόμενα

1.1 Το πεδίο της Αεροδυναμικής.....	2
1.2 Σύντομη Ιστορική Ανασκόπηση.....	5
1.3 Εξισώσεις Ροής και Κύριες Απλοποιήσεις τους	12
Βιβλιογραφία	15

Απαγορεύεται η αναπαραγωγή ή η μετάφραση όλου ή οποιουδήποτε τμήματος του βιβλίου και με οποιοδήποτε τρόπο χωρίς την γραπτή άδεια του συγγραφέα.

Στο εισαγωγικό αυτό κεφάλαιο ορίζεται το πεδίο της αεροδυναμικής, παρουσιάζονται οι βασικές εφαρμογές του καθώς και οι διάφορες κατηγορίες πεδίων ροής και των αντίστοιχων εξισώσεων. Επίσης, καταγράφονται οι βασικοί σταθμοί στην εξέλιξη του πεδίου της Αεροδυναμικής.

1.1 Το πεδίο της Αεροδυναμικής

Το πεδίο της Αεροδυναμικής αποτελεί κλάδο της Ρευστομηχανικής που μελετά την δυναμική συμπεριφορά του αέρα καθώς και των σωμάτων που κινούνται μέσα σε αυτόν. Τα σώματα που μελετώνται στην αεροδυναμική είναι λεπτά, δηλαδή η γεωμετρική διάσταση που είναι κάθετη στη ροή (πάχος) είναι πολύ μικρότερη από τη διάσταση που είναι παράλληλη στη ροή (μήκος).

Τα σώματα, κατά την κίνησή τους μέσα σε ένα οποιοδήποτε ρευστό, εκτοπίζουν, επιταχύνουν και γενικότερα επηρεάζουν το ρευστό με τρόπο που συσχετίζεται άμεσα με την γεωμετρία και την ταχύτητα κίνησης του σώματος. Παράλληλα, το ίδιο το ρευστό, εν προκειμένω ο αέρας, ως αντίδραση στις μεταβολές που επιβάλλει η παρουσία του σώματος, ασκεί δυνάμεις στο σώμα, οι οποίες καλούνται Αεροδυναμικές Δυνάμεις. Χαρακτηριστικά παραδείγματα αποτελούν η άντωση (lift) και η αντίσταση (drag). Η προσπάθεια προσδιορισμού αυτών των δυνάμεων καλείται Αεροδυναμική Ανάλυση και αποτελεί καθοριστικό και αναπόσπαστο εργαλείο στο πεδίο σχεδιασμού και ανάλυσης αεροχημάτων, γνωστό και ως Αεροναυπηγική.

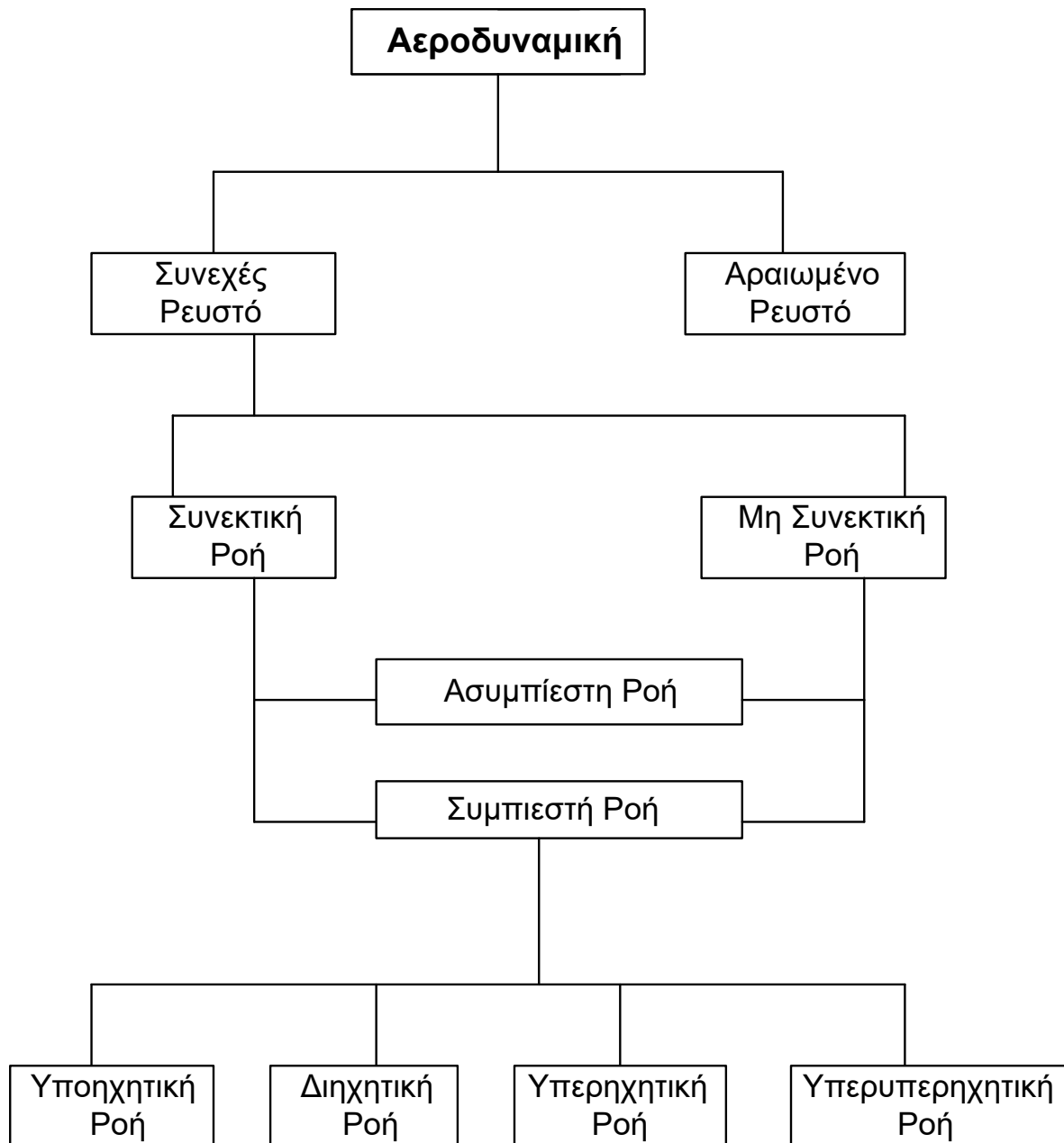
Η αεροδυναμική ανάλυση έχει ποικίλες εφαρμογές και σε άλλα πεδία, εκτός της Αεροναυπηγικής. Είναι αναπόσπαστο κομμάτι του σχεδιασμού αυτοκινήτων. Ακόμη, χρησιμοποιείται για τον σχεδιασμό των πτερυγίων στροβιλομηχανών και ανεμογεννητριών, αλλά και για το σχεδιασμό ιστιοφόρων πλοίων. Τα τελευταία χρόνια, υπάρχει συνεχής ανάπτυξη της τεχνολογίας των μη-επανδρωμένων αεροσκαφών (UAVs), τα οποία έχουν ιδιαίτερα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά. Ακόμη, η αεροδυναμική ανάλυση έχει πλέον διεισδύσει και στην αθλητική βιομηχανία, με τον σχεδιασμό των αθλητικών ειδών να είναι τέτοιος που να διευκολύνει τις επιδόσεις των αθλητών, με βάση τις αρχές της αεροδυναμικής.

Η αεροδυναμική ανάλυση μπορεί να πραγματοποιηθεί: α) θεωρητικά μέσω μαθηματικής ανάλυσης των εξισώσεων που διέπουν τα ρευστά, β) πειραματικά σε κατάλληλα σχεδιασμένες διατάξεις, γνωστές και ως Αεροσήραγγες, γ) υπολογιστικά σε περιβάλλον προσομοίωσης H/Y, χρησιμοποιώντας τεχνικές της Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (Computational Fluid Dynamics). Λόγω των περιορισμών που παρέχει η μαθηματική

ανάλυση και του υψηλού κόστους των πειραματικών διατάξεων, η υπολογιστική αεροδυναμική αποτελεί τον πλέον διαδομένο τρόπο Αεροδυναμικής Ανάλυσης. Η ανάπτυξη ακριβέστερων αριθμητικών μεθόδων επίλυσης, η σύνθεση πολυπλοκότερων αριθμητικών πλεγμάτων και η κατασκευή αλγορίθμων σχεδιαστικής βελτιστοποίησης αποτελούν την βασική κατεύθυνση εξέλιξης της αεροδυναμικής επιστήμης, μέσω των διαφόρων τεχνολογικών εφαρμογών της.

Στην θεωρητική αεροδυναμική ανάλυση κάνουμε χρήση των εξισώσεων ροής (Navier Stokes), οι οποίες στην γενική τους μορφή δεν επιλύονται αναλυτικά, για πραγματικά προβλήματα και γεωμετρίες. Για τον λόγο αυτό κατηγοριοποιούμε την αεροδυναμική σε μαθηματικά πιο διαχειρίσιμα πεδία ροής, το καθένα με την δική του φυσική σημασία. Ένα διάγραμμα των διαφόρων τύπων πεδίων ροής που συναντάμε στην Αεροδυναμική δίνεται στο Σχήμα 1.1.

Η πρώτη διάκριση γίνεται με βάση το ιξώδες του αέρα. Αν η επίδραση του ιξώδους είναι σημαντική στη ροή, τότε η ροή είναι συνεκτική, αλλιώς θεωρείται μη-συνεκτική. Στη μη-συνεκτική ροή δεν παρουσιάζονται οριακά στρώματα. Η επόμενη διάκριση γίνεται με βάση τον αριθμό Mach της ροής, που είναι ο λόγος της ταχύτητας της ροής προς την ταχύτητα του ήχου. Για $Mach < 0.3$, μπορεί να θεωρηθεί πως η πυκνότητα του αέρα είναι σταθερή και άρα η ροή είναι ασυμπίεστη. Για $Mach > 0.3$ η πυκνότητα του αέρα μεταβάλλεται σημαντικά και η ροή θεωρείται συμπίεστη. Ανάλογα με την τιμή του αριθμού Mach, η συμπίεστη ροή διακρίνεται σε υποηχητική ($Mach < 1$), υπερηχητική ($Mach > 1$) και υπερ-υπερηχητική ($Mach > 5$). Στην υπερηχητική και στην υπερ-υπερηχητική ροή, δημιουργούνται κρουστικά κύματα, όπου τα ροϊκά μεγέθη παρουσιάζουν ασυνέχεια. Τέλος, στα υψηλότερα στρώματα της ατμόσφαιρας, οι αποστάσεις ανάμεσα στα μόρια του αέρα μεγαλώνουν αρκετά και ο αέρας μπορεί να θεωρηθεί ως αραιωμένο ρευστό. Σε αυτές τις περιπτώσεις χρησιμοποιούνται για την μοντελοποίηση της ροής οι εξισώσεις Boltzmann αντί για τις Navier-Stokes.



Σχήμα 1.1: Κατηγορίες πεδίων ροής της Αεροδυναμικής.

1.2 Σύντομη Ιστορική Ανασκόπηση

Η εξέλιξη της Αεροδυναμικής συμβαδίζει με την εξέλιξη των αεροχημάτων. Τις τελευταίες δεκαετίες, ακολουθεί επίσης και την εξέλιξη στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές. Στη συνέχεια αναφέρονται ορισμένοι ενδεικτικοί σταθμοί της εξέλιξης της Αεροδυναμικής.

Χρονολογία	Σταθμός
1290	Χρήση ανεμόμυλων για την παραγωγή μηχανικού έργου.
1490	<i>Leonardo Da Vinci.</i> Σχέδια αεροδυναμικών σχημάτων που έχουν μικρή αντίσταση στον αέρα.
1600-1690	<i>Galileo, E. Mariotte, I. Newton, C. Huygens.</i> Υπολογισμός αεροδυναμικής αντίστασης.
1732	<i>H. Pitot.</i> Σωλήνας Pitot για τον υπολογισμό ταχύτητας ροής από μετρήσεις πιέσεων ροής.
1738	<i>D. Bernoulli.</i> Δημοσίευση εξίσωσης που συνδέει την πίεση με την ταχύτητα ροής.
1752	<i>L. Euler.</i> Δημιουργία εξισώσεων μη-συνεκτικής ροής.
1788	<i>J. Langrange.</i> Εισαγωγή ιδέας του δυναμικού της ταχύτητας και της ροϊκής συνάρτησης, δυο θεμελιώδεις έννοιες της θεωρητικής αεροδυναμικής.

Σύντομη Ιστορική Ανασκόπηση

1804	<i>G. Cayley.</i> Σχεδίασε το πρώτο ανεμόπτερο.
1809	<i>G. Cayley.</i> Θεώρησε ξεχωριστά τις δυνάμεις άντωσης και οπισθέλκουσας.
1840	<i>G. Stokes.</i> Δημοσίευση των εξισώσεων Navier-Stokes της ιξώδους ροής ρευστών.
1858	<i>H. von Helmholtz.</i> Εισήγαγε την έννοια της στροβιλότητας και διατύπωσε τους σχετικούς νόμους.
1870	<i>F. Wenham, (Αγγλία).</i> Κατασκεύασε την πρώτη αεροσήραγγα.
1884	<i>H. Phillips.</i> Πρώτη χρήση καμπύλων αεροτομών για την αύξηση της άντωσης.
1889	<i>O. Lilienthal.</i> Συστηματική πειραματική μελέτη των αεροδυναμικών δυνάμεων σε αεροτομές. Εισαγωγή του διαγράμματος αντίστασης-άντωσης (πολική της αντίστασης).
1891	<i>O. Lilienthal.</i> Πρώτη πτήση επανδρωμένου ανεμόπτερου

1891	<i>S. Langley (ΗΠΑ).</i> Έκδωσε εκτεταμένα πειραματικά δεδομένα για αεροδυναμικές δυνάμεις. Χρησιμοποίησε αργότερα τα δεδομένα του για την κατασκευή ατμοκίνητων ιπτάμενων μηχανών με τις οποίες επίδειξε την τεχνική εφικτότητα πτήσης μηχανών βαρύτερων του αέρα.
1894	<i>O. Chanute (ΗΠΑ).</i> Συνέλαβε ένα ρεαλιστικό μοντέλο της κυκλοφορίας σε μια πτέρυγα που συνοδεύεται από ακροστρόβιλους.
1901	<i>Wilbur and Orville Wright (ΗΠΑ).</i> Κατασκευή και συστηματική χρήση αεροσήραγγας για τη σχεδίαση της πτέρυγας που χρησιμοποίησαν για την πρώτη πτήση επανδρωμένου αεροσκάφους το 1903.
1902	<i>W. Kutta (Γερμανία).</i> Πρώτη θεωρητική εργασία για τον υπολογισμό της άντωσης της αεροτομής.
1904	<i>L. Prandtl (Γερμανία).</i> Αναγνώρισε την ύπαρξη του οριακού στρώματος της ροής στην επιφάνεια στερεών σωμάτων και διατύπωσε απλοποιημένες εξισώσεις που το διέπουν και οι οποίες επιδέχονται επίλυσης. Η συμπεριφορά του στρώματος αυτού επηρεάζει σημαντικά την αεροδυναμική αντίσταση αεροτομής.
1906	<i>N. Joukowski (Ρωσία).</i> Δημοσίευσε την περίφημη εξίσωση $L = \rho V_{\infty} \Gamma$ η οποία δίνει την άντωση αεροτομής γνωρίζοντας την κυκλοφορία της ροής γύρω από αυτή.

1907	<i>F. Lanchester (Αγγλία).</i> Εισήγαγε την έννοια της κυκλοφορίας της ροής γύρω από αεροτομή για να εξηγήσει την ύπαρξη της άντωσης. Συνέλαβε ένα ρεαλιστικό μοντέλο της κυκλοφορίας σε μια πτέρυγα που συνοδεύεται από ακροστρόβιλους.
1913	<i>G. Eiffel (Γαλλία).</i> Κατασκευή αεροσήραγγας με ηλεκτρικό κινητήρα και με μορφή όπως τη γνωρίζουμε σήμερα. Πειράματα με αεροτομές, πτέρυγες, μοντέλα αεροσκαφών καθώς και με έλικες.
1913	<i>L. Prandtl (Γερμανία).</i> Παρουσίαση θεωρητικού μοντέλου της ροής γύρω από πτέρυγα (Μοντέλο γραμμής άντωσης).
1920	<i>H. Page (Αγγλία), G. Lachmann (Γερμανία), H. Fowler (ΗΠΑ).</i> Εισαγωγή υπεραντωτικών διατάξεων για την αύξηση της άντωσης.
1922	<i>M. Munk (Γερμανία, ΗΠΑ).</i> Θεωρία λεπτών αεροτομών.
1922	<i>NACA Langley (ΗΠΑ).</i> Κατασκευή συμπιεζόμενης (αυξημένης πυκνότητας) αεροσήραγγας στη NACA Langley για πειράματα με μεγάλους αριθμούς Reynolds.
1928	<i>NACA Langley (ΗΠΑ).</i> Σημαντική βελτίωση αεροδυναμικής αεροσκάφους με την τοποθέτηση αεροδυναμικών καλυμμάτων γύρω από τους κινητήρες.

1931	<i>NACA Langley (HΠΑ).</i> Η πρώτη πραγματικής-κλίμακας αεροσήραγγα ($30\text{ ft} \times 60\text{ ft}$).
1931	<i>E. Jacobs (NACA Langley, HΠΑ).</i> Οι αεροτομές NACA 4-ψηφίων βοήθησαν την ανάπτυξη προηγμένων αεροσκαφών της δεκαετίας του '30.
1931	<i>T. Theodorsen (HΠΑ).</i> Γενική θεωρία αεροτομών για οποιοδήποτε σχήμα και πάχος και σε οποιαδήποτε γωνία προσβολής.
1938	<i>E. Jacobs (NACA Langley, HΠΑ).</i> Πρώτη χρήση αντίστροφης διαδικασίας σχεδιασμού αεροτομών (εύρεση σχήματος αεροτομής από προδιαγραφή κατανομής πίεσης). Χρησιμοποιήθηκε για το σχεδιασμό αεροτομών στρωτής ροής για μειωμένη οπισθέλκουσα (NACA σειρά 6).
1939	<i>Igor Sikorsky (HΠΑ).</i> Πτήση του πρώτου πρακτικού ελικοπτέρου.
1947	<i>Chuck Yeager (HΠΑ).</i> Ξεπεράστηκε το φράγμα της ταχύτητας του ήχου κατά την πτήση του πυραυλοκίνητου αεροσκάφους Bell X-1.
1952	<i>Richard T. Whitcomb (HΠΑ).</i> Διατύπωση του κανόνα της επιφάνειας (Area rule), ο οποίος μείωσε σημαντικά την αντίσταση σε διηχητικά και υπερηχητικά αεροσκάφη, αλλάζοντας την κατανομή της επιφάνειας διατομής κατά το μήκος της ατράκτου.

1961	<i>U.S. Air Force - NASA (HΠΑ).</i> Πρώτη υπερ-υπερηχητική πτήση (hypersonic flight) του πυραυλοκίνητου αεροσκάφους X-15 με ταχύτητα έξι φορές μεγαλύτερη αυτής του ήχου (Mach 6).
1967	<i>Hawker Siddeley (Αγγλία).</i> Ανάπτυξη του Harrier Jump Jet, του πρώτου επιτυχημένου μαχητικού αεροσκάφους με δυνατότητα κατακόρυφης / σύντομης απογείωσης και προσγείωσης (V/STOL).
1968	<i>Boeing Commercial Airplanes (HΠΑ).</i> Ανάπτυξη του θρυλικού αεροσκάφους Boeing 747 “Jumbo Jet”, το οποίο, χάρις την αεροδυναμική του σχεδίαση και των κινητήρων του, έφερε τα διηπειρωτικά ταξίδια μεγάλων αποστάσεων στο προσκήνιο.
1969	Η γαλλική εταιρεία Sud Aviation και η βρετανική British Aircraft Corporation (BAC) ανέπτυξαν το πρώτο υπερηχητικό επιβατηγό αεροσκάφος, “Concorde”, του οποίου η ταχύτητα ξεπερνούσε το διπλάσιο της ταχύτητας του ήχου (Mach 2).
1970 - Σήμερα	Ανάπτυξη των υπολογιστών και της υπολογιστικής αεροδυναμικής για την προσομοίωση πολύπλοκων αεροδυναμικών πεδίων.
1981	<i>NASA (HΠΑ).</i> Πτήση του διαστημικού λεωφορείου (Space Shuttle) Columbia, του πρώτου επαναχρησιμοποιούμενου διαστημικού οχήματος με μορφή αεροσκάφους, το οποίο μετά την επανείσοδό του στην ατμόσφαιρα είχε την δυνατότητα να πετάξει ως ανεμοπλάνο.
2000 - Σήμερα	Ανάπτυξη αεροσκαφών με μειωμένη κατανάλωση καυσίμου και θόρυβο

Σύντομη Ιστορική Ανασκόπηση

2010 - Σήμερα	Ανάπτυξη Μη Επανδρωμένων Αεροχημάτων (UAVs) με ιδιαίτερα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά.
------------------	---

1.3 Εξισώσεις Ροής και Κύριες Απλοποιήσεις τους

Η κίνηση των ρευστών περιγράφεται από το σύστημα των εξισώσεων Navier-Stokes. Το σύστημα αποτελείται από τις εξισώσεις διατήρησης της μάζας, της ορμής και της ενέργειας του ρευστού. Η διανυσματική μορφή του συστήματος σε δυο διαστάσεις δίνεται στην ακόλουθη σχέση:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}_C}{\partial x} + \frac{\partial \vec{G}_C}{\partial y} = \frac{\partial \vec{F}_V}{\partial x} + \frac{\partial \vec{G}_V}{\partial y} \quad (1.1)$$

Στη σχέση αυτή το πεδίο ροής εκφράζεται με το διάνυσμα κατάστασης

$$\vec{U} \equiv [\rho \quad \rho u \quad \rho v \quad E]^T, \quad (1.2)$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα του ρευστού, u και v οι καρτεσιανές συνιστώσες της ταχύτητας του ρευστού και E είναι η ολική ενέργεια. Τα διανύσματα ροής $\vec{F}_C$ και $\vec{G}_C$ αντιστοιχούν στους όρους μεταφοράς (convection) και ορίζονται ως εξής:

$$\vec{F}_C \equiv \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho u v \\ (E + P) u \end{bmatrix}, \quad \vec{G}_C \equiv \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v^2 + P \\ (E + P) v \end{bmatrix}, \quad (1.3)$$

όπου P είναι η στατική πίεση του ρευστού. Τέλος, τα διανύσματα ροής $\vec{F}_V$ και $\vec{G}_V$ αντιστοιχούν στους όρους συνεκτικότητας (viscosity) και δίνονται από:

$$\vec{F}_V \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ u \tau_{xx} + v \tau_{xy} - \dot{Q}_x \end{bmatrix}, \quad \vec{G}_V \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ u \tau_{yx} + v \tau_{yy} - \dot{Q}_y \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

όπου $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{xy}$ είναι οι διατμητικές τάσεις που εξαρτώνται από χωρικές παραγώγους του πεδίου των ταχυτήτων και $\dot{Q}_x, \dot{Q}_y$ είναι όροι μετάδοσης θερμότητας εξαρτώμενοι από χωρικές παραγώγους του θερμοκρασιακού πεδίου (νόμος Fourier).

Όταν η ροή είναι ασυμπίεστη ($\rho = \text{σταθερό}$), προκύπτει ένα απλουστευμένο σύστημα σε σχέση με την σχέση (1.1), παραλείποντας την εξίσωση της ενέργειας. Τα διανύσματα κατάστασης και ροής σε αυτή την περίπτωση είναι:

$$\vec{U} \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ u \\ v \end{bmatrix}, \vec{F}_C \equiv \begin{bmatrix} u \\ u^2 + P/\rho \\ u v \end{bmatrix}, \vec{G}_C \equiv \begin{bmatrix} v \\ v u \\ v^2 + P/\rho \end{bmatrix}. \quad (1.5)$$

Τα διανύσματα ροής $\vec{F}_V$, $\vec{G}_V$, τα οποία αντιστοιχούν στους όρους συνεκτικότητας, είναι απλούστερα των αντίστοιχων της συμπιεστής ροής λόγω του ότι στους όρους των διατμητικών τάσεων $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{xy}$ ο συντελεστής δυναμικής συνεκτικότητας μ είναι σταθερός. Έτσι είναι:

$$\vec{F}_V \equiv \frac{\mu}{\rho} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \partial u / \partial x \\ \partial v / \partial x \end{bmatrix}, \quad \vec{G}_V \equiv \frac{\mu}{\rho} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \partial u / \partial y \\ \partial v / \partial y \end{bmatrix}. \quad (1.6)$$

Μια άλλη συνήθης παραδοχή που γίνεται προκειμένου να απλοποιηθεί το σύστημα των εξισώσεων Navier-Stokes είναι ότι η επίδραση του ιξώδους στη ροή είναι αμελητέα. Θεωρούμε δηλαδή τη ροή μη συνεκτική. Τότε μπορούμε να αγνοήσουμε τους όρους $\vec{F}_V$ και $\vec{G}_V$ από το σύστημα (1.1), οπότε προκύπτει το σύστημα των εξισώσεων Euler:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}_C}{\partial x} + \frac{\partial \vec{G}_C}{\partial y} = 0. \quad (1.7)$$

Επόμενη σημαντική παραδοχή είναι αυτή της αστρόβιλης ροής η οποία επιτρέπει την εισαγωγή δυναμικού ταχύτητας Φ και καταλήγει σε μια κύρια εξίσωση αντί για σύστημα εξισώσεων:

$$\left[1 - \left(\frac{\Phi_x}{c} \right)^2 \right] \Phi_{xx} + \left[1 - \left(\frac{\Phi_y}{c} \right)^2 \right] \Phi_{yy} - \frac{2\Phi_x \Phi_y}{c^2} \Phi_{xy} = 0, \quad (1.8)$$

όπου c είναι η ταχύτητα του ήχου.

Περαιτέρω παραδοχές (κυρίως σταθερής ροής και μικρών διαταραχών της λόγω της ύπαρξης στερεού σώματος) οδηγούν στην απλούστερη γραμμική εξίσωση:

$$(1 - M_\infty^2) \Phi_{xx} + \Phi_{yy} = 0, \quad (1.9)$$

όπου M_∞ είναι ο αριθμός Mach της ελεύθερης ροής. Ο αριθμός Mach ορίζεται σαν τον λόγο της ταχύτητας της ροής προς την ταχύτητα του ήχου και είναι η βασική παράμετρος της συμπιεστής ροής.

Θεωρώντας ασυμπίεστη ροή (ιδανικά αριθμό Mach μηδέν), καταλήγουμε στην εξίσωση Laplace:

$$\Phi_{xx} + \Phi_{yy} = 0. \quad (1.10)$$

Με τις ίδιες κύριες παραδοχές προκύπτει μια άλλη, πολύ γνωστή, απλουστευμένη αναπαράσταση του πεδίου ροής που ονομάζεται εξίσωση Bernoulli:

$$P + \frac{1}{2} \rho V^2 = P_0, \quad (1.11)$$

όπου P είναι η στατική πίεση, P_0 η ολική πίεση η οποία είναι σταθερή και V η ταχύτητα του ρευστού.

Βιβλιογραφία

1. J. D. Anderson, *"A History of Aerodynamics"*, Cambridge University Press, 1997.
2. F. H. Winter, and F. R. van der Linden, *"100 Years of Flight. A Chronicle of Aerospace History 1903-2003"*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2003.
3. A. M. Kuethe, and C. Y. Chow, *"Foundations of Aerodynamics"*, 4th Edition, John Wiley & Sons, 1987.