Αεροδιαστημικά Προωθητικά Συστήματα

ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ ΡΩΜΑΙΟΣ (Δρ. Μηχ.) Τμ. Μηχανολόγων & Αεροναυπηγών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Πατρών

Θερμοδυναμικές Σχέσεις – Ακροφύσια Ορισμοί και βασικά μεγέθη

Εισαγωγή στην Διαστημική πρόωση



Ιδανικός πύραυλος -Ανάλυση-παραδοχές.

•Η θεώρηση των ιδανικών συστημάτων πυραυλικής πρόωσης είναι χρήσιμη γιατί οι απαιτούμενες θερμοδυναμικές αρχές εκφράζονται σαν απλές μαθηματικές σχέσεις. Αυτές οι σχέσεις θεωρητικά εκφράζουν την ημιστατική μονοδιάστατη ροή ακροφυσίου που είναι η απλοποίηση της πραγματικής δυσ- ή τρισδιάστατης πραγματικής αεροθερμοχημικής συμπεριφοράς.

•Η μετρούμενη απόδοση για χημικούς πυραύλους είναι συνήθως μικρότερη μεταξύ 1 έως 6% των υπολογισμένων ιδανικών τιμών.

•Παρόλα αυτά με τις απλοποιήσεις και τις παραδοχές αυτές επιτυγχάνονται χρήσιμες λύσεις για πολλά συστήματα πυραυλικής πρόωσης

Αεροδιαστημικά Προωθητικά Συστήματα

ΘΕΩΡΙΑ ΑΚΡΟΦΥΣΙΩΝ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ.

Ιδανικός πύραυλος -Ανάλυση-παραδοχές

Ένας ιδανικός πύραυλος είναι μια μονάδα με τις παρακάτω υποθέσεις:

- Το εργαζόμενο ρευστό είναι ομογενές και αμετάβλητο στη σύνθεση κατά μήκος του θαλάμου του πυραύλου και του ακροφυσίου.
- 2.Το ρευστό λειτουργίας βρίσκεται στην αέρια κατάσταση. Οι άλλες φάσεις (υγρή ή στερεά) στην ροή του ακροφυσίου έχουν αμελητέα μάζα.
- 3. Το εργαζόμενο ρευστό υπακούει στους νόμους των τελείων αερίων.
- 4. Δεν υπάρχει μετάδοση θερμότητας δια μέσω των τοιχωμάτων του πυραύλου, (*αδιαβατική ροή*).
- 5. Δεν υπάρχει τριβή και τα οριακά στρώματα δεν λαμβάνονται υπ'οψιν.

ΘΕΩΡΙΑ ΑΚΡΟΦΥΣΙΩΝ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ. Ιδανικός πύραυλος -Ανάλυση-παραδοχές(συνέχεια).

- 6. Η ροή πρόωσης είναι μόνιμη και σταθερή. Η εκτόνωση του εργαζόμενου ρευστού λαμβάνει χώρα με ομοιόμορφο και μόνιμο τρόπο χωρίς κρουστικά κύματα ή ασυνέχειες στο ακροφύσιο.
- Όλα τα αέρια που εξέρχονται από το ακροφύσιο του πυραύλου έχουν μόνο αξονική συνιστώσα της ταχύτητας.
- Η ταχύτητα, η πίεση και η πυκνότητα του αερίου είναι ομοιόμορφη σε κάθε διατομή, κάθετη προς τον άξονα του ακροφυσίου.
- Στον θάλαμο του πυραύλου και στο ακροφύσιο υπάρχει χημική ισορροπία.
- Τα αποθηκευμένα προωστικά βρίσκονται σε θερμοκρασία δωματίου, και τα κρυογενικά προωθητικά βρίσκονται σε θερμοκρασία εξάτμισης

ΘΕΩΡΙΑ ΑΚΡΟΦΥΣΙΩΝ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ.

Τδανικός πύραυλος(συνέχεια)

<u>Για ένα πύραυλο υγρού προωστικού</u>, η ιδανική θεωρία παραδέχεται ένα σύστημα ψεκασμού στο οποίο το καύσιμο και το οξειδωτικό μέσο αναμειγνύονται τέλεια, έτσι ώστε να προκύπτει ένα ομοιογενές εργαζόμενο ρευστό. <u>Για ένα πυρηνικό</u> <u>πύραυλο</u> υποτίθεται ότι η πυρηνική ενέργεια προστίθεται στο εργαζόμενο ρευστό με τέτοιο τρόπο ώστε το αέριο λειτουργίας να έχει ομοιόμορφη θερμοκρασία και μόνιμη ροή.

Η ανυπαρξία τριβής και η ύπαρξη μιας μόνιμης ροής χωρίς μετάδοση θερμότητας προς τα τοιχώματα, μας επιτρέπουν την χρησιμοποίηση των σχέσεων της **ισεντροπικής εκτόνωσης** στο ακροφύσιο του πυραύλου, με αποτέλεσμα να είναι δυνατή η υπόθεση της μέγιστης μετατροπής θερμικής ενέργειας σε κινητική ενέργεια του jet. Αυτό σημαίνει ότι η ροή στο ακροφύσιο είναι θερμοδυναμικά αντιστρεπτή. Τις απώλειες λόγω τριβής στα τοιχώματα είναι δύσκολο να τις προσδιορίσουμε ακριβώς, είναι όμως μικρές (της τάξης του 2%).

Διάφοροι τύποι ακροφυσίων, επιτρέπουν στο αέριο να εκτονώνεται ομοιόμορφα και χωρίς κρούση. Η μετατροπή της θερμικής ενέργειας κατευθείαν σε κινητική ενέργεια γίνεται ομαλά και χωρίς ασυνέχειες, έτσι ώστε οι απώλειες εκτόνωσης είναι μικρές. Διάφοροι άλλοι τύποι ακροφυσίων μπορούν κάτω από ειδικές συνθήκες ροής να παρουσιάσουν πρόσθετες εσωτερικές απώλειες και μερικές φορές κρουστικά κύματα. ΘΕΩΡΙΑ ΑΚΡΟΦΥΣΙΩΝ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ.

Ανασκόπηση των θερμοδυναμικών σχέσεων.

Η αρχή διατήρησης της ενέργειας μπορεί να γραφεί για μια αδιαβατική διεργασία, για ροή μεταξύ δύο οποιονδήποτε σημείων x και y ως εξής:

$$h_x - h_y = \frac{1}{2}(u_y^2 - u_x^2) = C_p(T_x - T_y)$$
 3.2

Η αρχή διατήρησης της μάζας σε μόνιμη ροή (εξίσωση συνέχειας) εκφράζεται σαν

$$\dot{m} = \dot{m}_x = \dot{m}_y = A_x u_x / v = A_y u_y / v$$
 3.3
 $v = ειδικός όγκος$

Ο νόμος των τελείων αερίων είναι:

$$P_x v_x = RT_x$$
 3.4

όπου η σταθερά των αερίων R καθορίζεται σαν η παγκόσμια σταθερά αερίου R' (R'=8.314 kJ/kmol K), διαιρούμενη από τη μοριακή μάζα M των αερίων της αντίδρασης.

3.

ΕΩΡΙΑ ΑΚΡΟΦΥΣΙΩΝ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ.

3.2 Ανασκόπηση των θερμοδυναμικών σχέσεων...(συνέχεια).

Η ειδική θερμότητα σε σταθερή πίεση c_p , η ειδική θερμότητα σε σταθερό όγκο c_v και ο λόγος τους k είναι σταθερά για τέλεια αέρια και σχετίζονται ως εξής:

$$k = \frac{C_p}{C_v}, \quad c_p - c_v = R, \quad c_p = \frac{kR}{(k-1)}$$
 3.5, 3.6

Για μια ισεντροπική διεργασία, οι ακόλουθες σχέσεις ισχύουν μεταξύ των σημείων x και y (σταθερές ειδ. Θερμότητες με την θερμοκρασία):

$$\frac{T_{x}}{T_{y}} = \left(\frac{P_{x}}{P_{y}}\right)^{(k-1)/k} = \left(\frac{V_{y}}{V_{x}}\right)^{k-1} \qquad 3.7$$
$$Tv^{k-1} = \sigma\tau\alpha\theta.$$
$$TP^{(1-k)/k} = \sigma\tau\alpha\theta.$$
$$Pv^{k} = \sigma\tau\alpha\theta.$$

ΘΕΩΡΙΑ ΑΚΡΟΦΥΣΙΩΝ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ.

3

3.2. Ανασκόπηση των θερμοδυναμικών σχέσεων(συνέχεια).
Για μια ισεντροπική εκτόνωση η πίεση μειώνεται, η απόλυτη θερμοκρασία μειώνεται κατά μικρότερο παράγοντα και ο ειδικός όγκος αυξάνεται.
Όταν η ροή ενός ασυμπίεστου ρευστού σταματάει ή λιμνάζει (αδρανεί) ισεντροπικά, οι επικρατούσες συνθήκες είναι γνωστές σαν συνθήκες ανακοπής ή λιμνάσεως και υποδεικνύονται με τον δείκτη "₀".
Η ενέργεια του ρευστού σε συνθήκες ανακοπής , καλείται ενέργεια ανακοπής ή ολική ενέργεια. Συνίσταται από την ενθαλπία και την κινητική ενέργεια του ρευστού.



3.

ΩΡΙΑ ΑΚΡΟΦΥΣΙΩΝ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ.

Ανασκόπηση των θερμοδυναμικών σχέσεων(συνέχεια).

Η θερμοκρασία ανακοπής ή ολική θερμοκρασία Τ_ο προσδιορίζεται από την εξίσωση ενέργειας σαν

$$\Gamma_{\rm o} = T + \frac{u^2}{2c_{\rm p}} \qquad 3.8$$

όπου Τ η θερμοκρασία ελεύθερης ροής. Σε αδιαβατική ροή η θερμοκρασία ανακοπής παραμένει σταθερή.

Η ισεντροπική σχέση για κατάσταση ανακοπής είναι

$$\frac{T_{o}}{T} = \left(\frac{P_{o}}{P}\right)^{(k-1)/k} = \left(\frac{V}{V_{o}}\right)^{k-1}$$

Η πίεση ανακοπής είναι:

$$\frac{P_0}{P} = \left[1 + \frac{u^2}{2c_pT}\right]^{k/(k-1)} = \left(\frac{V}{V_o}\right)^k = 3.9$$

Παράδειγμα 3.1

Ένα αεροσκάφος πετάει με ταχύτητα 250 m/s, σε ύψος 5000 m όπου η ατμοσφαιρική πίεση είναι 54.05 kPa και η θερμοκρασία του ατμοσφαιρικού αέρα 255.7 K. Ο ατμοσφαιρικός αέρας αρχικά επιβραδύνεται σ' ένα διαχύτη πριν εισέλθει στο συμπιεστή. Εάν υποτεθεί ότι ο διαχύτης και ο συμπιεστής λειτουργούν ισεντροπικά να υπολογιστεί (α) η πίεση ανακοπής στην είσοδο του συμπιεστή και (β) το απαιτούμενο έργο του συμπιεστή ανά μονάδα μάζα;, εάν ο λόγος ανακοπής στο συμπιεστή είναι ίσος με 8.

Παραδοχές

- Ο διαχύτης και ο συμπιεστής είναι ισεντροπικοί
- Ο αέρας είναι ιδανικό αέριο με σταθερές ειδικές θερμότητες σε θερμοκρασία δωματίου



Παράδειγμα 3.1 ...(συνέχεια)

Από πίνακα A-2α (Βιβλ. ΄΄Θερμοδυναμική για Μηχανικούς΄΄, Y.A. Cengel) $C_p=1.0050 \text{ kJ/kg K}$ και k=1.4

Θερμοκρασία ανακοπής: $T_{01} = T_1 + \frac{V_1^2}{2C_p} = 255.7 \ K + \frac{(250 \text{ m/s})^2}{2 \cdot (1.0050 \text{ kJ/kg K})} \cdot \frac{1 \text{ kJ/kg}}{1000 \text{ m}^2 / s^2} = 286.8 \ K$

Πίεση ανακοπής: (στην είσοδο του συμπιεστή ή $P_{01} = P_1 \left(\frac{T_{01}}{T_1}\right)^{k/(k-1)} = 54.05 \ kPa \cdot \left(\frac{286.8 \text{ K}}{255.7 \text{ K}}\right)^{1.4/(1.4-1)} = 80.77 \text{ kPa}$ έξοδος του διαχύτη)

Αύξηση ΔT=31.1 °C , ΔP=26.72 kPa για μεταβολή V=250 m/s → 0 m/s Θερμοκρασία ανακοπής: $T_{02} = T_{01} \left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{(k-1)/k} = (286.8 \text{ K}) \cdot (8)^{(1.4-1)/1.4} = 519.5 \text{ K}$ (στην έξοδο του συμπιεστή)

Αγνοώντας τις μεταβολές της δυναμικής ενέργειας, το έργο του συμπιεστή ανά μονάδα μάζας του αέρα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$W_{in} = C_p \left(T_{02} - T_{01} \right) = (1.0050 \ kJ \ / \ kg \ K) \cdot (519.5 \ K - 286.8 \ K) = 233.9 \ kJ \ / \ kg$$

3.

ΩΡΙΑ ΑΚΡΟΦΥΣΙΩΝ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ.

Ανασκόπηση των θερμοδυναμικών σχέσεων(συνέχεια).

Η ταχύτητα του ήχου ή ακουστική ταχύτητα σε ιδανικά αέρια είναι ανεξάρτητη της πίεσης. Προσδιορίζεται ως εξής:

$$a = \sqrt{kRT}$$

Ο αριθμός Mach είναι μια αδιάστατη παράμετρος της ροής και ορίζεται σαν ο λόγος της ταχύτητας της ροής προς την τοπική ταχύτητα του ήχου.

$$M = \frac{u}{a} = \frac{u}{\sqrt{kRT}}$$
(3.11)

(3.10)

Mach M< 1 υποηχητική, Mach M> Ιυπερηχητική Mach M= Ιταχύτητα του ήχου Η ολική θερμοκρασία συναρτήσει του αριθμού Mach μπορεί να γραφεί από τις σχέσεις 3.6 και 3.9 ως εξής:

$$T_o = T \left[1 + \frac{1}{2} (k - 1) M^2 \right] \quad (3.12) \eta \qquad M = \sqrt{\frac{2}{k - 1} (\frac{T_0}{T} - 1)}$$

Ανασκόπηση των θερμοδυναμικών σχέσεων(συνέχεια).

Α ΑΚΡΟΦΥΣΙΩΝ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ.

Η ολική πίεση P₀ είναι η πίεση που έχει ένα ρευστό όταν η κινητική του ενέργεια έχει μετατραπεί ισεντροπικά σε εσωτερική ενέργεια. Παραμένει σταθερή μόνο για ισεντροπική ροή.

$$P_0 = P \left[1 + \frac{k - 1}{2} M^2 \right]^{k/(k-1)}$$
(3.13)

3.

Ο λόγος εμβαδών ενός ισεντροπικού ακροφυσίου για δύο σημεία x, y είναι συνάρτηση του αριθμού Mach και δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{A_{y}}{A_{x}} = \frac{M_{x}}{M_{y}} \sqrt{\left[\frac{1 + \left[(k-1)/2\right]M_{y}^{2}}{1 + \left[(k-1)/2\right]M_{x}^{2}}\right]^{(k+1)/(k-1)}}$$
(3.14)

Η σχέση αυτή φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος 3.1 για $A_{\rm x}{=}A_{\rm t}$ και $M_{\rm x}{=}M_{\rm t}{=}1.0.$



Σχήμα 3.1. Σχέση λόγου εμβαδών, πιέσεων και θερμοκρασιών με τον αριθμό Mach για ισεντροπική ροή σ'ένα ακροφύσιο De Laval για υποηχητική και υπερηχητική περιοχή.



FIGURE 3-1. Relationship of area ratio, pressure ratio, and temperature ratio as functions of Mach number in a De Laval nozzle for the subsonic and supersonic nozzle regions.

Παράδειγμα 3.2

Θάλαμος ιδανικού πυραύλου λειτουργεί στο επίπεδο της θάλασσας χρησιμοποιώντας προωθητήρια των οποίων τα παράγωγα της καύσης έχουν k=1.30.

Υπολογίστε την απαιτούμενη πίεση στο θάλαμο και τον λόγο διατομών εξόδου/λαιμού του ακροφυσίου, αν ο αριθμός Mach εξόδου είναι M=2.40 και M_{εισόδου}=0.

Για βέλτιστη εκτόνωση $P_{ex} = P_{at} = 0.1013$ MPa

Αφού η ταχύτητα στο θάλαμο είναι u=0, η πίεση του θαλάμου είναι ίση με την πίεση ανακοπής (3-13) (Παραμένει σταθερή για ισεντροπική ροή άρα ίση με την P_o στην έξοδο).

$$P_{\Theta A\Lambda} = P_{o} = P \left[1 + \frac{k - 1}{2} M^{2} \right]^{k/(k-1)} = 0.101311 \left[1 + \frac{0.30}{2} 2.40^{2} \right]^{1.3/0.3} = 1.51 \text{ MPa}$$

Η επιφάνεια του ακροφυσίου υπολογίζεται από την (3-14) θέτοντας $M_{\rm t}$ = 1.0 στον λαιμό του ακροφυσίου

$$\frac{A_2}{A_t} = \frac{M_t}{M_{ex}} \sqrt{\left[\frac{1 + \left[(k-1)/2\right]M_{ex}^2}{1 + \left[(k-1)/2\right]M_t^2}\right]^{(k+1)/(k-1)}} = \frac{1.0}{2.40} \sqrt{\left[\frac{1 + \left[0.15x2.4^2\right]}{1 + 0.15x1^2}\right]^{(2.3)/(0.3)}} = 2.64$$

3.

ΩΡΙΑ ΑΚΡΟΦΥΣΙΩΝ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ.

Ισεντροπική ροή διά μέσω ακροφυσίων.

Από την εξίσωση 3.2 η ταχύτητα εξόδου του ακροφυσίου u_2 μπορεί να βρεθεί.

$$u_2 = \sqrt{2(h_1 - h_2) + u_1^2}$$
 (3.15a)

Για σταθερό k αυτή η έκφραση μπορεί να γραφεί με τη βοήθεια των σχέσεων 3.4 και 3.5. Οι δείκτες 1 και 2 δείχνουν καταστάσεις εισόδου και εξόδου αντιστοίχα στο ακροφύσιο.

$$u_{2} = \sqrt{\frac{2k}{k-1}} RT_{1} \left[1 - \left(\frac{P_{2}}{P_{1}}\right)^{(k-1)/k} \right] + u_{1}^{2}$$
(3.15b)

Όταν η επιφάνεια διατομής του θαλάμου είναι μεγάλη συγκρινόμενη με την επιφάνεια του ακροφυσίου, η ταχύτητα του θαλάμου είναι συγκριτικά μικρή και ο όρος u₁² μπορεί να αμεληθεί.

Η θερμοκρασία θαλάμου T_1 είναι ίση με την θερμοκρασία εισόδου του ακροφυσίου, ενώ για ισεντροπική ροή ακροφυσίου είναι επίσης ίση με την θερμοκρασία ανακοπής. (3.16)

$$u_2 = \sqrt{\frac{2kRT_on}{(k-1)}}$$

$$n = 1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(k-1)/2}$$

<u>18</u>

3.

ΕΩΡΙΑ ΑΚΡΟΦΥΣΙΩΝ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ.

Ισεντροπική ροή διά μέσω ακροφυσίων.

$$u_{2} = \sqrt{\frac{2k}{(k-1)}} \left(\frac{R_{u}}{MB}\right) T_{0} \left(1 - \left(\frac{P_{2}}{P_{1}}\right)^{(k-1)/k}\right)$$
 (3.16) $I_{sp} = U_{2}$

Μπορούμε να δούμε ότι η ταχύτητα των εξερχόμενων αερίων του ακροφυσίου είναι συνάρτηση του λόγου P_1/P_2 , του k, της απόλυτης θερμοκρασίας στην είσοδο του ακροφυσίου T_1 (= T_0) και της σταθεράς αερίου $R = R_u / MB$.

<u>Η εξάρτηση της ταχύτητας εξόδου (και της ειδικής ώσης I_{sp}) από το πηλίκο της θερμοκρασίας του θαλάμου προς την μοριακή μάζα του προωθητικού (σχήμα 3.2)</u> παίζει ένα πολύ σημαντικό ρόλο στην βελτιστοποίηση του λόγου ανάμιζης στους χημικούς πυραύλους.

Αυτές οι εξισώσεις δείχνουν ότι οποιαδήποτε <u>αύζηση στην θερμοκρασία</u> του αερίου (συνήθως προκαλείται με αύξηση της ενέργειας που απελευθερώνεται), ή μείωση του μοριακού βάρους του ρευστού λειτουργίας (συνήθως επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας αέρια μικρού μοριακού βάρους πχ H_2), θα βελτιώσει την απόδοση του πυραύλου. Δηλαδή θα αυξήσουν την ειδική ώθηση I_s ή την ταχύτητα των εξερχόμενων αερίων u_2 και ταυτοχρόνως την απόδοση του οχήματος. <u>Η</u> επίδραση του λόγου πίεσης και του k είναι μειωμένης σπουδαιότητας.



Σχήμα 3.2. Η ειδική ώση και η ταχύτητα εξόδου ιδανικού πυραύλου σε βέλτιστο λόγο εκτόνωσης συναρτήσει της θερμοκρασίας του θαλάμου καύσης και του μοριακού βάρους, για διαφορετικά κλάσματα πιέσεων. ΘΕΩΡΙΑ ΑΚΡΟΦΥΣΙΩΝ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ.

 3.3. Ισεντροπική ροή διά μέσω ακροφυσίων. Η μέγιστη τιμή της ταχύτητας εξόδου του ακροφυσίου πραγματοποιείται σε μια "άπειρη" τιμή του λόγου P₁/P₂. Η μέγιστη τιμή είναι:

3.

$$(u_2)_{max} = \sqrt{\frac{2k}{k-1}}RT_0$$
 (3.18)

<u>Η ταχύτητα εξόδου έχει μια πεπερασμένη τιμή για άπειρο</u> λόγο πιέσεων, όπως όταν η εκτόνωση γίνεται στο κενό.

Στην εκτόνωση, η θερμοκρασία του αερίου πέφτει κάτω από το σημείο υγροποίησης ή ψύξης. Έτσι το ρευστό λειτουργίας δεν συμπεριφέρεται πια σαν αέριο, και αυτή η μέγιστη τιμή του u_2 πρακτικά δεν επιτυγχάνεται ποτέ.

Παράδειγμα 3.3

Ένας πύραυλος λειτουργεί στο επίπεδο της θάλασσας (P = 0.1013 MPa) με πίεση και θερμοκρασία θαλάμου P₁ =2.068 MPa και T₁ = 2222 K και ρυθμό κατανάλωσης καυσίμου m= 1 kg/sec (k = 1.30, R = 345.7 J/kg-K). Δείξτε γραφικά την μεταβολή των A, v, u, and M, με την πίεση κατά μήκος του ακροφυσίου. Υπολογίστε την ιδανική ώση και την ιδανική ειδική ώθηση.

Για μια σειρά από πιέσεις υπολογίστε τα ζητούμενα και σχεδιάστε τις καμπύλες Για μια ενδεικτική πίεση οι υπολογισμοί είναι:

Ο αρχικός ειδικός όγκος υπολογίζεται από την Καταστατική Εξίσωση Ιδανικού Αερίου $v_1 = RT_1/P_1 = 345.7 \times 2222 / (2.068 \times 10^6) = 0.3714 \text{ m}^3/\text{kg}$

Για ισεντροπική ροή για μια ενδιάμεση πίεση έστω $P_x = 1.379$ MPa, ό ειδικός όγκος και η θερμοκρασία είναι:

 $v_x = v_1(P_1/P_x)^{1/k} = 0.3714 (2.068 / 1.379)^{1/1.3} = 0.5072 m^3/kg$ $T_x = T_1(P_x/P_1)^{(k-1)/k} = 2222 (1.379 / 2.068)^{0.3/1.3} = 2023 K$ Η ταχύτητα είναι

$$u_x = \sqrt{\frac{2k}{k-1}RT_1[1-(\frac{P_x}{P_1})^{(k-1)/k}]} = ... = 771 \text{ m/sec}$$

Kαι η διατομή $A_x = m_x v_x/u_x = 1 x 0.5072 / 771 = 658 cm^2$

O Αριθμός Mach $M_x = u_x/(kRT_x)^{1/2} = 771/(1.30 \times 345.7 \times 1932)^{1/2} = 0.8085$

Σχήμα 3.3 Μεταβολές ταχύτητας, εμβαδού, ειδικού όγκου και αριθμού Mach συναρτήσει της πίεσης για ένα ακροφύσιο.

Για βέλτιστη εκτόνωση η ιδανική ταχύτητα u₂ είναι ίση με την ενεργό και υπολογίζεται από την σχέση 3-16

u₂ =c=1827 m/sec. Έτσι η ώση και η ειδική ώθηση είναι:

 $F = m u_2 = 1 x 1827 = 1827 N$ $I_{sp} = c/g_0 = 1827 / 9.80 = 186 sec$



FIGURE 3-3. Typical variation of cross-sectional area, temperature, specific volume, and velocity with pressure in a rocket nozzle.

3.3. Ισεντροπική ροή διά μέσω ακροφυσίων.

3.

Ενδιαφέροντα συμπεράσματα από το προηγούμενο πρόβλημα: Πολύ υψηλές ταχύτητες στα πυραυλικά ακροφύσια (πάνω από 1 km/sec).

Σημαντική πτώση της θερμοκρασίας των καυσαερίων στο ακροφύσιο. (In the example given the temperature changed 1117°C in a relatively short distance. This should not be surprising, for the increase in the kinetic energy of the gases is derived from a decrease of the enthalpy, which in turn is proportional to the decrease in temperature.)

Η θερμοκρασία των καυσαερίων στην έξοδο του ακροφυσίου είναι ακόμα πολύ υψηλή (1105 K) Τα καυσαέρια έχουν ακόμα υψηλή θερμική ενέργεια που δεν είναι διαθέσιμη για μετατροπή σε κινητική του jet. 3.3. Ισεντροπική ροή διά μέσω ακροφυσίων.
 Η ελάχιστη επιφάνεια ενός ακροφυσίου καλείται επιφάνεια λαιμού. Ο λόγος της επιφάνειας εξόδου Α₂ προς την επιφάνεια λαιμού Α_t καλείται λόγος εκτόνωσης επιφανειών ακροφυσίου και συμβολίζεται με το γράμμα ε.

$$\varepsilon = A_2 / A_t$$

Τυπικές μεταβολές της ταχύτητας, του εμβαδού, του ειδικού όγκου και του αριθμού Mach συναρτήσει της πίεσης για ένα ακροφύσιο, φαίνονται στα διαγράμματα του σχήματος 3.3.

Η μέγιστη παροχή όγκου ανά μονάδα επιφανείας εμφανίζεται στον λαιμό όπου υπάρχει μια μοναδική πίεση αερίου αντιστοιχούσα στη μέγιστη ροή. Αυτή η πίεση του λαιμού P_t για μέγιστη ροή δίνεται από τη σχέση (για M=1):

$$\frac{P_t}{P_1} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/k-1}$$
(3.20)

Η πίεση λαιμού για την οποία η ισεντροπική ροή μάζας είναι μέγιστη καλείται κρίσιμη πίεση. Τυπικές τιμές αυτού του κρίσιμου λόγου πιέσεων κυμαίνονται μεταξύ **0.53 και 0.57.** ΘΕΩΡΙΑ ΑΚΡΟΦΥΣΙΩΝ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ.

3.3. Ισεντροπική ροή διά μέσω ακροφυσίων.

Στο σημείο της κρίσιμης πίεσης οι τιμές του ειδικού όγκου και της θερμοκρασίας μπορούν να υπολογιστούν από τις ισεντροπικές σχέσεις και την εξίσωση 3.20:

$$v_t = v_l \left(\frac{k+l}{2}\right)^{l/k-l}$$
 (3.21) $T_t = T_l \left(\frac{2}{k+l}\right)$ (3.22)

Από τις εξισώσεις 3.15, 3.20 και 3.22 βρίσκουμε την κρίσιμη ταχύτητα ή ταχύτητα λαιμού u_t .

$$u_{t} = \sqrt{\frac{2k}{k+1}} RT_{1} = a_{t} = \sqrt{kRT_{t}}$$
(3.23)

Subsonic Sonic Supersonic Throat velocity $v_1 < a_t$ $v_I \doteq a_I$ $v_t = a_t$ Exit velocity $v_2 < a_2$ $v_2 = v_1$ $v_2 > v_t$ Mach number $M_2 < 1$ $M_2 = M_1 = 1.0$ $M_2 > 1$ $\frac{p_1}{p_2} < \left(\frac{k+1}{2}\right)^{k/(k-1)} \qquad \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_1}{p_1} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{k/(k-1)} \qquad \frac{p_1}{p_2} > \left(\frac{k+1}{2}\right)^{k/(k-1)}$ Pressure ratio Shape

 TABLE 3–1.
 Nozzle Types

3.

3. Ισεντροπική ροή διά μέσω ακροφυσίων.

Η ταχύτητα του ήχου είναι ίση με την ταχύτητα μετάδοσης ενός πιεστικού κύματος σε ένα μέσο.

Για το λόγο αυτό αν έχει επιτευχθεί διηχητική ροή σε οποιοδήποτε σημείο μιας μόνιμης ροής, τότε είναι αδύνατο μια πιεστική διαταραχή να μεταδοθεί **πίσω** από το σημείο της διηχητικής ή υπερηχητικής περιοχής.

Έτσι οποιαδήποτε διαταραχή μετά το λαιμό του ακροφυσίου με διηχητική ταχύτητα δεν έχει καμία επίδραση στον λαιμό ή πριν από αυτόν, αρκεί η διαταραχή να μην αυξάνει την πίεση πάνω από την κρίσιμη τιμή της. Δεν είναι δυνατόν να αυξηθεί η ταχύτητα στο λαιμό του ακροφυσίου ή η παροχή με περαιτέρω μείωση της πίεσης εξόδου ή με εκκένωση του τμήματος εξόδου. Αυτή η σημαντική συνθήκη περιγράφεται συχνά σαν **«choking the flow»** (στραγγαλισμός). Choked flow από την κρίσιμη διατομή ενός υπερηχητικού ακροφυσίου και όχι στην έξοδο και η παροχή μάζας σε κάθε διατομή του ακροφυσίου είναι:

$$\dot{m} = \frac{A_t u_t}{V_t} = A_t p_1 k \frac{\sqrt{\left[2 / (k+1)\right]^{(k+1)/(k-1)}}}{\sqrt{kRT_1}}$$
(3.24)

ΘΕΩΡΙΑ ΑΚΡΟΦΥΣΙΩΝ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ.

Ισεντροπική ροή διά μέσω ακροφυσίων.

Για ένα υπερηχητικό ακροφύσιο ο λόγος του εμβαδού του λαιμού προς το εμβαδό οποιασδήποτε περιοχής πιέσεως p_x είναι: (3-4, 3-16, 3-21, and 3-23),

$$\frac{A_{t}}{A_{x}} = \frac{v_{t}u_{x}}{v_{x}u_{t}} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{1/(k-1)} \left(\frac{p_{x}}{p_{1}}\right)^{1/k} \sqrt{\frac{k+1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_{x}}{p_{1}}\right)^{(k-1)/k}\right]}$$
3.25

Όταν $P_x = P_2$, τότε $A_x/A_t = A_2/A_t = ε$ στην 3.25.

3

Για λειτουργία σε χαμηλό ύψος (από το επίπεδο της θάλασσας έως περίπου 10,000 m) ο λόγος επιφανειών ακροφυσίου είναι τυπικά μεταξύ 3 και 25, ανάλογα με την πίεση θαλάμου, τον συνδυασμό προωθητικών, και περιορισμούς του κελύφους του οχήματος. Για μεγάλα ύψη (100 km ή υψηλότερα) ο λόγος επιφανειών ακροφυσίου είναι τυπικά μεταξύ 40 και 200, αλλά υπήρξαν σχεδιασμοί μέχρι και 400.

Ομοίως ο λόγος της ταχύτητας με την πίεση p_x σε οποιοδήποτε σημείο υπολογίζεται από τις σχέσεις 3.15 και 3.23:

$$\frac{u_x}{u_t} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \left[1 - \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{(k-1)/k} \right] = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} n$$

<u>28</u>

3.3. Ισεντροπική ροή διά μέσω ακροφυσίων.

Οι εξισώσεις αυτές επιτρέπουν τον άμεσο καθορισμό του λόγου της ταχύτητας ή του εμβαδού του λαιμού για οποιοδήποτε λόγο πιέσεων ενός ιδανικού πυραυλικού ακροφυσίου και το αντίστροφο.

Οι εξισώσεις αυτές δίνονται σε μορφή διαγράμματος στα σχήματα 3.4 και 3.5. Όταν η πίεση εξόδου ισούται με την ατμοσφαιρική ($p_x=p_2$), αυτές οι εξισώσεις έχουν εφαρμογή για συνθήκες βέλτιστης εκτόνωσης.



Σχήμα 3.5. Λόγος της ταχύτητας και του εμβαδού του λαιμού για διάφορους λόγους πιέσεων, για το αποκλίνον τμήμα ενός υπερηχητικού ακροφυσίου. 30



Σχήμα 3.6. Λόγος της ταχύτητας και του εμβαδού του λαιμού για διάφορους λόγους πιέσεων (υψηλότερους), για το αποκλίνον τμήμα ενός υπερηχητικού ακροφυσίου. 31

Παράδειγμα: Σχεδιάστε ακροφύσιο ιδανικού πυραύλου ο οποίος θα λειτουργήσει στα 25 km ύψος και θα δώσει 5000 N ώσης με πίεση και θερμοκρασία θαλάμου 2.068 MPa και 2800 K αντίστοιχα. Υποθέτοντας ότι k=1.30 και R=355.4 J/kg K, υπολογίστε την επιφάνεια του λαιμού του ακροφυσίου, την επιφάνεια εξόδου, την ταχύτητα στο λαιμό και τη θερμοκρασία εξόδου.

Στα 25 km η ατμοσφαιρική πίεση είναι ίση με 0.002549 MPa. Ο λόγος πιέσεων ορίζεται ως:

$$p_2 / p_1 = p_3 / p_1 = 0.002549 / 2.068 = 0.001232$$

Η κρίσιμη πίεση είναι ίση με:

$$\frac{p_t}{p_1} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/k-1} = 2.068 \cdot 0.546 = 1.129 \ MPa$$

Η ταχύτητα στο λαιμό υπολογίζεται από τη σχέση:

$$u_t = \sqrt{\frac{2k}{k+1}RT_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.30}{1.30+1} \cdot 355.4 \cdot 2800} = 1060 \ m \ / \ s$$

Η ιδανική ταχύτητα εξόδου υπολογίζεται από τις σχέσεις 3-16 ή 3-5, χρησιμοποιώντας λόγο πιέσεων ίσο με 0.001232

$$u_{2} = \sqrt{\frac{2k}{k-1}} RT_{1} \left[1 - \left(\frac{p_{2}}{p_{1}}\right)^{(k-1)/k} \right] = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.30}{1.30 - 1} \cdot 355.4 \cdot 2800 \cdot 0.7869} = 2605 \ m \ / \ s$$

Μία εκτίμηση αυτής της ταχύτητας μπορεί να προκύψει επίσης και από το διάγραμμα 3-4. Η ιδανική κατανάλωση καυσίμου για συνθήκες βέλτιστης εκτόνωσης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\dot{m} = F / u_2 = 5000 / 2605 = 1.919 \text{ kgr} / s$$

Ο ειδικός όγκος στην είσοδο του ακροφυσίου είναι:

$$v_1 = RT_1 / p_1 = 355.4 \cdot 2800 / (2.068 \cdot 10^6) = 0.481 \text{ m}^3/\text{kgr}$$

Ο ειδικός όγκος στο λαιμό και στην έξοδο υπολογίζεται από τις σχέσεις 3-21 και 3-7 αντίστοιχα:

$$v_{t} = v_{1} \left(\frac{k+1}{2}\right)^{1/(k-1)} = 0.481 \cdot \left(\frac{2.3}{2}\right)^{1/0.3} = 0.766 \ m^{3} \ / \ \text{kg}$$
$$v_{2} = v_{1} \left(\frac{p_{1}}{p_{2}}\right)^{1/k} = 0.481 \cdot \left(\frac{2.068}{0.002549}\right)^{0.7692} = 83.15 \ m^{3} \ / \ \text{kg}$$

Οι επιφάνειες στο λαιμό και στην έξοδο καθώς και ο λόγος εκτόνωσης A_2/A_t υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$A_{t} = \dot{m} \cdot v_{t} / u_{t} = 1.919 \cdot 0.766 / 1060 = 13.87 \text{ cm}^{2}$$
$$A_{2} = \dot{m} \cdot v_{2} / u_{2} = 1.919 \cdot 83.15 / 2605 = 612.5 \text{ cm}^{2}$$
$$\varepsilon = A_{2} / A_{t} = 612.5 / 13.87 = 44.16$$

Μία προσεγγιστική τιμή του λόγου επιφανειών μπορεί να εξαχθεί από το διάγραμμα 3-5 για k=1.30 και p_1/p_2 =811.2. Η θερμοκρασία εξόδου μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k} = 2800 \cdot \left(\frac{0.002549}{2.068}\right)^{0.2307} = 597 \text{ K}$$

Ώση και συντελεστή<u>ς</u> Ώσης

Όταν η εκτόνωση γίνεται στο κενό είναι $p_3=0$, οπότε η ώθηση είναι:

$$F = \frac{u_2 m}{g} + p_2 A_2$$

Η εξίσωση για την ώση, αν αντικαταστήσουμε τα u_2 , u_t και V_t από τις εξισώσεις 3.15, 3.21 και 3.23, γίνεται

$$= = \frac{u_2(A_t u_t)}{g(V_t)} + (p_2 - p_3)A_2 = \dots = A_t p_1 \sqrt{\frac{2k^2}{k-1}(\frac{2}{k+1})^{\frac{k+1}{k-1}}[1 - (\frac{p_2}{p_1})^{\frac{k-1}{k}}] + (p_2 - p_3)A_2}$$
(3.29)

 $p_2 - p_3)A_2$

Η πρώτη μορφή αυτής της εξισώσεως είναι γενική και εφαρμόζεται σε όλους τους πυραύλους. Η δεύτερη εφαρμόζεται σε ιδανικό πύραυλο με το k σταθερό κατά τη διεργασία της εκτόνωσης.

Αυτή η εξίσωση δείχνει ότι η ώθηση είναι ανάλογη με την επιφάνεια λαιμού A_t , την πίεση εισόδου του ακροφυσίου p_1 και συνάρτηση του λόγου πίεσης κατά μήκος του ακροφυσίου p_1/p_2 και του k. Ο συντελεστής ώθησης C_F ορίζεται σαν η ώση διαιρούμενη από την πίεση θαλάμου p_1 και την επιφάνεια λαιμού A_t .

$$C_{F} = \frac{u_{2}^{2}A_{2}}{p_{1}A_{t}gV_{2}} + \frac{p_{2}}{p_{1}}\frac{A_{2}}{A_{t}} - \frac{p_{3}A_{2}}{p_{1}A_{t}} = \sqrt{\frac{2k^{2}}{k-1}(\frac{2}{k+1})^{\frac{k+1}{k-1}}[1-(\frac{p_{2}}{p_{1}})^{\frac{k-1}{k}}]} + \frac{p_{2}-p_{3}}{p_{1}}\frac{A_{2}}{A_{t}}$$
(3.30)

Για καθορισμένο λόγο πίεσης ο συντελεστής ώσης C_F έχει μέγιστη τιμή όταν p2=p3. Αυτή η τιμή είναι γνωστή σαν βέλτιστος συντελεστής ώθησης. Χρησιμοποιώντας τον συντελεστή ώθησης η σχέση της ώσης απλοποιείται ως εξής:

$$F = C_F A_t p_1$$

Χαρακτηριστική ταχύτητα και ειδική ώθηση

Πολύ συχνά στη βιβλιογραφία των πυραυλικών συστημάτων έχει χρησιμοποιηθεί η χαρακτηριστική ταχύτητα των εξερχόμενων αερίων, η οποία ορίζεται ως εξής:

$$c^*=c/c_F$$

Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις 2.22, 3.34 και 3.29, η χαρακτηριστική ταχύτητα εξόδου μπορεί να εκφραστεί σαν συνάρτηση των ιδιοτήτων του αερίου στο θάλαμο καύσης.

$$c^{*} = \frac{p_{1}A_{t}}{m} = \frac{I_{s}g_{0}}{C_{F}} = \frac{c}{C_{F}} = \frac{\sqrt{kRT_{v}}}{k\sqrt{[2/(k+1)]^{\frac{k+1}{k-1}}}}$$

Είναι βασικά συνάρτηση των χαρακτηριστικών του προωθητικού και του σχεδιασμού του θαλάμου καύσης, και ανεξάρτητη από τα χαρακτηριστικά του ακροφυσίου. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν δείκτης για σύγκριση αυτών των συνδυαστικών χαρακτηριστικών σε διαφορετικούς σχεδιασμούς.







FIGURE 3–7. Thrust coefficient C_F versus nozzle area ratio for k = 1.20.





<u>39</u>

Υπο- και υπερεκτονούμενα ακροφύσια

Ένα υπο-εκτονούμενο ακροφύσιο εκκενώνει το ρευστό <u>σε πίεση εξόδου</u> μεγαλύτερη από την εξωτερική πίεση, επειδή η περιοχή εξόδου είναι πολύ μικρή για βέλτιστο λόγο διατομών. Η εκτόνωση του ρευστού είναι συνεπώς ατελής εντός του ακροφυσίου και πρέπει να λάβει χώρα έξω. Η πίεση εξόδου του ακροφυσίου είναι υψηλότερη από την τοπική ατμοσφαιρική πίεση.

Σε ένα υπερ-εκτονούμενο ακροφύσιο, το ρευστό επιτυγχάνει <u>χαμηλότερη πίεση</u> εξόδου από την ατμόσφαιρα, καθώς έχει μια περιοχή εξόδου πολύ μεγάλη σε σχέση με τη βέλτιστη. Το φαινόμενο της υπερ-εκτόνωσης για ένα υπερηχητικό ακροφύσιο φαίνεται στο Σχ. 3-9, με τυπικές μετρήσεις πίεσης υπέρθερμου ατμού κατά μήκος του άξονα του ακροφυσίου και διαφορετικούς λόγους πιέσεων.

Η καμπύλη AB δείχνει τη μεταβολή της πίεσης με το βέλτιστο λόγο πιέσεων και διατομών. Οι καμπύλες A C και AD δείχνουν τη μεταβολή της πίεσης κατά μήκος του άξονα για ολοένα και υψηλότερες εξωτερικές πιέσεις.



FIGURE 3–9. Distribution of pressures in a converging-diverging nozzle for different flow conditions. Inlet pressure is the same, but exit pressure changes. Based on experimental data from A. Stodala.

<u>41</u>



FIGURE 3-11. Simplified sketches of exhaust gas behavior of three typical rocket nozzles for a three-stage launch vehicle. The first vehicle stage has the biggest chamber and the highest thrust but the lowest nozzle area ratio, and the top or third stage usually has the lower thrust but the highest nozzle area ratio.



Converging-Diverging Rocket Nozzle

by

www.mekanizmalar.com

https://www.mekanizmalar.com/converging-diverging-rocket-nozzle.html

Επίδραση της γεωμετρίας του θαλάμου



FIGURE 3-12. Simplified diagrams of several different nozzle configurations and their flow effects.

3.4. Σχεδιασμοί Ακροφυσίων - Two-Step Nozzles



FIGURE 3-15. Simplified diagrams of three altitude-compensating two-step nozzle concepts.