Διοίκηση Ποιότητας
(Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας)

Σ. Μαλεφάκη
Τμήμα Μηχανολόγων & Αεροναυπηγών Μηχανικών

2022–2023

Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας

Τύποι διαγραμμάτων Ελέγχου

- Διαγράμματα Ελέγχου για μεταβλητές
- Διαγράμματα Ελέγχου για ιδιότητες

Ένα ΔΕ αποτελείται από:

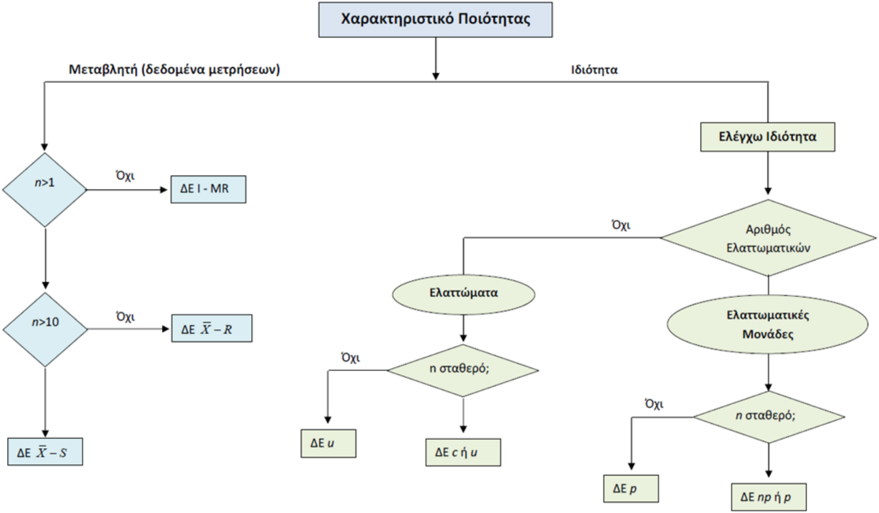
- Το Κατώτερο Όριο Ελέγχου (ΚΟΕ - LCL)
- Την Κεντρική Γραμμή (ΚΓ- CL)
- Το Ανώτερο Όριο Ελέγχου (ΑΟΕ– UCL)

7. Διαγράμματα Ελέγχου

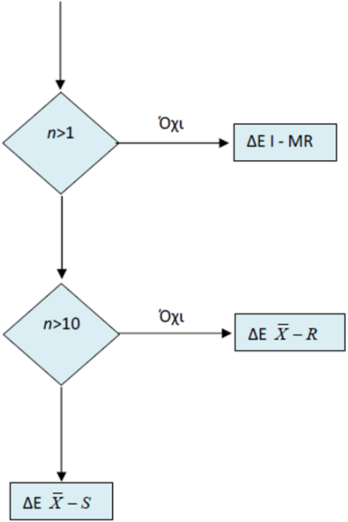
- Διαγράμματα Ελέγχου Μεταβλητών
  - $\bar{X}$ διάγραμμα ελέγχου ($n > 1$)
    Παρακολούθηση της μέσης τιμής της διεργασίας
  - R και s διαγράμματα ελέγχου ($n > 1$)
    Παρακολούθηση της διασποράς της διεργασίας

- Διαγράμματα Ελέγχου Ιδιοτήτων - Χαρακτηριστικών
  - p διάγραμμα ελέγχου
    Παρακολούθηση του ποσοστού (ή αναλογίας ή κλάσμα) των ελαττωματικών προϊόντων μιας διεργασίας.
  - np διάγραμμα ελέγχου
    Παρακολούθηση του αριθμού των ελαττωματικών προϊόντων μιας διεργασίας.
  - c διάγραμμα ελέγχου
    Παρακολούθηση του συνολικού αριθμού των ελαττωμάτων σε μια μονάδα επιθεώρησης (ή σε σταθερό αριθμό μονάδων επιθεώρησης)
  - u διάγραμμα ελέγχου
    Παρακολούθηση του μέσου αριθμού των ελαττωμάτων στις μονάδες επιθεώρησης

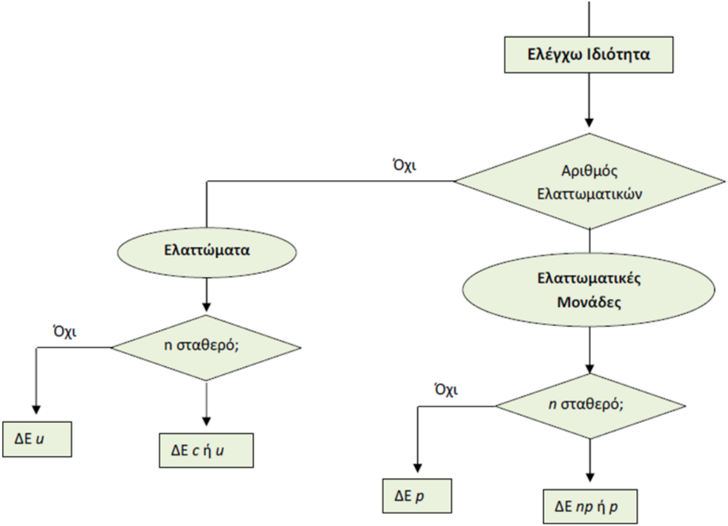
Επιλογή κατάλληλου διαγράμματος Ελέγχου



Επιλογή κατάλληλου διαγράμματος Ελέγχου για μεταβλητές



Επιλογή κατάλληλου διαγράμματος Ελέγχου για ιδιότητες



Κατασκευή Διαγράμματος Ελέγχου για το $\bar{X}$

Παραθέτει τους μέσους όρους των δειγμάτων σε ένα καρτεσιανό σύστημα αξόνων

1. Υπολόγισε τον $\bar{\bar{X}}$ (μέσος όρος των μέσων όρων, καθορίζει που θα είναι η κεντρική γραμμή)
2. Χάραξε τον άξονα του $\bar{\bar{X}}$
3. Υπολόγισε το $\bar{R}$ (μέσος όρος των τιμών του εύρους)
4. Προσδιόρισε το κατώτερο και το ανώτερο όριο ελέγχου

$$AOE = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \quad KOE = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$$

5. Χάραξε τους άξονες του ΑΟΕ και του ΚΟΕ και εξέτασε αν οι μέσοι όροι βρίσκονται εντός ή εκτός των ορίων

Κατασκευή Διαγράμματος Ελέγχου για το $\bar{X}$

Πίνακας Ι. Σταθερές για την ανάπτυξη διαγραμμάτων ελέγχου για μεταβλητές

n	A	A_2	A_3	d_2	d_3	c_4	D_1	D_2	D_3	D_4	B_3
2	2.1213	1.88	2.6587	1.1284	0.8525	0.7979	0.	3.6859	0.	3.2665	0.
3	1.7321	1.0233	1.9544	1.6926	0.8884	0.8862	0.	4.3577	0.	2.5746	0.
4	1.5	0.7286	1.6281	2.0588	0.8798	0.9213	0.	4.6982	0.	2.2821	0.
5	1.3416	0.5768	1.4273	2.3259	0.8641	0.94	0.	4.9182	0.	2.1145	0.
6	1.2247	0.4832	1.2871	2.5344	0.848	0.9515	0.	5.0785	0.	2.0038	0.0304
7	1.1339	0.4193	1.1819	2.7044	0.8332	0.9594	0.2047	5.204	0.0757	1.9243	0.1177
8	1.0607	0.3725	1.0991	2.8472	0.8198	0.965	0.3877	5.3067	0.1362	1.8638	0.1851
9	1.	0.3367	1.0317	2.97	0.8078	0.9693	0.5465	5.3935	0.184	1.816	0.2391
10	0.9487	0.3083	0.9754	3.0775	0.7971	0.9727	0.6864	5.4687	0.223	1.777	0.2837
11	0.9045	0.2851	0.9274	3.1729	0.7873	0.9754	0.8109	5.5348	0.2556	1.7444	0.3213
12	0.866	0.2658	0.8859	3.2585	0.7785	0.9776	0.923	5.5939	0.2833	1.7167	0.3535
13	0.8321	0.2494	0.8495	3.336	0.7704	0.9794	1.0247	5.6472	0.3072	1.6928	0.3816
14	0.8018	0.2354	0.8173	3.4068	0.763	0.981	1.1177	5.6958	0.3281	1.6719	0.4062
15	0.7746	0.2231	0.7885	3.4718	0.7562	0.9823	1.2031	5.7404	0.3465	1.6535	0.4282
16	0.75	0.2123	0.7626	3.532	0.7499	0.9835	1.2823	5.7817	0.363	1.637	0.4479
17	0.7276	0.2028	0.7391	3.5879	0.7441	0.9845	1.3557	5.82	0.3779	1.6221	0.4657
18	0.7071	0.1943	0.7176	3.6401	0.7386	0.9854	1.4243	5.8558	0.3913	1.6087	0.4818
19	0.6882	0.1866	0.6979	3.689	0.7335	0.9862	1.4885	5.8894	0.4035	1.5965	0.4966
20	0.6708	0.1796	0.6797	3.7349	0.7287	0.9869	1.5489	5.921	0.4147	1.5853	0.5102
21	0.6547	0.1733	0.6629	3.7783	0.7242	0.9876	1.6058	5.9509	0.425	1.575	0.5228
22	0.6396	0.1675	0.6473	3.8194	0.7199	0.9882	1.6596	5.9791	0.4345	1.5655	0.5344
23	0.6255	0.1621	0.6327	3.8583	0.7159	0.9887	1.7107	6.006	0.4434	1.5566	0.5452
24	0.6124	0.1572	0.6191	3.8953	0.7121	0.9892	1.7591	6.0316	0.4516	1.5484	0.5553
25	0.6	0.1526	0.6063	3.9306	0.7084	0.9896	1.8053	6.056	0.4593	1.5407	0.5648
26	0.5883	0.1484	0.5943	3.9643	0.705	0.9901	1.8494	6.0793	0.4665	1.5335	0.5737
27	0.5774	0.1445	0.5829	3.9965	0.7017	0.9904	1.8914	6.1016	0.4733	1.5267	0.582
28	0.5669	0.1408	0.5722	4.0274	0.6986	0.9908	1.9318	6.1231	0.4797	1.5203	0.5899
29	0.5571	0.1373	0.5621	4.057	0.6955	0.9911	1.9704	6.1437	0.4857	1.5143	0.5974
30	0.5477	0.1341	0.5525	4.0855	0.6927	0.9914	2.0075	6.1635	0.4914	1.5086	0.6044

Για $n > 30$

Κατασκευή Διαγράμματος Ελέγχου για το $\bar{X}$

Έστω ότι για ένα συνεχές χαρακτηριστικό έχουμε στη διάθεσή μας m ανεξάρτητα τυχαία δείγματα μεγέθους n το καθένα, τα

$$\mathbf{X}_i = (X_{i1}, X_{i2}, \ldots, X_{in}), \quad 1 \le i \le m .$$

Θέτουμε

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \cdots + \bar{X}_m}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} X_{ij}}{mn}, \qquad \bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} X_{ij}}{n}$$

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \cdots + R_m}{m}, \qquad R_i = X_{i(n)} - X_{i(1)}, \quad 1 \le i \le m$$

$$\bar{S} = \frac{S_1 + S_2 + \cdots + S_m}{m}, \qquad S_i = \sqrt{S_i^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(X_{ij} - \bar{X}_i)^2}, \quad 1 \le i \le m$$

Κατασκευή Διαγράμματος Ελέγχου για το $\bar{X}$

$\bar{X}$ – R διάγραμμα ελέγχου	
$\bar{X}$ διάγραμμα ελέγχου $W_i = \bar{X}_i$	**R διάγραμμα ελέγχου** $W_i = R_i$
$UCL = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R}$ $CL = \bar{\bar{X}}$ $LCL = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}$	$UCL = D_4\bar{R}$ $CL = \bar{R}$ $LCL = D_3\bar{R}$

$\bar{X}$ - s διάγραμμα ελέγχου	
$\bar{X}$ διάγραμμα ελέγχου $W_i = \bar{X}_i$	**S διάγραμμα ελέγχου** $W_i = S_i$
$UCL = \bar{\bar{X}} + A_3\bar{S}$ $CL = \bar{\bar{X}}$ $LCL = \bar{\bar{X}} - A_3\bar{S}$	$UCL = B_4\bar{S}$ $CL = \bar{S}$ $LCL = B_3\bar{S}$

Διαγράμματα Ελέγχου για Μεμονωμένες Παρατηρήσεις

Έστω ότι έχουμε στη διάθεση μας m ανεξάρτητες παρατηρήσεις $X_1, X_2, \ldots, X_m$.

Υποθέτουμε ότι η κατανομή του χαρακτηριστικού Χ που μελετάμε ακολουθεί κανονική κατανομή.
Σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιούμε το κινούμενο εύρος (moving range) των μεμονωμένων παρατηρήσεων, που ορίζεται ως εξής:

$$MR_i = |X_i - X_{i-1}|, \ \ i \geq 2$$

Υπολογίζουμε

$$\bar{X} = \frac{X_1 + \ldots + X_m}{m} \ \ \text{και} \ \ \bar{MR} = \frac{MR_2 + \ldots + MR_m}{m-1}$$

Διάγραμμα για το Χ	Διάγραμμα για το MR
$UCL = \bar{X} + 3\frac{\bar{MR}}{d_2}$	$UCL = D_4 \cdot \bar{MR}$
$CL = \bar{X}$	$CL = \bar{MR}$
$UCL = \bar{X} - 3\frac{\bar{MR}}{d_2}$	$UCL = D_3 \cdot \bar{MR}$

Οι ποσότητες d_2, D_3 και D_4 υπολογίζονται για $n = 2$

ΔΕ μεταβλητών

Δείγμα	Κατάλληλο ΔΕ
1	$I - MR$
$<= 10$	$\bar{X} - R$
> 10	$\bar{X} - S$

Παρατηρήσεις:

- Αν n κοντά στο 10, τότε είναι χρήσιμη η κατασκευή και των 2 ΔΕ.
- Τα ΔΕ $I - MR$ πρέπει να χρησιμοποιούνται με προσοχή όταν η κατανομή του πληθυσμού δεν είναι κανονική, επειδή δεν μπορεί να εφαρμοστεί το ΚΟΘ

Διαγράμματα Ελέγχου Ιδιοτήτων

- p για την αναλογία μη συμμορφωμένων μονάδων, για δείγματα μεταβλητών μεγεθών
$$\left(\bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}\right)$$
- np για πλήθος μη συμμορφωμένων μονάδων, για δείγματα σταθερού μεγέθους
$$\left(n\bar{p} \pm 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}\right)$$
- c για πλήθος ελαττωμάτων, για δείγματά σταθερού μεγέθους
$$\left(\bar{c} \pm 3\sqrt{\bar{c}}\right)$$
- u για πλήθος ελαττωμάτων ανά σύνθετη ή ελεγχόμενη μονάδα για δείγματα μεταβλητών μεγεθών
$$\left(\bar{u} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}\right)$$

Διάγραμμα ελέγχου p και np

Ανάπτυξη των διαγραμμάτων ελέγχου ιδιοτήτων p, np

Έστω ότι έχουμε στη διάθεσή μας m ανεξάρτητα τυχαία δείγματα μεγέθους n το καθένα, τα

$$\mathbf{X}_i = (X_{i1}, X_{i2}, \ldots, X_{in}), \quad 1 \le i \le m$$

όπου η τυχαία μεταβλητή X_{ij} ($i \ge 1$, $1 \le j \le n$) παίρνει τις τιμές 1 και 0, ανάλογα με το αν το j προϊόν του i δείγματος είναι ελαττωματικό ή όχι. Θέτουμε

$$p_i = \frac{X_i}{n} = \frac{X_{i1} + X_{i2} + \cdots + X_{in}}{n}, \quad 1 \le i \le m, \qquad \overline{p} = \frac{p_1 + p_2 + \cdots + p_m}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} X_{ij}}{mn}$$

p διάγραμμα ελέγχου $W_i = p_i$	**np διάγραμμα ελέγχου** $W_i = np_i$
$UCL = \overline{p} + 3\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}$	$UCL = n\overline{p} + 3\sqrt{n\overline{p}(1-\overline{p})}$
$CL = \overline{p}$	$CL = n\overline{p}$
$LCL = \overline{p} - 3\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}$	$LCL = n\overline{p} - 3\sqrt{n\overline{p}(1-\overline{p})}$

Διάγραμμα ελέγχου c

Ανάπτυξη διαγράμματος ελέγχου ιδιοτήτων c

Έστω X_i $(1 \le i \le m)$ η τυχαία μεταβλητή που δηλώνει τον αριθμό των ελαττωμάτων στην i μονάδα επιθεώρησης. Θέτουμε

$$\overline{c} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_m}{m}, \quad 1 \le i \le m.$$

c διάγραμμα ελέγχου $W_i = X_i$
$UCL = \overline{c} + 3\sqrt{\overline{c}}$
$CL = \overline{c}$
$LCL = \overline{c} - 3\sqrt{\overline{c}}$

Παρατήρηση: Η κατανομή Poisson με παράμετρο $\lambda = \overline{c}$ έχει μέση τιμή και τυπική απόκλιση $\overline{c}$ και $\sqrt{\overline{c}}$, αντίστοιχα.

Διάγραμμα ελέγχου *u*

Ανάπτυξη διαγράμματος ελέγχου ιδιοτήτων *u*

Έστω ότι έχουμε στη διάθεσή μας m ανεξάρτητα τυχαία δείγματα μεγέθους n_i το καθένα, τα

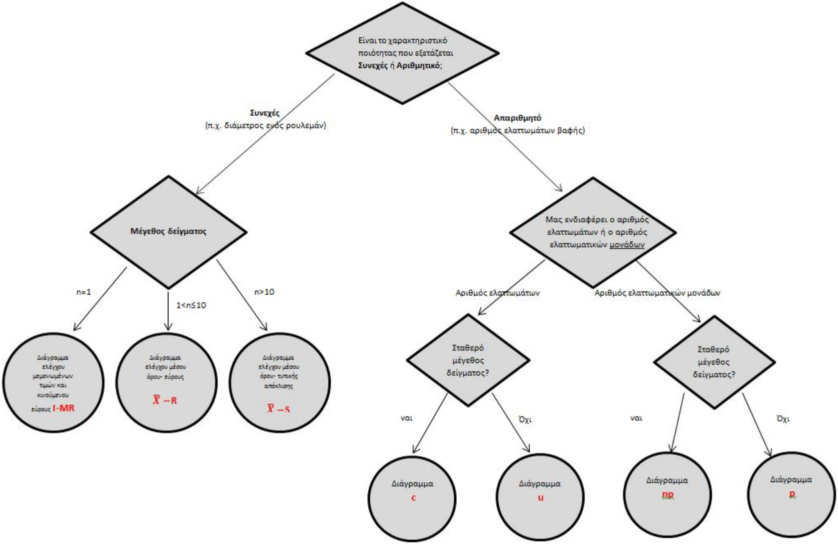
$$\mathbf{X}_i = (X_{i1}, X_{i2}, \ldots, X_{in_i}), \quad 1 \le i \le m$$

Η τυχαία μεταβλητή X_{ij}, $1 \le i \le m$, $1 \le j \le n$, δηλώνει τον αριθμό των ελαττωμάτων στη j μονάδα επιθεώρησης του i δείγματος. Η τυχαία μεταβλητή $X_i = X_{i1} + X_{i2} + \cdots + X_{in_i}$ δηλώνει το συνολικό αριθμό των ελαττωμάτων στο i δείγμα. Η τυχαία μεταβλητή $u_i = X_i / n_i$ δηλώνει το μέσο αριθμό ελαττωμάτων στις n_i μονάδες επιθεώρησης του i δείγματος. Θέτουμε

$$\overline{u} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_m}{n_1 + n_2 + \cdots + n_m}.$$

***u* διάγραμμα ελέγχου** $W_i = u_i$
$$\begin{aligned} UCL_i &= \overline{u} + 3\sqrt{\frac{\overline{u}}{n_i}} \\ CL &= \overline{u} \\ LCL_i &= \overline{u} - 3\sqrt{\frac{\overline{u}}{n_i}} \end{aligned}$$

Επιλογή διαγραμμάτων ελέγχου



Επιλογή διαγραμμάτων ελέγχου

1. Μια εταιρία συσκευάζει αλουμινόχαρτο για οικιακή χρήση σε ρολά των 30 μέτρων. Σε κάθε έλεγχο, εξετάζονται 10 μέτρα αλουμινόχαρτου και καταγράφεται το πλήθος των σημείων που το αλουμινόχαρτο φαίνεται τσακισμένο.

Είναι ΔΕ *c* διότι εξετάζουμε πλήθος ελαττωμάτων με σταθερό δειγματικό μέγεθος.

2. Ένα εργοστάσιο τυποποιεί ελαιόλαδο σε φιάλες των 700 ml. Ανά τακτά χρονικά διαστήματα, επιλέγεται 1 φιάλη και καταγράφεται ο όγκος του περιεχομένου της.

Είναι ΔΕ *I - MR* διότι έχουμε μεμονωμένες παρατηρήσεις συνεχούς μεταβλητής.

3. Ένα εργοστάσιο εμφιαλώνει γάλα σε φιάλες των 1500 ml. Ανά τακτά χρονικά διαστήματα, επιλέγονται 4 φιάλες και καταγράφεται ο όγκος του περιεχομένου τους.

Είναι ΔΕ $\overline{X}-R$ διότι έχουμε δείγματα μεγέθους n = 4 (<10) από συνεχή μεταβλητή.

4. Ένα εργοστάσιο εμφιαλώνει οίνο σε μπουκάλια των 700 ml, τα οποία συσκευάζονται σε κούτες των 18 τεμαχίων. Ανά τακτά χρονικά διαστήματα, επιλέγονται 4 φιάλες και ελέγχεται σε πόσες από αυτές ο φελλός έχει τοποθετηθεί σωστά στη φιάλη.

Είναι ΔΕ *np* διότι εξετάζουμε πλήθος ελαττωματικών μονάδων με σταθερό δειγματικό μέγεθος.

5. Ένα εργοστάσιο κατασκευάζει βίδες συγκεκριμένου μήκους. Ανά τακτά χρονικά διαστήματα, τριάντα βίδες επιλέγονται από την τρέχουσα παραγωγή και μετράται το μήκος τους.

Είναι ΔΕ $\overline{X}-s$ διότι έχουμε δείγματα μεγέθους n = 30 (>10) από συνεχή μεταβλητή.

Επιλογή διαγραμμάτων ελέγχου

6. Ένα τυπογραφείο εκτυπώνει μονόφυλλα έγχρωμα φυλλάδια για τους διαφημιστικούς σκοπούς γνωστής εταιρίας. Ένας κύκλος εκτύπωσης ολοκληρώνεται όταν έχουν παραχθεί 2000 φυλλάδια. Μετά την ολοκλήρωση κάθε κύκλου εκτύπωσης, ο τυπογράφος διαλέγει στην τύχη ένα αριθμό φυλλαδίων από αυτά που εκτυπώθηκαν και, αφού τα ελέγξει, καταγράφει τόσο τον αριθμό των φυλλαδίων που επέλεξε, όσο και το πλήθος των χρωματικών ατελειών που εντόπισε σε αυτά.

Είναι ΔΕ *u* διότι εξετάζουμε πλήθος ελαττωμάτων με μεταβλητό δειγματικό μέγεθος.

7. Σε ένα φυτώριο, ένας γεωπόνος φυτεύει σπόρους (όσους πιάσει με το χέρι) σε παρτέρια. Σε κάθε περίοδο καλλιέργειας, καταγράφει το πλήθος των σπόρων που φύτεψε και το πλήθος των φυτών που τελικά φύτρωσαν.

Είναι ΔΕ *p* διότι εξετάζουμε πλήθος "ελαττωματικών" μονάδων με μεταβλητό δειγματικό μέγεθος.

8. Ένα εργοστάσιο κατασκευάζει πρόκες συγκεκριμένου μήκους οι οποίες συσκευάζονται σε κουτιά συγκεκριμένου βάρους. Ανά τακτά χρονικά διαστήματα, επιλέγονται τρία κουτιά από την τρέχουσα παραγωγή και ζυγίζονται.

Είναι ΔΕ $\overline{X}-R$ διότι έχουμε δείγματα μεγέθους n = 3 (<10) από συνεχή μεταβλητή.

9. Μια βιομηχανία συσκευάζει ζάχαρη σε πακέτα των 500 γραμμαρίων, τα οποία στη συνέχεια τοποθετούνται σε παλέτες των 1000 πακέτων. Από κάθε παλέτα ελέγχονται δειγματοληπτικά 10 τεμάχια για ανωμαλίες στη συσκευασία (σκισίματα) και καταγράφεται ο αριθμός των μη αποδεκτών συσκευασιών που παρατηρήθηκε.

Είναι ΔΕ *np* διότι εξετάζουμε πλήθος ελαττωματικών μονάδων με σταθερό δειγματικό μέγεθος.

10. Μια αεροπορική εταιρεία παρακολουθεί σε εβδομαδιαία βάση το πλήθος των ατόμων που δεν επιβιβάστηκαν σε αεροσκάφος σε σχέση με το συνολικό πλήθος των κρατήσεων θέσεων.

Είναι ΔΕ *p* διότι εξετάζουμε πλήθος ελαττωματικών μονάδων με μεταβλητό δειγματικό μέγεθος.

Πότε μια διαδικασία είναι εκτός ελέγχου:

- ένα τουλάχιστον σημείο είναι εκτός ορίων
- επτά διαδοχικά σημεία εμφανίζουν ανοδική ή καθοδική τάση
- υπάρχουν επαναλαμβανόμενα μοτίβα
- επτά διαδοχικά σημεία βρίσκονται από την ίδια πλευρά της κεντρικής τιμής
- δέκα από τα έντεκα διαδοχικά σημεία βρίσκονται από την ίδια πλευρά της κεντρικής τιμής

Διαγράμματα ελέγχου - 'σκηση

Ο διευθυντής μιας εταιρείας courier υποψιάζεται ότι υπάρχει σοβαρό πρόβλημα στις παραδόσεις που ανατίθενται στην εταιρεία του. Για να διαπιστώσει αν όντως υπάρχει πρόβλημα κατέγραψε για 20 εβδομάδες τις συνολικές παραδόσεις που πραγματοποιήθηκαν, καθώς επίσης και πόσες από αυτές καθυστέρησαν (οι υπόλοιπες θεωρείται ότι παραδόθηκαν στην ώρα τους).

Εβδομάδα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Παραδόσεις	750	580	456	530	760	570	575	486	690	520
Καθυστερημένες παραδόσεις	250	160	152	165	220	148	150	162	240	137

Εβδομάδα	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Παραδόσεις	500	580	780	550	452	470	430	755	456	487
Καθυστερημένες παραδόσεις	146	165	251	156	162	144	165	251	178	190

(α) Υπολογίστε την κεντρική γραμμή και τα όρια του διαγράμματος ελέγχου που θεωρείτε κατάλληλο για την παρακολούθηση της διεργασίας των παραδόσεων. Επιπλέον, υπολογίστε τις τιμές του στατιστικού μεγέθους - χαρακτηριστικού ποιότητας που θα απεικονιστούν στο διάγραμμα ελέγχου.
(β) Να κατασκευαστεί με χρήση MINITAB το διάγραμμα ελέγχου του ερωτήματος (α). Εξετάστε αν η διεργασία είναι υπό στατιστικό έλεγχο.

Διαγράμματα ελέγχου - Λύση

(α) Το κατάλληλο διάγραμμα ελέγχου για τη μελέτη των καθυστερημένων παραδόσεων είναι το διάγραμμα p (ποσοστό ελαττωματικών) καθώς τα δεδομένα αφορούν πλήθος ελαττωμάτων και το μέγεθος του δείγματος είναι μεταβλητό.

Για την κεντρική γραμμή του διαγράμματος έχουμε:

$$K\Gamma = \bar{p} = \frac{(250+160+\ldots+190)}{(750+580+\ldots+487)} = 0.315725$$

Για το άνω και κάτω όριο ελέγχου έχουμε, αντίστοιχα:

$$AOE = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$KOE = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

Από τη μελέτη των παραπάνω τύπων προκύπτει ότι τα όρια ελέγχου εξαρτώνται από το εκάστοτε μέγεθος του δείγματος και επομένως δεν είναι σταθερά, αλλά μεταβλητά. Για παράδειγμα για το 1^{o} δείγμα θα έχουμε:

$$AOE = 0.315725 + 3\sqrt{\frac{0.315725(1-0.315725)}{750}} = 0.366641$$

$$KOE = 0.315725 - 3\sqrt{\frac{0.315725(1-0.315725)}{750}} = 0.264808$$

Διαγράμματα ελέγχου - Λύση

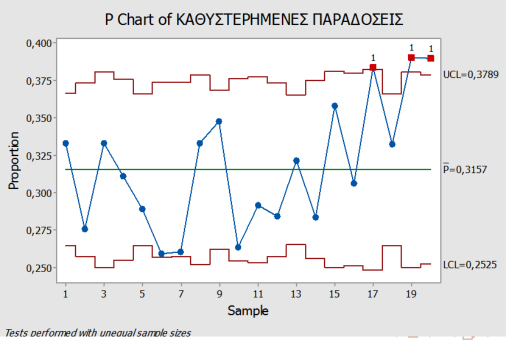
Με ανάλογη διαδικασία προκύπτει ο ακόλουθος πίνακας:

Εβδομάδα	Παραδόσεις	Καθυστερημένες Παραδόσεις	*Αναλογία Καθυστερημένων Παραδόσεων*	*ΑΟΕ*	*ΚΟΕ*
1	750	250	0.333333	0.366641	0.264808
2	580	160	0.275862	0.373624	0.257825
3	456	152	0.333333	0.381024	0.250425
4	530	165	0.311321	0.376294	0.255155
5	760	220	0.289474	0.366305	0.265144
6	570	148	0.259649	0.374130	0.257319
7	575	150	0.260870	0.373876	0.257574
8	486	162	0.333333	0.378976	0.252473
9	690	240	0.347826	0.368809	0.262640
10	520	137	0.263462	0.376874	0.254576
11	500	146	0.292000	0.378085	0.253365
12	580	165	0.284483	0.373624	0.257825
13	780	251	0.321795	0.365653	0.265797
14	550	156	0.283636	0.375183	0.256267
15	452	162	0.358407	0.381312	0.250137
16	470	144	0.306383	0.380044	0.251405
17	430	165	0.383721	0.382969	0.248480
18	755	251	0.332450	0.366473	0.264977
19	456	178	0.390351	0.381024	0.250425
20	487	190	0.390144	0.378912	0.252538

(β) Για την κατασκευή του διαγράμματος στο MINITAB χρησιμοποιούμε τα δεδομένα του πίνακα του ερωτήματος (α) και ακολουθούμε τη διαδικασία

`Stat > Control Charts > Attribute Charts > P`

Στα πεδία Variables και Subgroup sizes εισάγουμε τις στήλες Καθυστερημένες Παραδόσεις και Παραδόσεις αντίστοιχα. Εν συνεχεία, πιέζουμε P Chart Options στην καρτέλα Tests επιλέγουμε Perform all tests for special causes πιέζουμε δυο φορές OK και προκύπτει το ακόλουθο διάγραμμα:



Διαγράμματα ελέγχου - Λύση

P Chart of ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΜΕΝΕΣ ΠΑΡΑΔΟΣΕΙΣ

Test Results for P Chart of ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΜΕΝΕΣ ΠΑΡΑΔΟΣΕΙΣ

```
TEST 1. One point more than 3,00 standard deviations from center line.
Test Failed at points:  17; 19; 20
```

Σύμφωνα με το διάγραμμα αυτό, υπάρχουν ισχυρές ενδείξεις ότι η διαδικασία ήταν εκτός στατιστικού ελέγχου κατά τη διάρκεια λήψης των παραπάνω μετρήσεων. Συγκεκριμένα, παρατηρείται ότι 3 σημεία του διαγράμματος ελέγχου βρίσκονται εκτός των ορίων ελέγχου

Όρια ελέγχου - Όρια προδιαγραφών

Τα όρια ελέγχου (control limits) μιας διεργασίας ορίζουν το επίπεδο της φυσικής μεταβλητότητας της διεργασίας και δε σχετίζονται με τα όρια προδιαγραφών (specification limits) τα οποία έχουν τεθεί από τον πελάτη, τη νομοθεσία, την ίδια την επιχείρηση κτλ. Συμπερασματικά, η εκτέλεση μιας διεργασίας υπό συνθήκες στατιστικού ελέγχου δεν ταυτίζεται απαραίτητα με την παραγωγή προϊόντων αποδεκτής ποιότητας.