

ΥΛΗ ΓΙΑ ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ

Π. Χατζηκωνσταντίνου «Μαθηματικές μέθοδοι για μηχανικούς και επιστήμονες: Συνήθεις διαφορικές εξισώσεις, Μετασχηματισμοί Laplace και Fourier» 2017.

ΠΡΟΣΟΧΗ

- 1) Στην ύλη περιλαμβάνεται και το αρχείο με τίτλο «Μερικές ακόμη κλάσεις συνήθων διαφορικών εξισώσεων» που υπάρχει στην eclass του μαθήματος.
- 2) Δεδομένου ότι το σύγγραμμα αυτό δεν ανταποκρίνεται πλήρως στις ανάγκες του μαθήματός μας, αν το επιλέξετε να ανατρέχετε συχνά στην eclass του μαθήματος, και στο περίγραμμά του προκειμένου να είστε σίγουροι ότι διαβάσετε τη ΣΩΣΤΗ ύλη!!!

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ	3
----------------	---

Κεφάλαιο 1

1.1	Εισαγωγικά Στοιχεία για τις Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις	13
1.1.1	Βασικές Έννοιες	14
1.1.2	Γραμμικές και Μη-γραμμικές Διαφορικές Εξισώσεις	16
1.1.3	Λύση μιας Διαφορικής Εξίσωσης	19
1.1.4	Σχηματισμός Διαφορικής Εξίσωσης	24
1.2	Σύντομη Ιστορική Ανασκόπηση	26
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	28

Κεφάλαιο 2

2.1	Διαφορικές Εξισώσεις Πρώτης Τάξης	31
2.1.1	Ολοκληρωτικές Καμπύλες και η Γραφική τους Αναπαράσταση	34
2.1.2	Αριθμητική Μέθοδος Euler, Επίλυση της $y' = f(x, y)$	37
2.2	Μέθοδος Χωριζομένων Μεταβλητών	39
2.3	Ομογενείς Διαφορικές Εξισώσεις 1ης Τάξης	45
2.3.1	Διαφορικές Εξισώσεις Αναγόμενες σε Ομογενείς	50
2.4	Πλήρεις Διαφορικές Εξισώσεις 1ης Τάξης	54
2.5	Παράγοντες Ολοκλήρωσης των Μη Πλήρων Εξισώσεων	56
2.6	Γραμμικές Διαφορικές Εξισώσεις Πρώτης Τάξης	64
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	68
2.7	Εξισώσεις Αναγόμενες σε Γραμμικές	70
2.7.1	Εξίσωση Bernoulli	70
2.7.2	Εξισώσεις D' Alembert - Lagrange	72
2.7.3	Εξίσωση Clairaut	72
2.7.4	Εξίσωση Riccati	76

2.8	Διαφορικές Εξισώσεις Πρώτης Τάξης και Ανώτερου Βαθμού	80
2.9	Γεωμετρικές Εφαρμογές	83
	2.9.1 Ισογώνιες Καμπύλες	83
	2.9.2 Περιβάλλουσες – Ιδιάζουσες Λύσεις	89
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	91
2.10	Εφαρμογές των Διαφορικών Εξισώσεων Πρώτης Τάξης	92
	2.10.1 Εφαρμογές Ηλεκτρικών Κυκλωμάτων	92
	2.10.2 Εφαρμογή στη Θερμότητα	97
	2.10.3 Προβλήματα Συγκέντρωσης Διαλυμάτων	101
	2.10.4 Εφαρμογές στη Μηχανική	102
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	106
2.11	Θεωρήματα Ύπαρξης και Μοναδικότητας της Λύσης μιας Διαφορικής Εξίσωσης Πρώτης Τάξης	109

Κεφάλαιο 3

3.1	Διαφορικές Εξισώσεις Ανώτερης Τάξης – Γραμμικές Εξισώσεις και Θεωρία Λύσεων	115
	3.1.1 Γενικό Θεώρημα Ύπαρξης και Μοναδικότητας της Λύσης	115
	3.1.2 Γραμμικές Διαφορικές Εξισώσεις και Προβλήματα Αρχικών Τιμών	117
	3.1.3 Θεμελιώδεις Λύσεις – Γραμμική Ανεξαρτησία	121
	3.1.4 Προβλήματα Συνοριακών Τιμών	129
	3.1.5 Καλώς Τοποθετημένα Προβλήματα	133
3.2	Μη Ομογενείς Γραμμικές Διαφορικές Εξισώσεις	134
	3.2.1 Υποβιβασμός της Τάξης μιας Διαφορικής Εξίσωσης	136
	3.2.2 Κανονική Μορφή Διαφορικής Εξίσωσης Δεύτερης Τάξης	138
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	142
3.3	Μη-Γραμμικές Εξισώσεις Δεύτερης Τάξης Αναγόμενες σε Εξισώσεις Πρώτης Τάξης	144
3.4	Ειδικές Μορφές Διαφορικών Εξισώσεων (Δ.Ε.) Ανώτερης Τάξης	152
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	153

Κεφάλαιο 4

4.1	Γραμμικές Διαφορικές Εξισώσεις Ανώτερης Τάξης με Σταθερούς Συντελεστές	155
-----	--	-----

4.1.1	Ομογενείς Εξισώσεις Δεύτερης Τάξης με Σταθερούς Συντελεστές	155
4.1.2	Ομογενείς Εξισώσεις Τάξης n με Σταθερούς Συντελεστές	160
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	163
4.2	Μη Ομογενείς Εξισώσεις Ανώτερης Τάξης με Σταθερούς Συντελεστές	164
4.2.1	Μέθοδος των Προσδιοριστέων Συντελεστών	164
4.3	Μέθοδος Μεταβολής των Παραμέτρων	172
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	178
4.4	Άλγεβρα των Διαφορικών Τελεστών	180
4.4.1	Ιδιότητες των Τελεστών Παραγώγισης	184
4.4.2	Λύσεις Διαφορικών Εξισώσεων με Σχέσεις των Τελεστών Παραγώγισης	189
4.5	Διαφορικές Εξισώσεις Euler	195
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	199

Κεφάλαιο 5

	Εφαρμογές των Διαφορικών Εξισώσεων Δεύτερης Τάξης σε Προβλήματα Φυσικής	201
5.1	Μηχανικές Ταλαντώσεις	201
5.1.1	Ελεύθερη Ταλάντωση	203
5.1.2	Αποσβεννυμένη Ελεύθερη Ταλάντωση	204
5.1.3	Εξαναγκασμένη Αποσβεννυμένη Ταλάντωση	206
5.2	Εξαναγκασμένη Περιστροφική Κίνηση με Απόσβεση	212
5.3	Λυγισμός Μιας Δοκού	213
5.4	Ηλεκτρικά Κυκλώματα	214
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	220

Κεφάλαιο 6

	Επίλυση Διαφορικών Εξισώσεων με Δυναμοσειρές	225
6.1	Δυναμοσειρές	225
6.2	Ομαλά και Ανώμαλα Σημεία. Επίλυση με Δυναμοσειρές	234
6.2.1	Λύσεις με Δυναμοσειρές Πλησίον ενός Ομαλού Σημείου	237
6.2.2	Εξίσωση Legendre	247
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	251

6.3	Λύσεις με Δυναμοσειρές Πλησίον Κανονικού Ανώμαλου Σημείου. Μέθοδος Frobenius	254
6.3.1	Ασυμπτωτική Συμπεριφορά Λύσης στο Άπειρο	273
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	276

Κεφάλαιο 7

7.1	Διαφορικές Εξισώσεις και Ειδικές Συναρτήσεις	281
7.1.1	Συναρτήσεις Γάμμα, Βήτα και Συνάρτηση Σφάλματος	281
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	289
7.2	Εξίσωση και Συναρτήσεις Bessel	291
7.2.1	Ιδιότητες των Συναρτήσεων Bessel και Γεννήτρια Συνάρτηση	299
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	309
7.3	Εξίσωση και Πολυώνυμα Legendre	311
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	315
7.4	Εξίσωση και Συναρτήσεις Hermite	316
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	318
7.5	Εξισώσεις και Πολυώνυμα Τύπου Laguerre	319
7.6	Υπεργεωμετρική Εξίσωση Gauss	320
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	325
7.7	Εξίσωση και Πολυώνυμα Chebyshev	325
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	327

Κεφάλαιο 8

8.1	Μετασχηματισμός Laplace	329
8.1.1	Μετασχηματισμός Laplace	330
8.1.2	Ιδιότητες του Μετασχηματισμού Laplace	337
8.1.3	Συνάρτηση Δέλτα του Dirac και Συνάρτηση Βήματος	351
8.1.4	Αντίστροφος Μετασχηματισμός Laplace	363
8.2	Εφαρμογές του Μετασχηματισμού Laplace στις Διαφορικές και Ολοκληροδιαφορικές Εξισώσεις	376
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	386

Κεφάλαιο 9

9.1	Συστήματα Διαφορικών Εξισώσεων	391
9.1.1	Συστήματα Διαφορικών Εξισώσεων Τάξης $n \geq 1$..	392
9.1.2	Λύση Συστημάτων με τη Μέθοδο της Απαλοιφής ..	393
9.1.3	Αναγωγή Διαφορικών Εξισώσεων Ανώτερης Τάξης σε Σύστημα Εξισώσεων Πρώτης Τάξης	399
9.1.4	Συστήματα Πρώτης Τάξης Κανονικής Μορφής	400
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	406
9.2	Επίλυση Γραμμικών Συστημάτων με τη Μέθοδο των Μη- τρών	410
9.2.1	Βασικά Στοιχεία Μητρών, Ιδιοτιμών και Ιδιοσυναρ- τήσεων	410
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	421
9.2.2	Γραμμικά Συστήματα Πρώτης Τάξης. Γενική Θεωρία	424
9.2.3	Ομογενή Συστήματα Πρώτης Τάξης με Σταθερούς Συντελεστές	430
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	443
9.2.4	Επίλυση Συστημάτων της Μορφής $Y'' = AY$	450
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	453
9.2.5	Μη Ομογενή Συστήματα Πρώτης Τάξης	454
9.3	Μέθοδος του Μετασχηματισμού Laplace για Συστήματα	457
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	460
9.4	Εφαρμογές στις Εφαρμοσμένες Επιστήμες	462
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	478

Κεφάλαιο 10

10.1	Μη Γραμμικές Εξισώσεις και Ευστάθεια	483
10.1.1	Κρίσιμα Σημεία, Ευστάθεια και Τροχιές Συστημά- των	492
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	501
10.2	Ευστάθεια Γραμμικών Συστημάτων	504
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	519
10.3	Ευστάθεια των μη Γραμμικών Συστημάτων	521
10.3.1	Ευστάθεια Σχεδόν Γραμμικών Συστημάτων	522
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	542
10.3.2	Ευστάθεια Μη Γραμμικών Συστημάτων. Δεύτερη Μέθοδος Liapunov	544
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	550

Κεφάλαιο 11

11.1	Σειρές Fourier	551
11.1.1	Βασικές Έννοιες	551
11.1.2	Αναπτύγματα Σειρών Fourier	555
11.2	Σύγκλιση με την Έννοια της Μέσης Τιμής	582
11.3	Ομοιόμορφη Σύγκλιση, Παραγωγή και Ολοκλήρωση Σειρών Fourier	585
11.4	Διπλές Σειρές Fourier	589
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	592

Κεφάλαιο 12

12.1	Ολοκληρώματα και Μετασχηματισμός Fourier	601
12.1.1	Ολοκληρώματα Fourier	601
12.2	Μετασχηματισμός Fourier – Βασική Θεωρία	607
12.2.1	Ιδιότητες του Μετασχηματισμού Fourier	615
12.2.2	Μετασχηματισμός Fourier των Συναρτήσεων Δέλτα και Βήματος	626
12.2.3	Πεπερασμένοι Μετασχηματισμοί Fourier Ημιτόνου και Συνημιτόνου	627
12.2.4	Επίλυση Συνήθων Γραμμικών Διαφορικών Εξισώσεων	630
12.2.5	Τρισδιάστατος Μετασχηματισμός Fourier και Εφαρμογές	633
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	635

Κεφάλαιο 13

13.1	Προβλήματα Συνοριακών Τιμών και Ιδιοτιμών	639
13.1.1	Συστήματα Sturm - Liouville	643
13.2	Μέθοδος Ορθοκανονικοποίησης Gram - Schmidt	655
13.3	Αναπτύγματα ως προς Ιδιοσυναρτήσεις	658
13.4	Μη Ομογενή Προβλήματα Συνοριακών Τιμών	660
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	665
13.5	Συναρτήσεις Green	668
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	678
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Τριγωνομετρικές και Υπερβολικές Συναρτήσεις	681
	BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	687
	ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΟΡΩΝ	691