Ιξωδοελαστική συμπεριφορά πολυμερών

Μηχανική συμπεριφορά ισότροπων στερεών
Μηχανικές σταθερές

- Μέτρο ελαστικότητας (Young): $\sigma = E.\varepsilon$
- Λόγος Poison: $\nu = \varepsilon_{\kappa\alpha\theta}/\varepsilon$
- Μέτρο συμπίεσης (Bulk modulus):

$-1/K = (1/V).(dV/dP)$

- $K = E/(3.(1-2\nu))$
- Μέτρο διάτμησης $G = \sigma/\theta$
- $G = E/(3.(1+\nu))$
- Αν K>>E το στερεό θεωρείται ασυμπίεστο

Τότε $E/K = 0$, $\nu = ½$, $G = E/3$

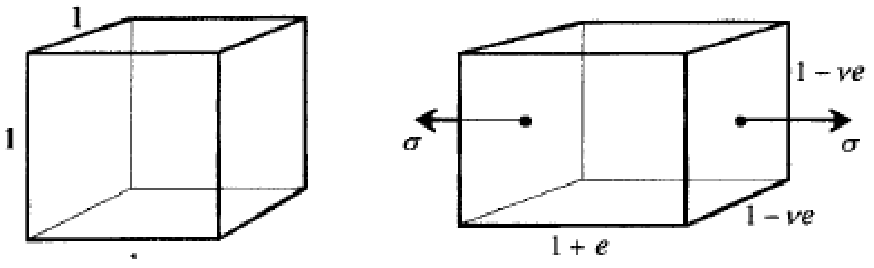
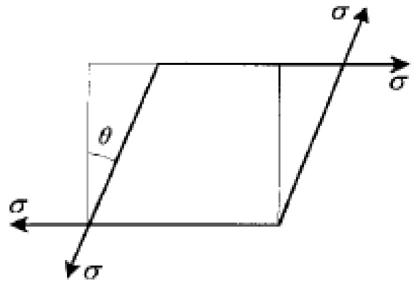
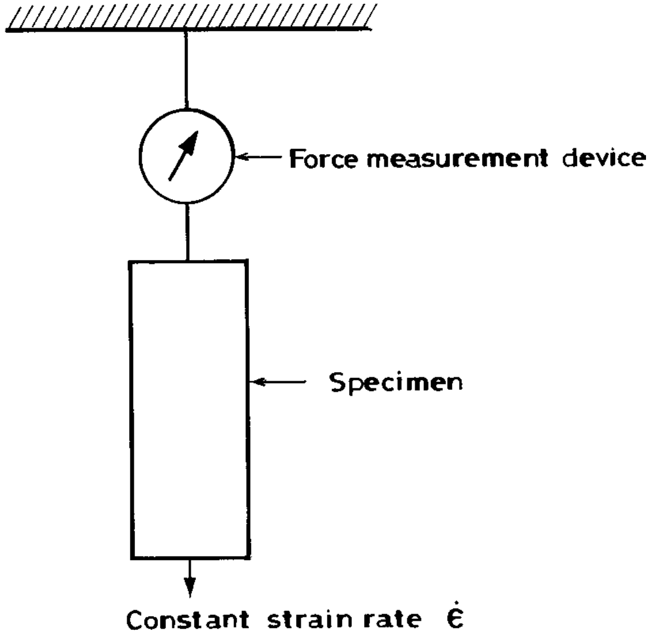


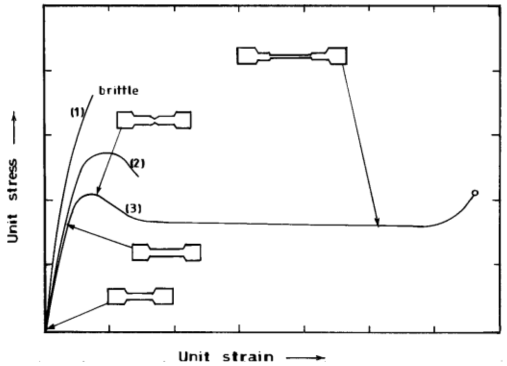
Fig. 6.3 A unit cube before and after applying a tensile stress σ



Διατάξεις μηχανικών δοκιμών εφελκυσμού



Διάταξη γραμμικής επιμήκυνσης



Μηχανική συμπεριφορά πολυμερών

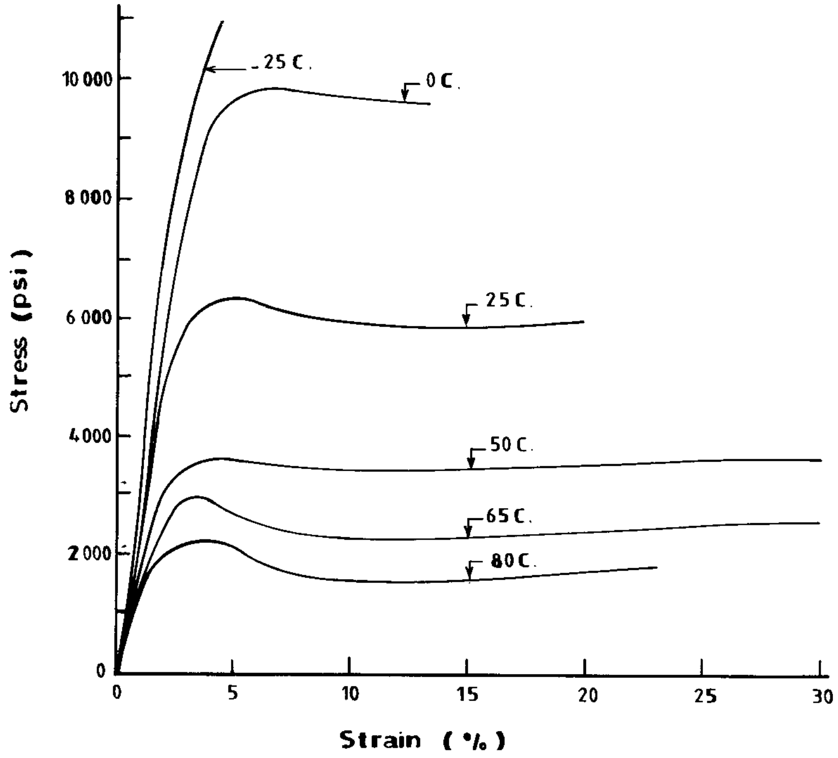


Figure 13.31 The stress–strain behavior of cellulose acetate at different temperatures. (From Carswell, T.S.
and Nasor, H.K., Mod. Plast., 21(6), 121, 1944. With permission.)

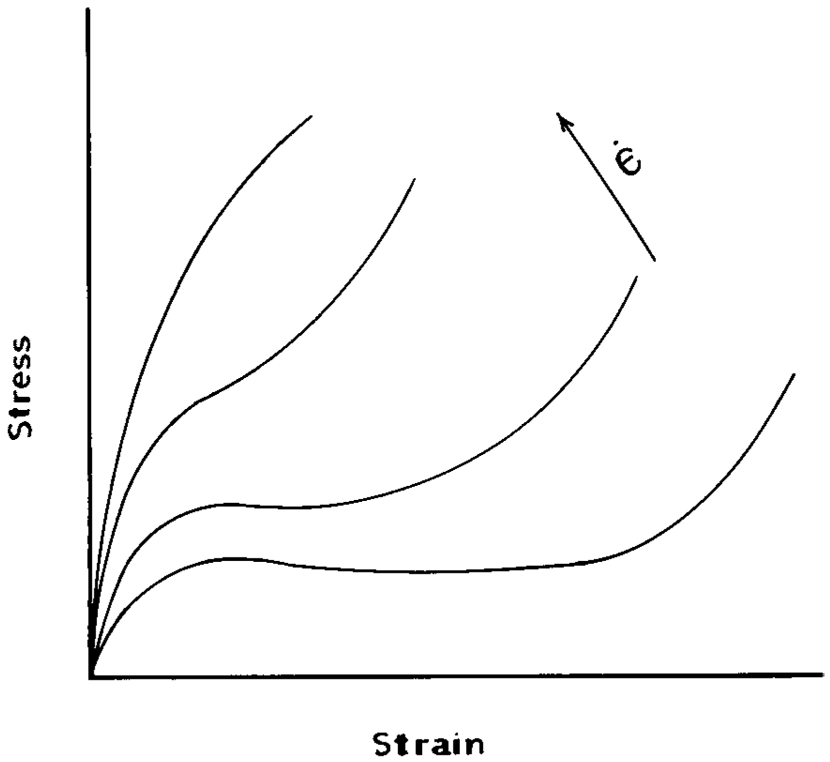
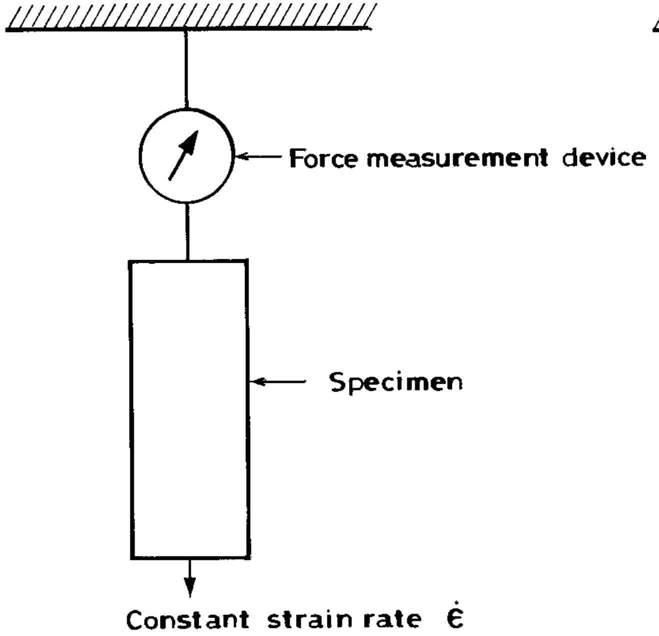
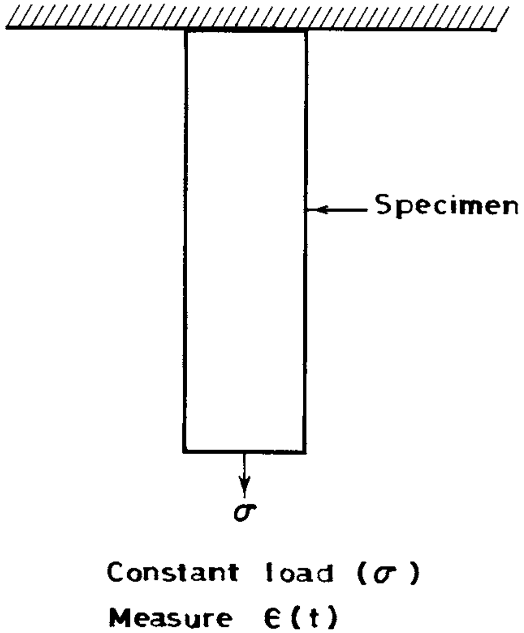
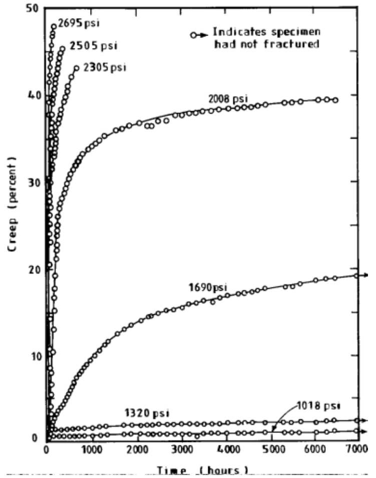


Figure 13.32 Schematic illustration of the effect of strain rate on polymers

Διατάξεις μηχανικών δοκιμών εφελκυσμού

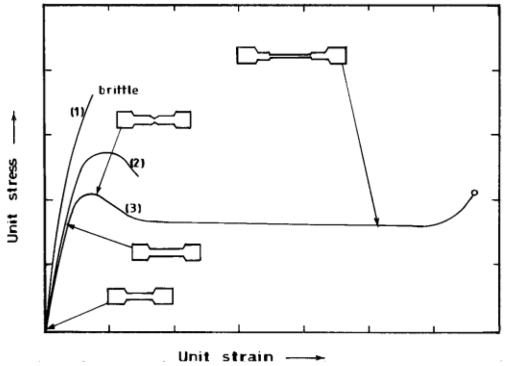




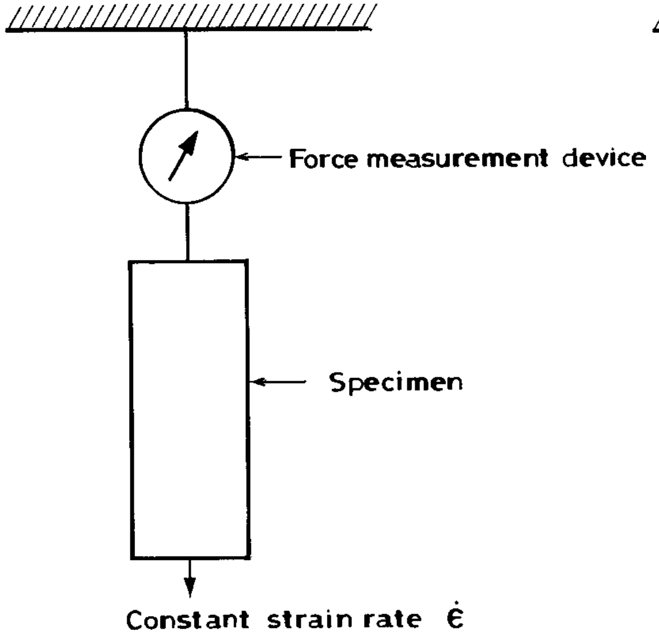


Διάταξη γραμμικής επιμήκυνσης

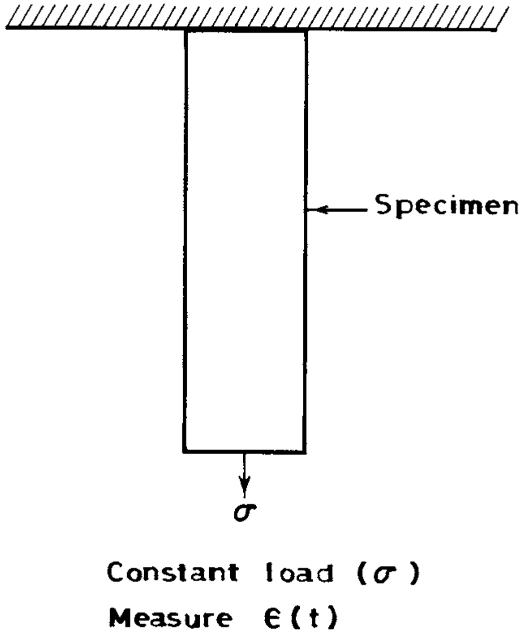
Διάταξη Επιμήκυνσης ερπυσμού

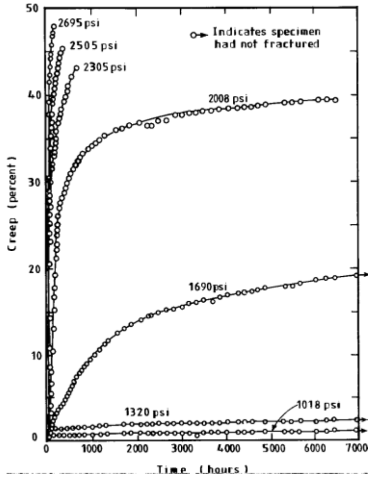


Διατάξεις μηχανικών δοκιμών εφελκυσμού

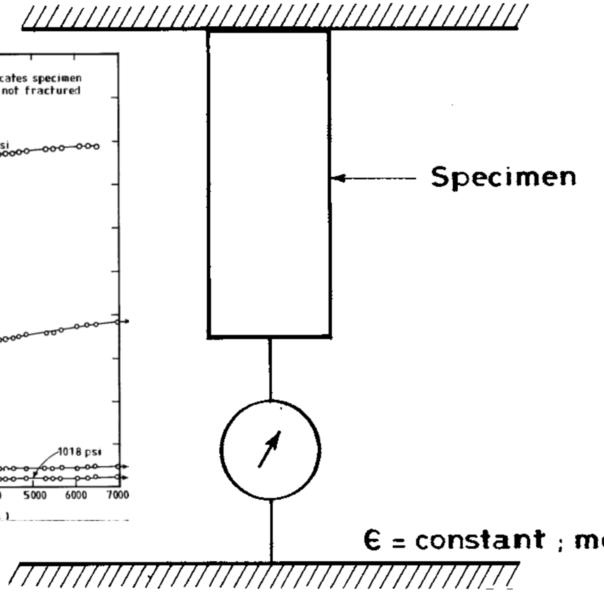


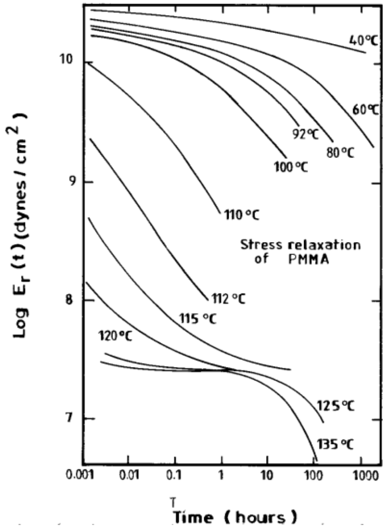
Διάταξη γραμμικής επιμήκυνσης



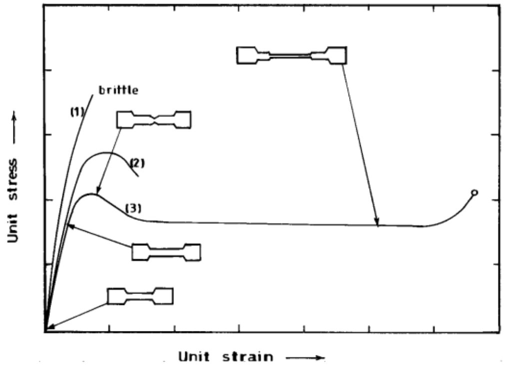


Διάταξη επιμήκυνσης ερπυσμού

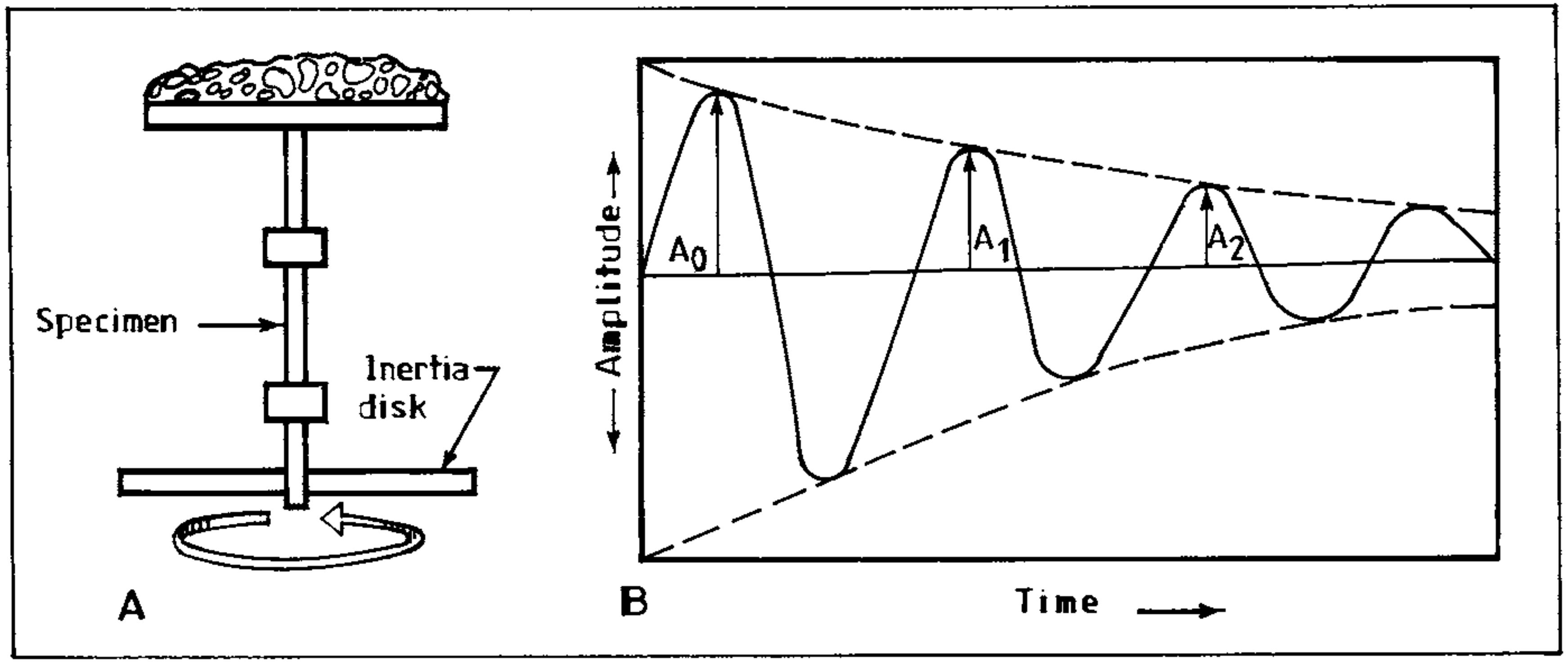




Διάταξη επιμήκυνσης χαλάρωσης τάσης



Δυναμική καταπόνηση πολυμερών



Ιξωδοελαστική συμπεριφορά υλικών

- Σε στιγμιαία επιμήκυνση – χαλάρωση τάσης/t
- Σε στιγμιαία επιβολή τάσης – επιμήκυνση/t
- Σε περιοδική επιβολή φόρτισης – αποφόρτιση από διαφορετικό δρόμο
- Σε χρονικά κοντινές φορτίσεις ? Η προϊστορία φορτίσεων επηρεάζει τη συμπεριφορά

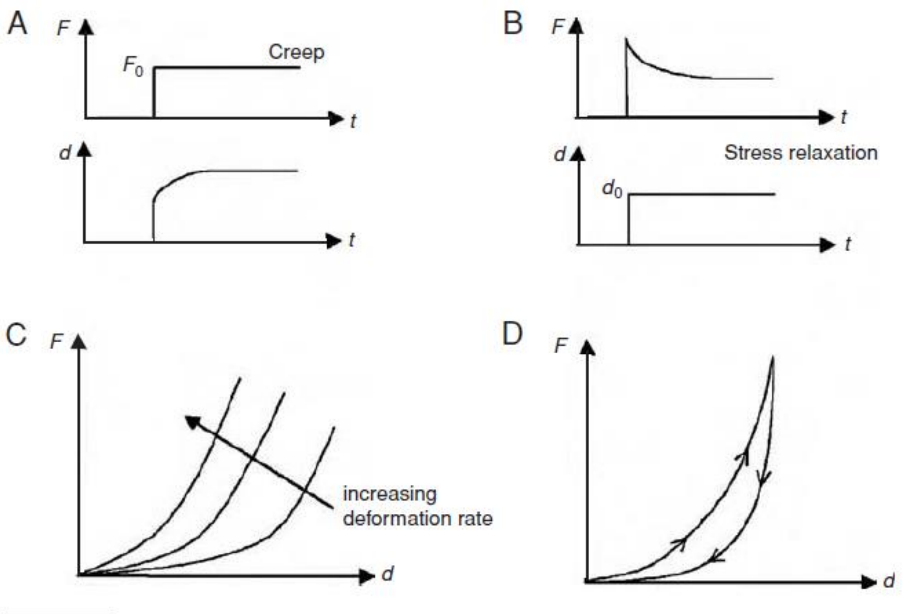


Figure 9.33

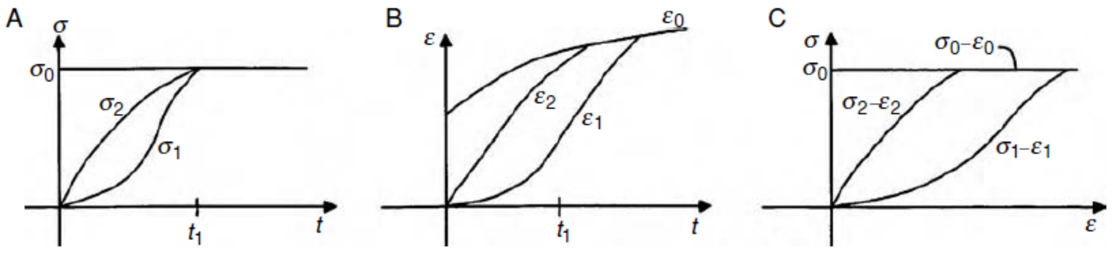
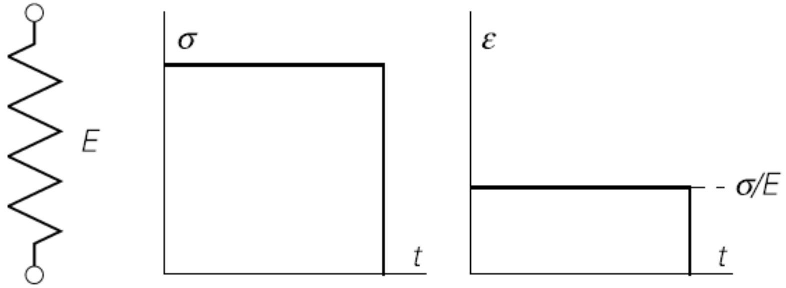


Figure 9.34

Απόκριση σε στιγμιαία αύξηση τάσης (ερπυσμός)
Ελαστικό

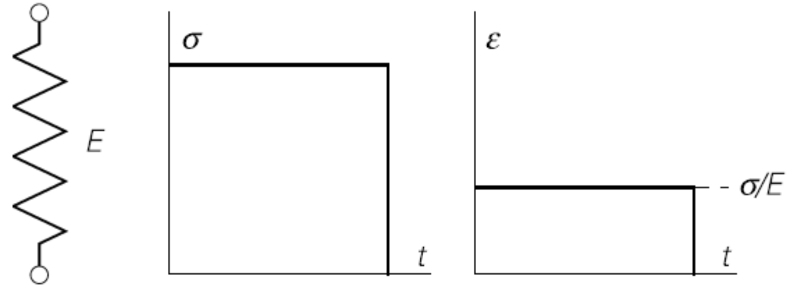


Response of an ideal spring.

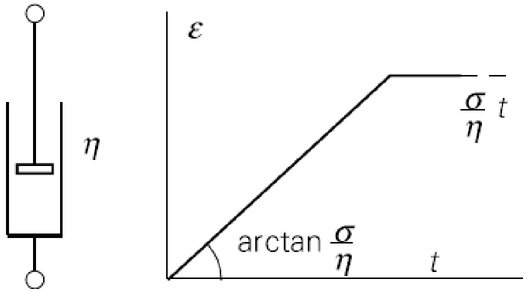
- Ιδανικά ελαστικό: **σ = Εε**

Απόκριση σε στιγμιαία αύξηση τάσης (ερπυσμός)

Ελαστικό Ιξώδες

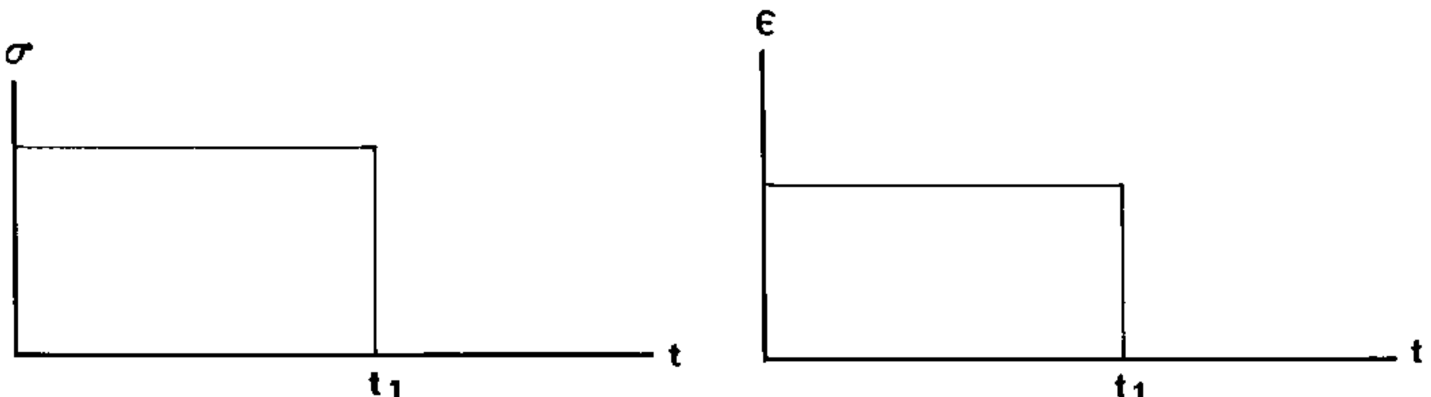


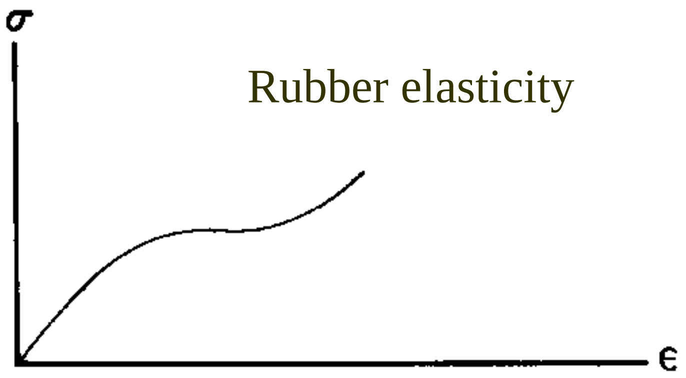
Response of an ideal spring.



Response of an ideal liquid.

- Ιδανικά ελαστικό: **σ = Eε**
- Απόλυτα ιξώδες: **σ = ndε/dt, ε = (σ/n)*t**





Προσέγγιση με γραμμικά ιξωδοελαστικά μοντέλα

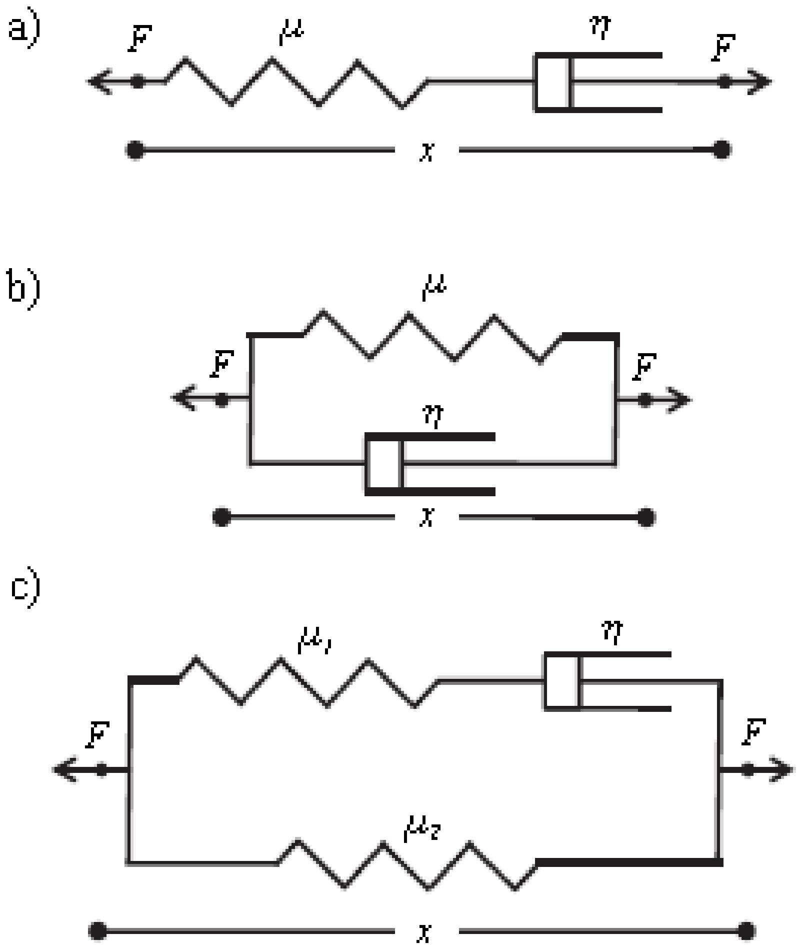
- Μοντέλα:

a. Maxwell

b. Voigt-Kelvin

c. Standard linear solid

F=force, μ= sping, n=dashpot



Προσέγγιση με γραμμικά ιξωδοελαστικά μοντέλα

- Μοντέλα:

a. Maxwell
b. Voigt-Kelvin
c. Standard linear solid

F=δύναμη, μ=ελατήριο, n=αποσβεστήρας

Engineering stress:T = F/A_0, True stress: σ = F/A

Ελατήριο (ελαστικό στοιχείο):

T = μ*ε

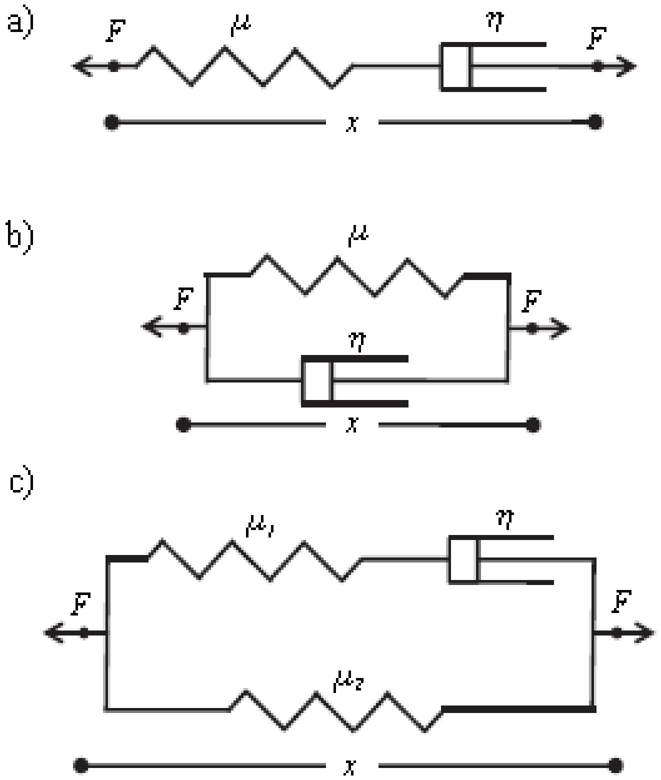
T = τάση, ε = παραμόρφωση

μ = μέτρο ελαστικότητας

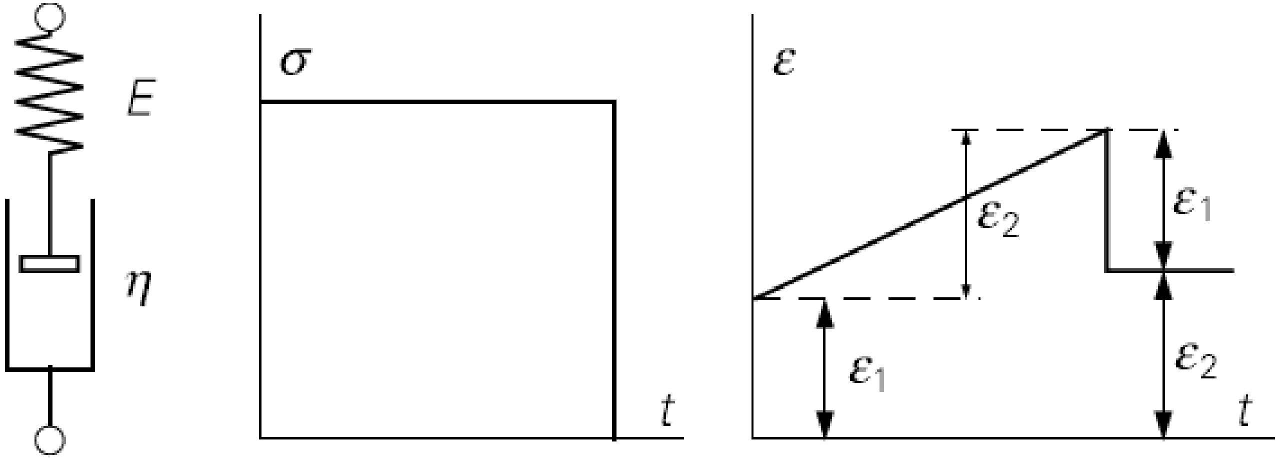
Αποσβεστήρας (εξάρτηση από ρυθμό παραμόρφωσης

T = n*dε/dt

n = συντελεστής ιξώδους



Maxwell Model
Creep



. Response of a Maxwell element.

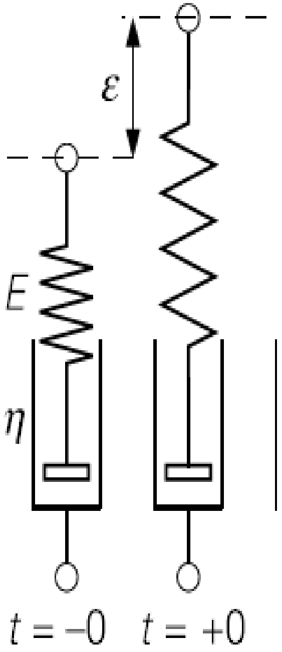
$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{\eta} \cdot t = \sigma \left[\frac{1}{E} + \frac{t}{\eta}\right]$$

Stress Relaxation due to Maxwell

$$\sigma_1 = E \cdot \varepsilon_1 = \sigma_2 = \eta \frac{d\varepsilon_2}{dt} = \eta \frac{d(\varepsilon - \varepsilon_1)}{dt} = -\eta \frac{d\varepsilon_1}{dt}$$

since

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon$$



Stress Relaxation due to Maxwell

$$\sigma_1 = E\cdot\varepsilon_1 = \sigma_2 = \eta\frac{d\varepsilon_2}{dt} = \eta\frac{d(\varepsilon-\varepsilon_1)}{dt} = -\eta\frac{d\varepsilon_1}{dt}$$

since

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon$$

$\sigma_1 = \sigma_2$

$$-\eta\frac{d\varepsilon_1}{dt} = E\cdot\varepsilon_1$$

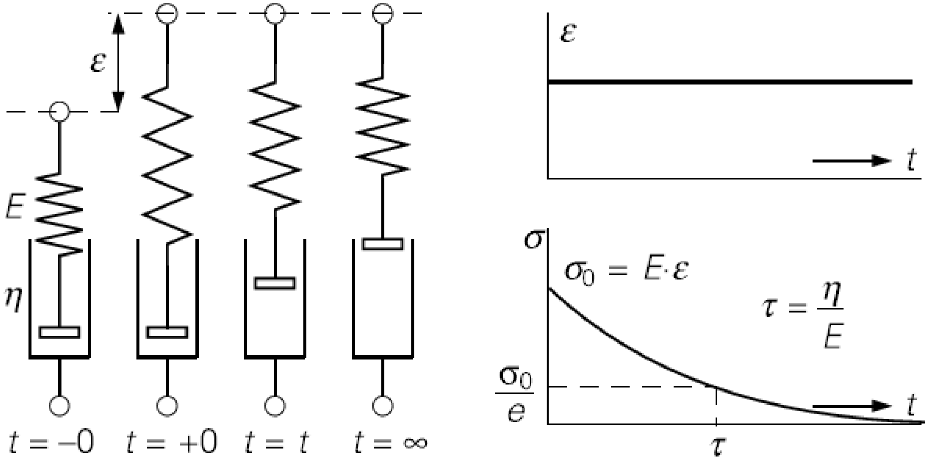
$$\frac{d\varepsilon_1}{\varepsilon_1} = -\frac{E}{\eta}dt$$

Ολοκληρώνοντας:

$$\ln\varepsilon_1 = -\frac{E}{\eta}\cdot t + c$$

$$\varepsilon_1 = \exp(-(E/\eta)\cdot t)\cdot c'$$

$$\sigma = E\cdot\varepsilon_1 = E\cdot\exp(-(E/\eta)\cdot t)\cdot c'$$



Stress relaxation of a Maxwell element.

Stress Relaxation due to Maxwell

$$\sigma_1 = E\cdot\varepsilon_1 = \sigma_2 = \eta\frac{d\varepsilon_2}{dt} = \eta\frac{d(\varepsilon-\varepsilon_1)}{dt} = -\eta\frac{d\varepsilon_1}{dt}$$

relaxation time

since

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon$$

At $t = 0$ is $\sigma = E\cdot\varepsilon$, so $\sigma(t) = E\cdot\varepsilon\cdot\exp(-(E/\eta)\cdot t) = E\cdot\varepsilon\cdot\exp(-t/\tau)$

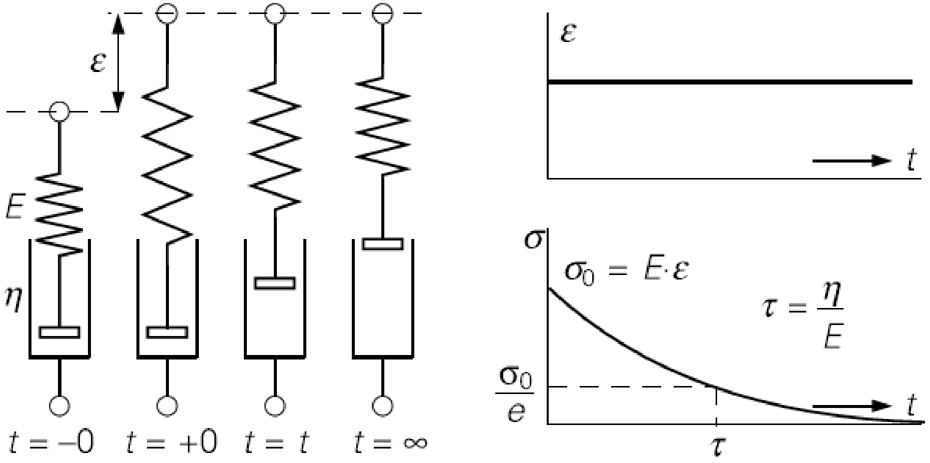
$$-\eta\frac{d\varepsilon_1}{dt} = E\cdot\varepsilon_1$$

$$\frac{d\varepsilon_1}{\varepsilon_1} = -\frac{E}{\eta}dt$$

$$\ln\varepsilon_1 = -\frac{E}{\eta}\cdot t + c$$

$$\varepsilon_1 = \exp(-(E/\eta)\cdot t)\cdot c'$$

$$\sigma = E\cdot\varepsilon_1 = E\cdot\exp(-(E/\eta)\cdot t)\cdot c'$$



Stress relaxation of a Maxwell element.

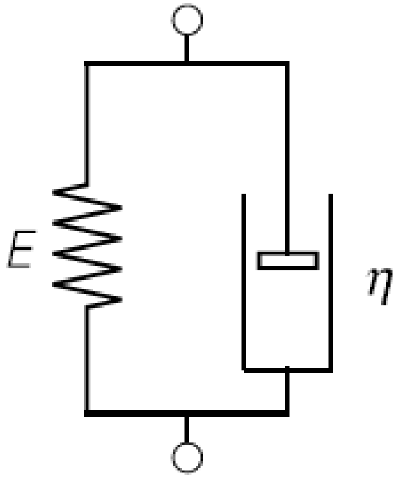
Voigt-Creep

$\varepsilon = \varepsilon 1 = \varepsilon 2$ $\qquad \sigma_1 + \sigma_2 = \sigma$ $\qquad \sigma_1 = E \cdot \varepsilon(t)$ $\qquad \sigma_2 = \eta \cdot \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$

Απότομη μεταβολή της σ από σ= 0

$$\sigma = E \cdot \varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt}$$

$$\eta \frac{d\varepsilon}{dt} = -E \cdot \varepsilon + \sigma$$

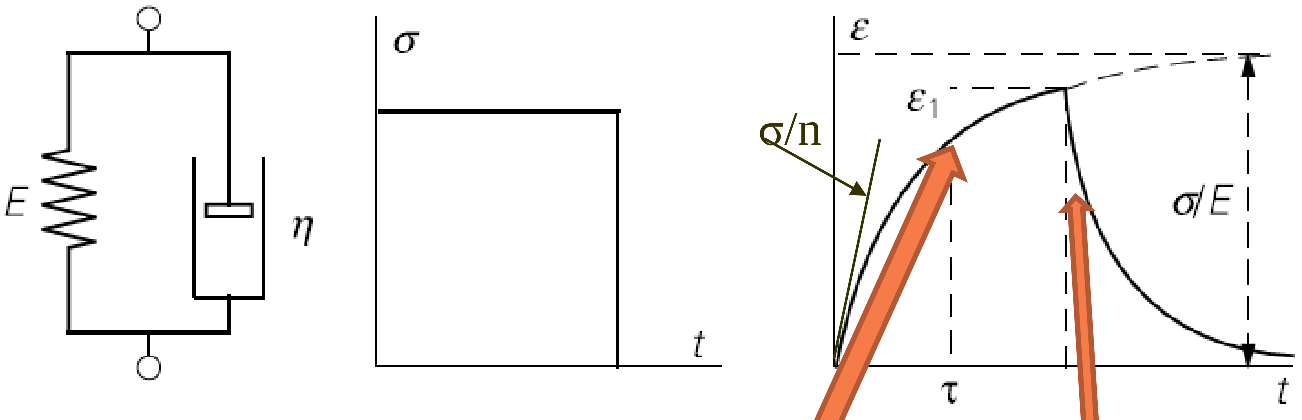


The solution of this differential equation is:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E}\left[1 - \exp(-t/\tau)\right]$$

with $\tau = \eta/E$.

Voigt Model - Creep



. *Creep of a Kelvin-Voigt element*

Σε απότομη αποφόρτιση

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E}\left[1 - \exp(-t/\tau)\right]$$

$$\sigma = 0 = E\cdot\varepsilon + \eta\,\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t}$$

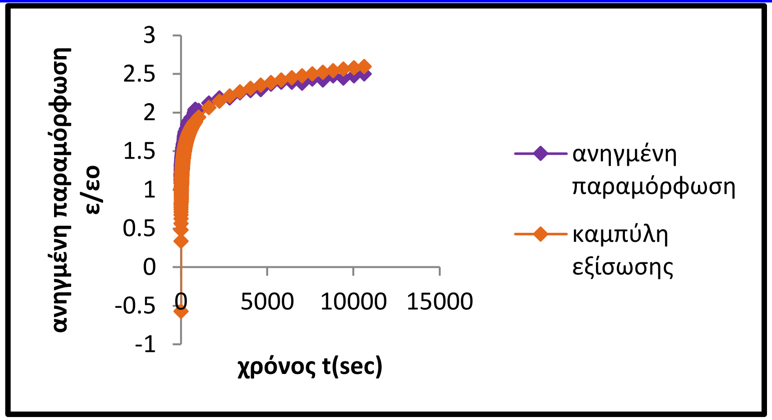
and

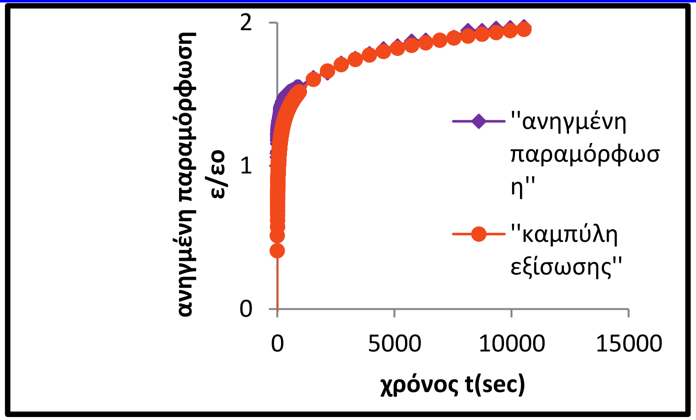
with $\tau = \eta/E$.

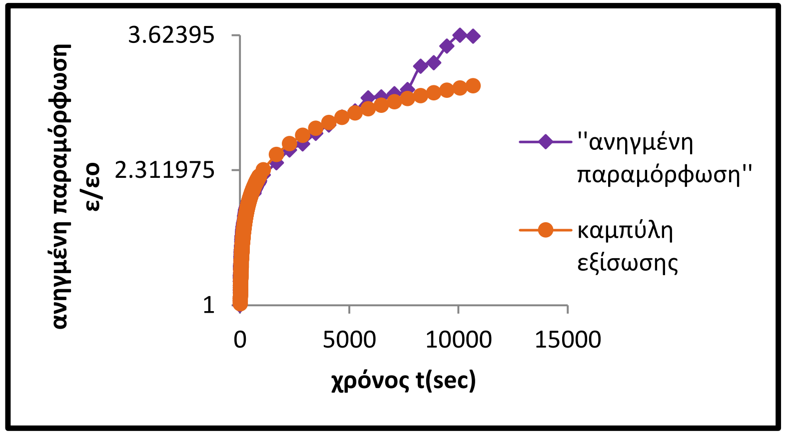
$$\eta\,\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t} = -E\cdot\varepsilon:$$

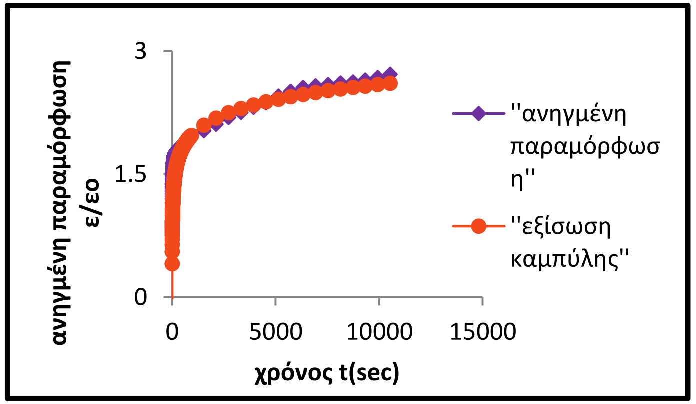
$$\varepsilon = \varepsilon_1 \exp(-t/\tau)$$

Πειράματα ερπυσμού σε περικάρδιο
Ανεπάρκεια μεμονωμένων μοντέλων







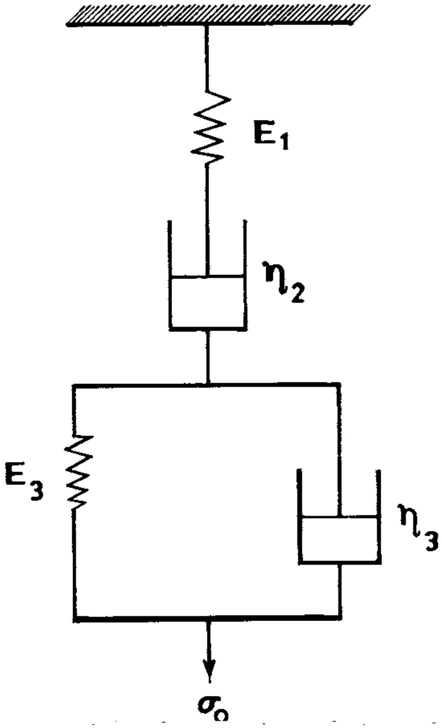


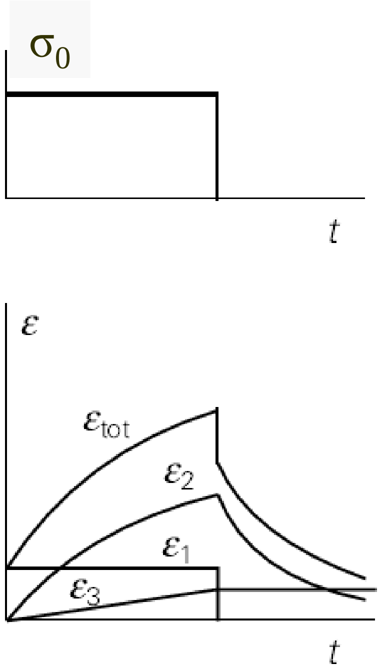
- Προσδιορισμός μαθηματικής καμπύλης (*Διπλωματική, Π. Κερβέλκλογλου, 2009*

$$y = a \ln x + b x^k$$

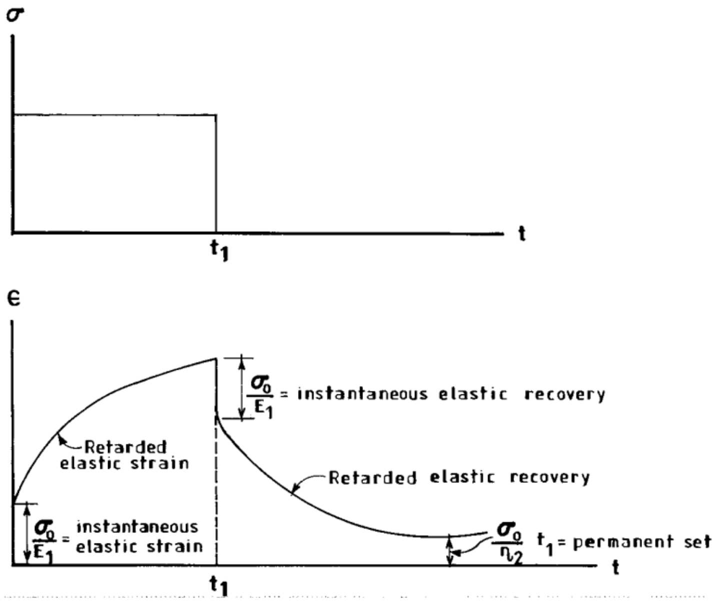
$$y = 0{,}12 \ln x + 0{,}407 x^{\frac{1}{12{,}74}}$$

Συνδυασμοί Maxwell and Voigt





- $\varepsilon = \varepsilon(E_1) + \varepsilon(n_2) + \varepsilon(\text{Voigt})$
- $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_3 + \varepsilon_2$
- $\varepsilon = \sigma_0/E_1 + \sigma_0 t/n_2 + \sigma_0/E_3[1-e^{-t/\tau 3}]$
- Αν αποφορτιστεί απότομα:
- $\varepsilon = \sigma_0/E_3[1-e^{-t/\tau 3}]$



- Αρχή της υπέρθεσης
- Αναγκαιότητα συνδυαστικών μοντέλων

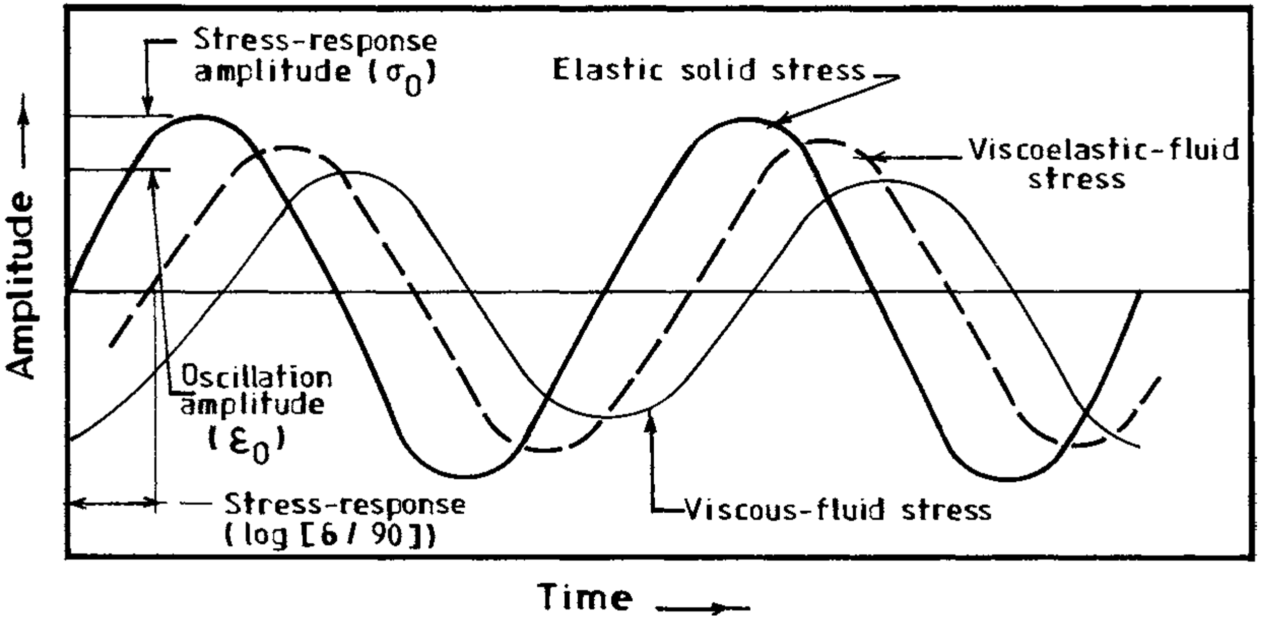
για την προσέγγιση πειραματικών δεδομένων

Δυναμική ημιτονική καταπόνηση

- $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin(\omega t)$
- Για ιδανικά ελαστικά σώματα: $\sigma = G\, \varepsilon_0 \sin(\omega t)$
- Για ιδανικά ιξώδη σώματα

$(\sigma = n.d\varepsilon/dt)$: $\sigma = n\varepsilon_0 \cos(\omega t)$

- Διαφορά φάσης 90°
- Τα <u>γραμμικά</u> ιξωδοελαστικά υλικά παρουσιάζουν διαφορά φάσης γωνίας δ μεταξύ 0° – 90°
- Η εφαπτομένη της γωνίας δ είναι μέτρο της απορρόφησης ενέργειας από το σώμα



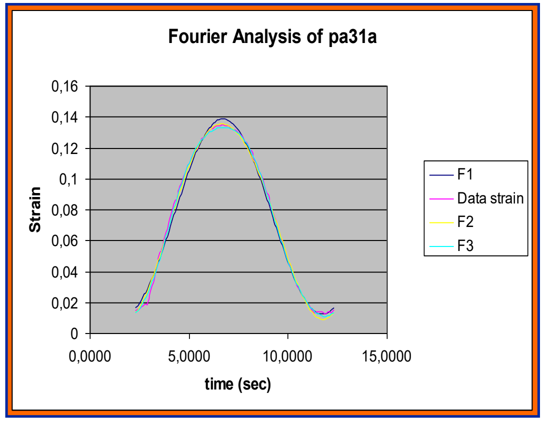
- Το συνολικό μέτρο ελαστικότητας:

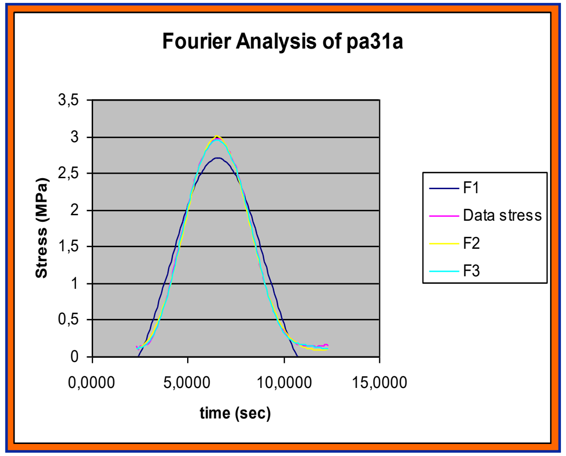
$G = G' + iG''$, $\tan\delta = G''/G'$

γωνίας δ μεταξύ 0° – 90°

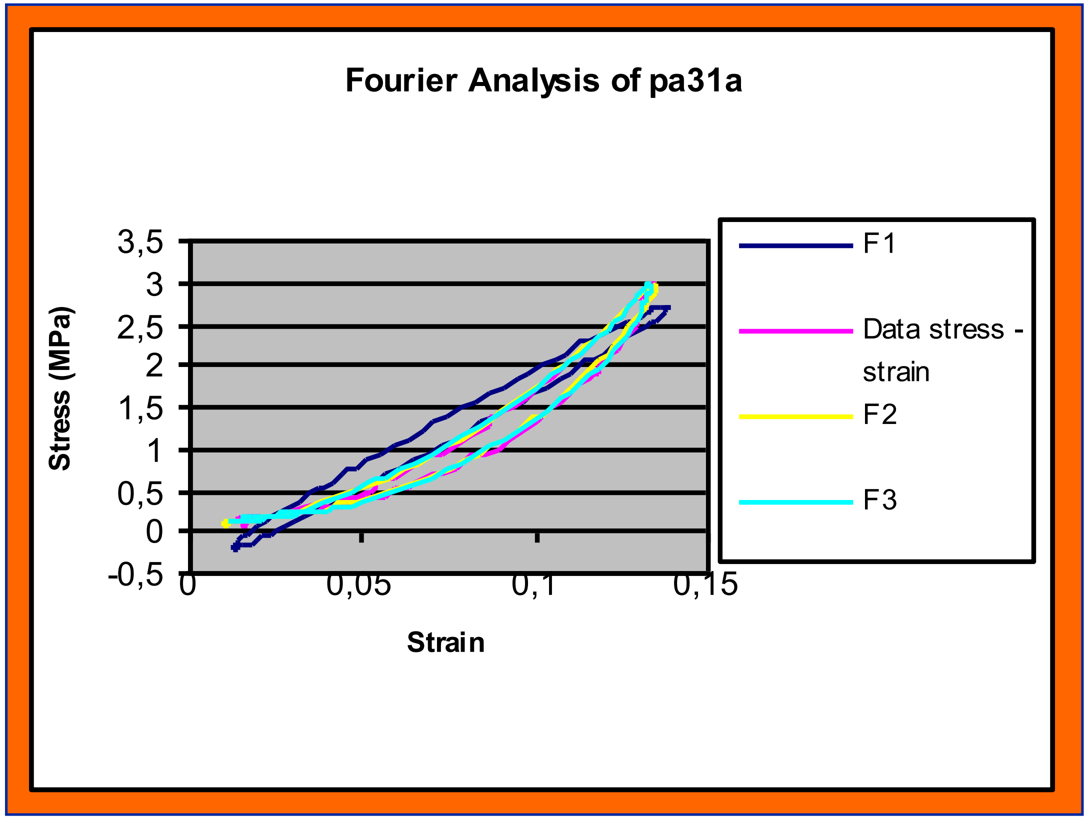
- Η εφαπτομένη της γωνίας δ είναι μέτρο της απορρόφησης ενέργειας από το σώμα

Ιξωδοελαστική δυναμική συμπεριφορά μαλακών ιστών





- Linear VEL: $\sigma=\sigma_0\sin(\omega t)$, $\varepsilon = \varepsilon_0\sin(\omega t+\delta)$, σ-ε : ellipse
- Non linear VEL soft tissues: Evidence (Fourier Series)



Ιξωδοελαστική δυναμική συμπεριφορά μαλακών ιστών

Storage modulus **E_S :**
Secant modulus of elasticity at maximum strain.

- Tissue high elastic modulus **E_H:** (modulus of the collagen phase)

Tangential modulus at the 2nd linear part of the loading phase.

- Hysteresis **h:**

Ratio of loop/loading area.