

Εισαγωγή στην ενέργεια

- Οι νόμοι του Νεύτωνα και οι αντίστοιχες αρχές μας επιτρέπουν να λύνουμε μια ποικιλία προβλημάτων.
- Ωστόσο, μερικά προβλήματα που θεωρητικά μπορούν να λυθούν με τους νόμους του Νεύτωνα, στην πράξη λύνονται πολύ δύσκολα.
 - Μπορούν όμως να λυθούν ευκολότερα με άλλες τεχνικές.
- Η έννοια της ενέργειας είναι πολύ σημαντική στη μηχανική, αλλά και στην επιστήμη γενικότερα.
- Κάθε φυσική διεργασία στο σύμπαν περιλαμβάνει ενέργεια και κάποια μεταφορά ή μετατροπή ενέργειας.
- Η ενέργεια είναι μια έννοια που δεν ορίζεται εύκολα.

Έργο - Ενέργεια

Το έργο εκφράζει την ποσότητα της ενέργειας που παράγεται ή καταναλώνεται από ένα σώμα κατά τη διάρκεια επενέργειας δύναμης που μεταβάλλει την κινητική του κατάσταση.

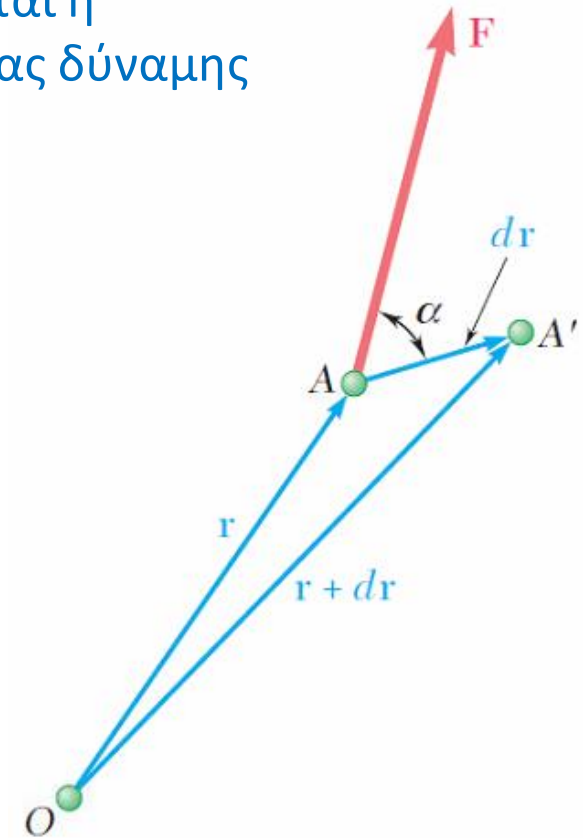
Έργο δύναμης για απειροστή μετατόπιση:

$$dU = \vec{F} \cdot d\vec{r} = |\vec{F}| \cdot |d\vec{r}| \cdot \cos a$$

ds

$$dU = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

Μονάδες: $1J = 1N \times 1m = 1 kg \cdot m^2 / s^2$



Εφόσον η δύναμη είναι στην ίδια διεύθυνση με την μετατόπιση το έργο που παράγεται είναι θετικό

Έργο (μεταβλητής) δύναμης για πεπερασμένη μετατόπιση:

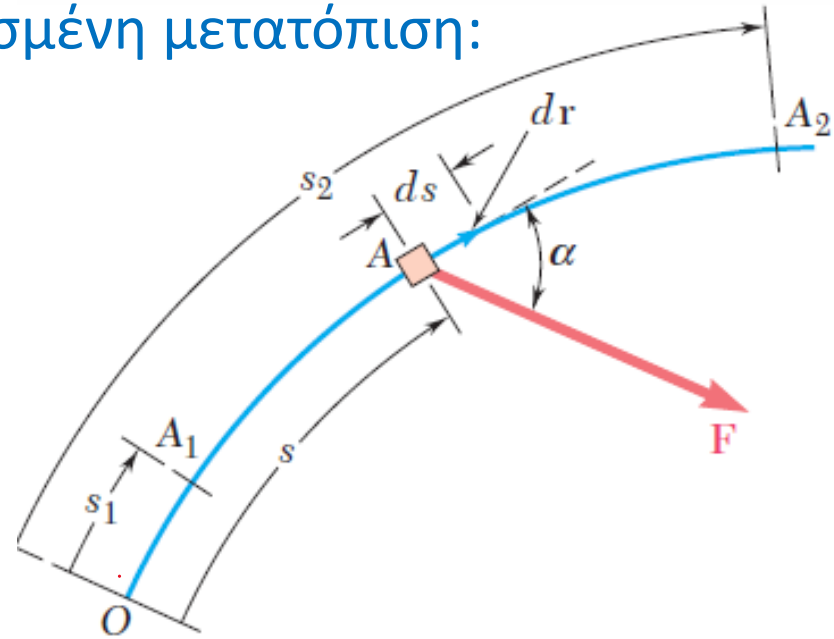
$$U_{1 \rightarrow 2} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

ή

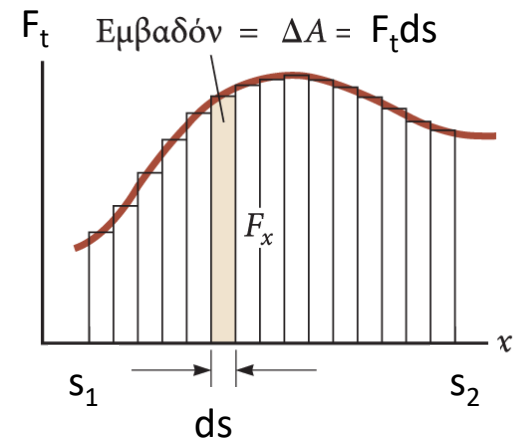
$$U_{1 \rightarrow 2} = \int_{s_1}^{s_2} F \cos a \cdot ds = \int_{s_1}^{s_2} F_t ds$$

ή

$$U_{1 \rightarrow 2} = \int dU = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx + \int_{y_1}^{y_2} F_y dy + \int_{z_1}^{z_2} F_z dz$$



Εφαπτομενική στην τροχιά συνιστώσα



Έργο σταθερής δύναμης σε ευθύγραμμη κίνηση:

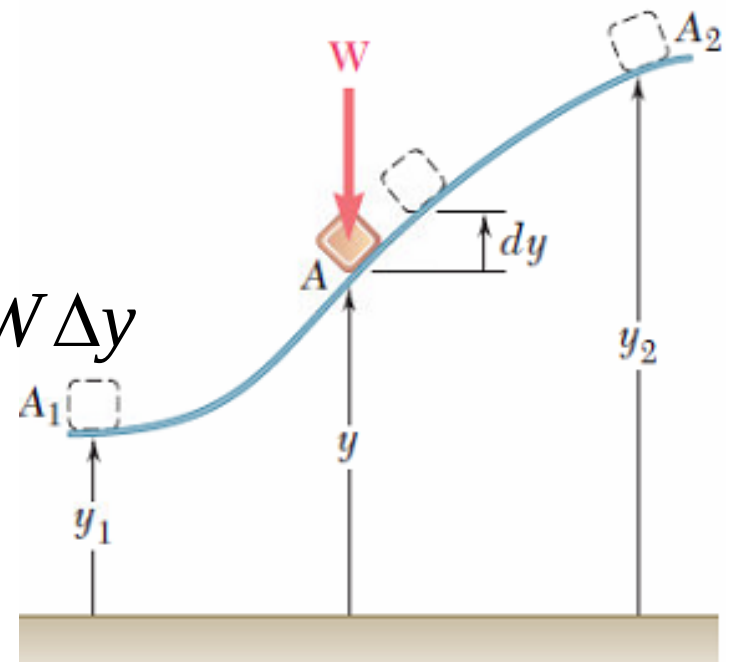
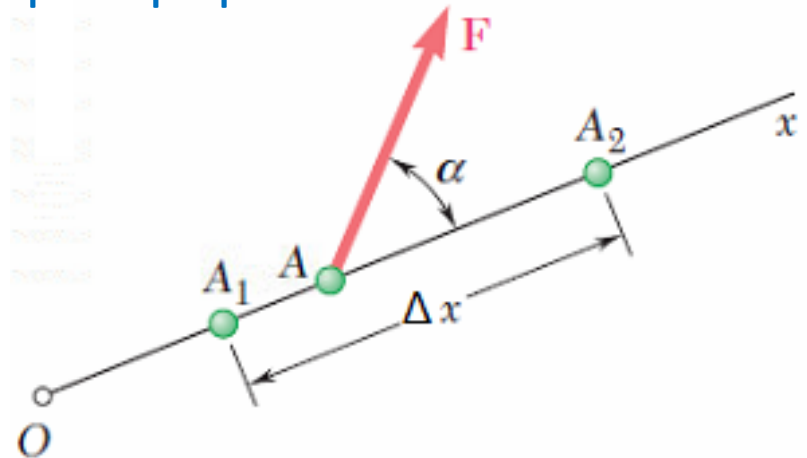
$$U_{1 \rightarrow 2} = F \cos a \cdot \Delta x$$

Έργο βαρυτικής δύναμης
(κοντά στην επιφάνεια της Γης):

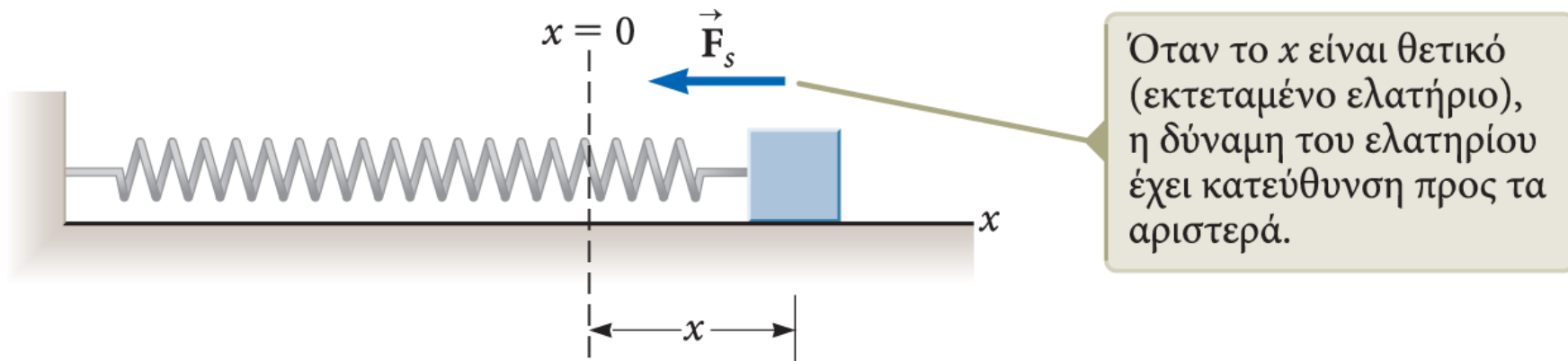
$$dU = -W dy \quad \acute{\alpha}\rho\alpha$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = \int_{y_1}^{y_2} -W dy = -W(y_2 - y_1) = -W \Delta y$$

$$\vec{W} \cdot d\vec{y} = -W \cdot dy$$



Δύναμη ελατηρίου (νόμος του Hooke)

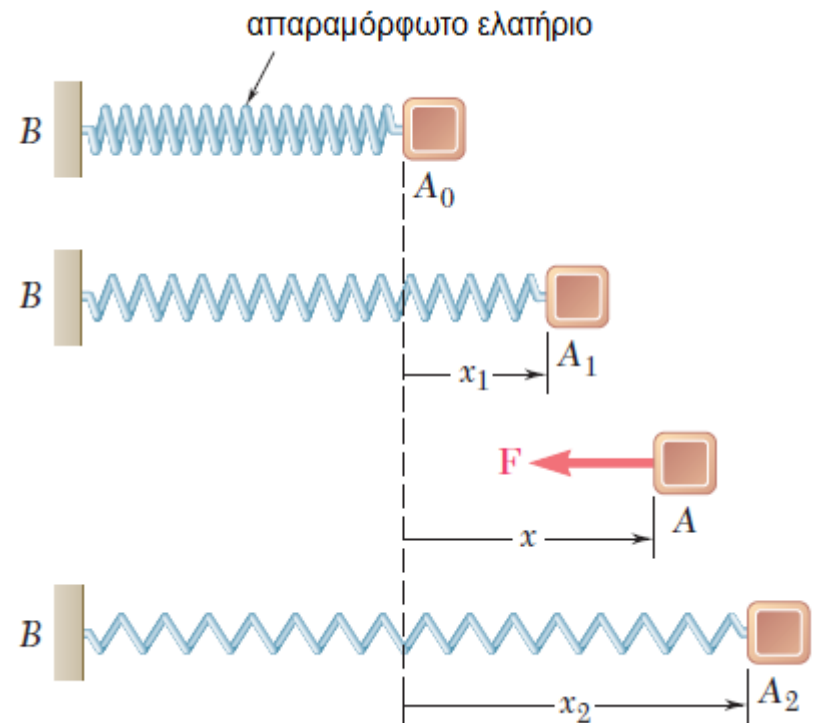


- Η δύναμη που ασκεί το ελατήριο είναι $\vec{F}_s = F_x \hat{i} = -kx \hat{i}$
- ✓ Το x είναι η θέση του κύβου σε σχέση με τη θέση ισορροπίας ($x = 0$).
 - ✓ Το k ονομάζεται σταθερά του ελατηρίου και μετράει τη *σκληρότητα* του ελατηρίου.
- Ο νόμος αυτός είναι γνωστός ως νόμος του Hooke.

Έργο δύναμης ελατηρίου:

$$dU = Fdx = -kxdx$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = - \int_{x_1}^{x_2} kxdx = \frac{1}{2} kx_1^2 - \frac{1}{2} kx_2^2$$

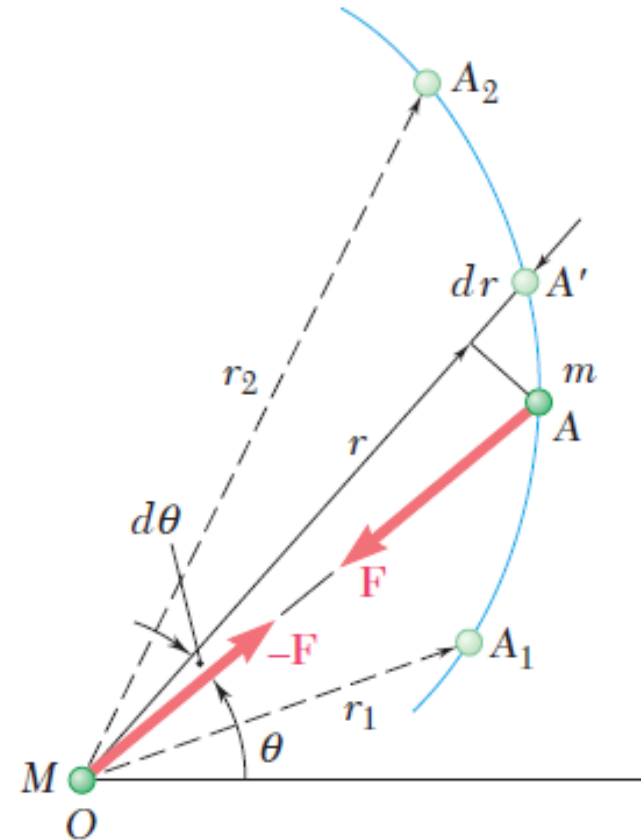


Έργο βαρυτικής δύναμης (μακριά από την επιφάνεια της Γης):

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

$$dU = -Fdr = -G \frac{Mm}{r^2} dr$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = -\int_{r_1}^{r_2} G \frac{Mm}{r^2} dr = G \frac{Mm}{r_2} - G \frac{Mm}{r_1}$$



Το έργο είναι μεταφορά ενέργειας

- Αυτή η παρατήρηση είναι σημαντική όσον αφορά τη μέθοδο επίλυσης προβλημάτων βάσει του μοντέλου του συστήματος.
- Αν το έργο που παράγεται σε ένα σύστημα είναι θετικό, η ενέργεια μεταφέρεται προς το σύστημα.
- Αν το έργο που παράγεται στο σύστημα είναι αρνητικό, η ενέργεια μεταφέρεται από το σύστημα.
- Αν ένα σύστημα αλληλεπιδρά με το περιβάλλον του, η αλληλεπίδραση μπορεί να περιγραφεί ως μεταφορά ενέργειας μέσα από το όριο του συστήματος.
 - ✓ Το αποτέλεσμα είναι η μεταβολή της ενέργειας που είναι αποθηκευμένη στο σύστημα.

Θεώρημα έργου-ενέργειας

Ανακαλώντας το 2^ο νόμο Νεύτωνα:

$$F_t = ma_t = m \frac{dv}{dt} \Rightarrow F_t = m \frac{dv}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = mv \frac{dv}{ds} \Rightarrow$$

$$F_t ds = mv dv$$

$$F_t(s) \neq \text{const}$$

Και ολοκληρώνοντας :

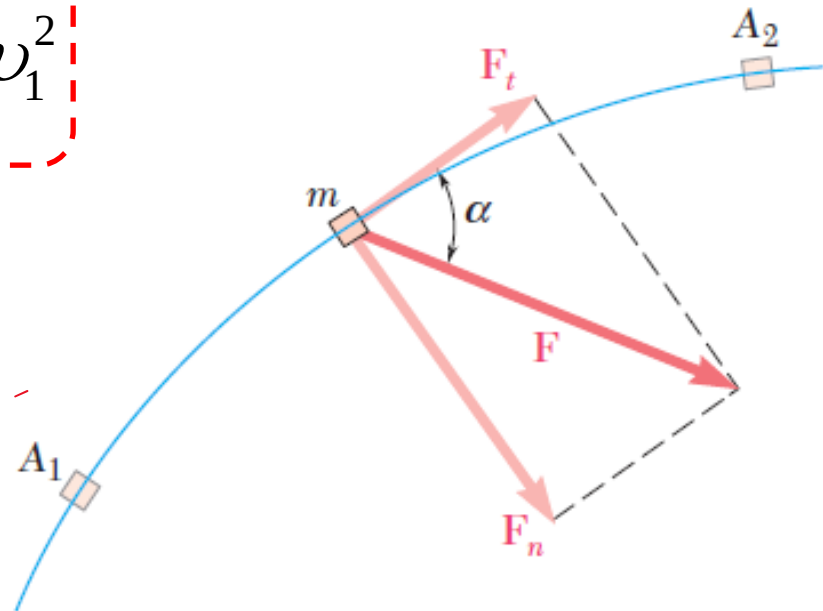
$$\int_{s_1}^{s_2} F_t ds = m \int_{v_1}^{v_2} v dv = \frac{1}{2} mv_2^2 - \frac{1}{2} mv_1^2$$

έργο

Κινητική ενέργεια
σε κάθε θέση

ή

$$U_{1 \rightarrow 2} = T_2 - T_1$$



Ισχύς

- Ορίζεται ως ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται ή καταναλώνεται το έργο:

$$P = \frac{dU}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

- Μονάδες στο SI $1 \text{ N} \times \text{m/sec} = 1\text{J/sec}=1 \text{ Watt}$
- Στο αγγλοσαξονικό $1\text{hp}=746 \text{ W}$

Δυναμική ενέργεια ή δυναμικό

Είδαμε ότι για τη δύναμη του βάρους: $U_{1 \rightarrow 2} = Wy_1 - Wy_2$
 $= - (Wy_2 - Wy_1)$

Παρατηρούμε ότι το έργο του βάρους εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική θέση και όχι από την ενδιάμεση διαδρομή. Η συνάρτηση Wy καλείται δυναμική ενέργεια του σώματος και προσδιορίζεται σε κάθε θέση y σε σχέση με ένα επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας που ορίζεται ελεύθερα από το μελετητή.

$$V_g = Wy$$

Για βαρυτικές δυνάμεις
(μακριά από την επιφάνεια της Γης):

$$U_{1 \rightarrow 2} = -G \frac{Mm}{r_1} + G \frac{Mm}{r_2} = V_{g1} - V_{g2}$$

Συνεπώς μπορούμε να ορίσουμε τη δυναμική ενέργεια σώματος μάζας m σε απόσταση r σώμα μάζας M ως:

$$V_g = -\frac{GMm}{r}$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = V_1 - V_2 \\ = -\Delta V$$

Για δυνάμεις ελατηρίου:

$$U_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{2} kx_1^2 - \frac{1}{2} kx_2^2 = V_{e1} - V_{e2}$$

Συνεπώς μπορούμε να ορίσουμε τη δυναμική ενέργεια ελατηρίου σε απόσταση x από τη θέση ισορροπίας του ως:

$$V_e = \frac{1}{2} kx^2$$

Συντηρητικές δυνάμεις

- Το έργο που παράγει μια συντηρητική δύναμη σε ένα σωματίδιο, το οποίο κινείται μεταξύ δύο οποιωνδήποτε σημείων, είναι ανεξάρτητο από την τροχιά που ακολουθεί το σωματίδιο.
- Το έργο που παράγει μια συντηρητική δύναμη σε ένα σωματίδιο, το οποίο ακολουθεί οποιαδήποτε κλειστή τροχιά, είναι μηδενικό.
- Παραδείγματα συντηρητικών δυνάμεων:
 - ✓ Βαρύτητα
 - ✓ Δύναμη ελατηρίου

Το έργο λοιπόν μιας συντηρητικής δύναμης μεταξύ δύο θέσεων μπορεί να οριστεί και σαν η διαφορά της δυναμικής ενέργειας στις θέσεις αυτές:

$$U_{1 \rightarrow 2} = V_1 - V_2 = -\Delta V$$

Αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας

Αν θυμηθούμε το θεώρημα έργου-ενέργειας και τον εναλλακτικό ορισμό του για συντηρητικές δυνάμεις:

$$U_{1 \rightarrow 2} = T_2 - T_1$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = V_1 - V_2$$

Τότε προφανώς προκύπτει:

$$\Delta T = -\Delta V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta(T + V) = 0 \Rightarrow T_1 + V_1 = T_2 + V_2 = T_{\eta} + V_{\eta}$$

Η τελευταία εξίσωση εκφράζει την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας (άθροισμα κινητικής και δυναμικής) για κινήσεις σωμάτων που θεωρούνται υλικά σημεία σε συντηρητικά πεδία δυνάμεων

Αρχή Διατήρησης Ενέργειας

Η ενέργεια διατηρείται πάντοτε

- Αυτό σημαίνει ότι η ενέργεια δεν δημιουργείται ούτε καταστρέφεται.
- Η συνολική ποσότητα ενέργειας ενός συστήματος μπορεί να μεταβληθεί μόνο με μεταφορά ενέργειας μέσω του ορίου του συστήματος με κάποιον μηχανισμό μεταφοράς.

$$\Delta(T + V) = \Delta E \rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 + V_1 = T_2 + V_2 + \Delta E$$

↓ αλλαγή

Τρόποι μεταφοράς ενέργειας προς ή από ένα σύστημα

- Στα μη απομονωμένα συστήματα, η ενέργεια διασχίζει το όριο του συστήματος σε κάποιο χρονικό διάστημα λόγω αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον.
- **Έργο** – η ενέργεια μεταφέρεται με την εφαρμογή στο σύστημα μιας δύναμης η οποία προκαλεί μετατόπιση του σημείου δράσης της.
- **Μηχανικό κύμα** – η ενέργεια μεταφέρεται με τη διάδοση μιας διαταραχής σε κάποιο μέσο.
- **Θερμότητα** – η μεταφορά ενέργειας μέσω θερμότητας προκαλείται από τη διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ δύο περιοχών του χώρου.
- **Μεταφορά ύλης** – φυσική ύλη διέρχεται μέσω του ορίου ενός συστήματος, μεταφέροντας μαζί της ενέργεια.
- **Ηλεκτρική μετάδοση** – μεταφορά ενέργειας από ή προς ένα σύστημα μέσω ηλεκτρικού ρεύματος.
- **Ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία** – η ενέργεια μεταδίδεται μέσω ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.

Μοντέλα ανάλυσης με βάση την ορμή

- Η δύναμη και η επιτάχυνση συνδέονται μέσω του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα.
- Όταν η δύναμη και η επιτάχυνση μεταβάλλονται ως προς τον χρόνο, η κατάσταση μπορεί να γίνει πολύ πολύπλοκη.
- Οι τεχνικές που θα παρουσιάσουμε σε αυτό το κεφάλαιο θα σας δώσουν τη δυνατότητα να κατανοείτε και να αναλύετε τέτοιες καταστάσεις με απλό τρόπο.
- Θα ορίσουμε μοντέλα ανάλυσης με βάση την ορμή για απομονωμένα και μη απομονωμένα συστήματα.
- Αυτά τα μοντέλα είναι ιδιαίτερα χρήσιμα για την επίλυση προβλημάτων που περιλαμβάνουν κρούσεις, καθώς και για την ανάλυση της προώθησης των πυραύλων.

Γραμμική ορμή – Διατήρηση ορμής

Ως γραμμική ορμή ορίζεται η ποσότητα: $\vec{L} = m\vec{v}$

Αν επισκεφθούμε εκ νέου το 2ο νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Έχουμε λοιπόν τη συνιστάμενη δύναμη σ' ένα σώμα **σταθερής** μάζας ως το ρυθμό μεταβολής της ορμής του

Διατήρηση της ορμής

Όταν δύο ή περισσότερα σωματίδια σε ένα απομονωμένο σύστημα ($\Sigma \vec{F}=0$) αλληλεπιδρούν, η συνολική ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{const}$$

(Αρχή διατήρησης της ορμής)

- Η ορμή του συστήματος διατηρείται, αλλά όχι απαραίτητα και η ορμή ενός μεμονωμένου σωματιδίου.
- Σύμφωνα με την παραπάνω πρόταση, η συνολική ορμή ενός απομονωμένου συστήματος ισούται με την αρχική ορμή του.

Θεώρημα ώθησης-ορμής (ΘΩΟ)

Αν η εξωτερική συνισταμένη δύναμη δεν είναι μηδέν, τότε:

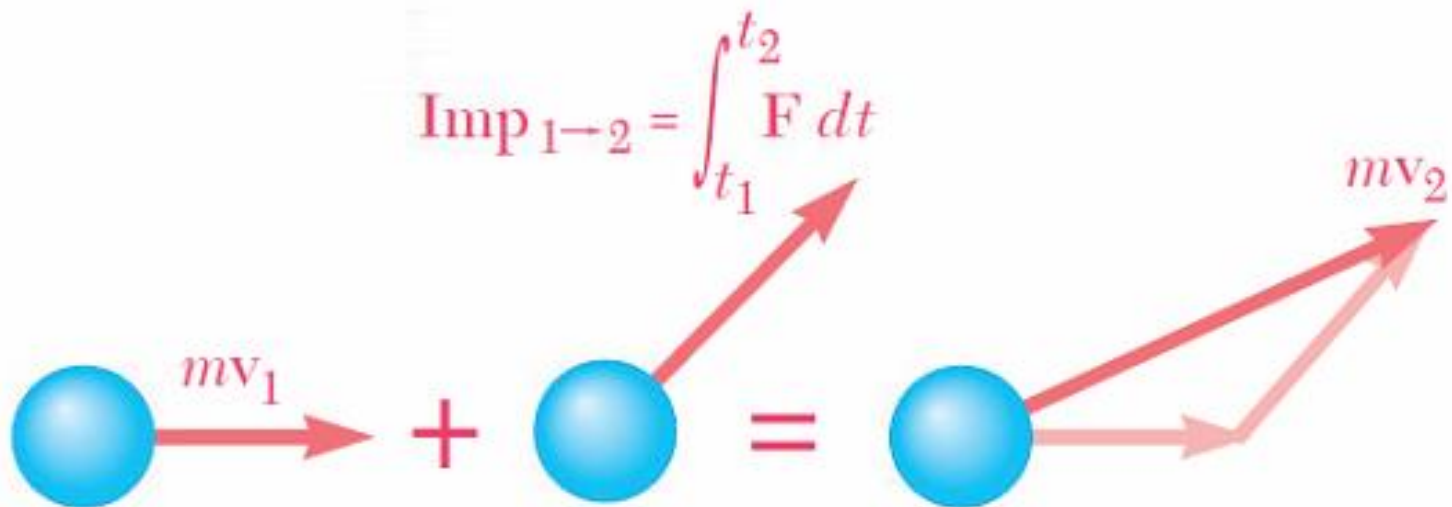
$$\Sigma \vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \Rightarrow \Sigma \vec{F} \cdot dt = m \cdot d\vec{v} \Rightarrow$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \Sigma \vec{F} \cdot dt = \int_{v_1}^{v_2} m \cdot d\vec{v} \Rightarrow m\vec{v}_1 + \int_{t_1}^{t_2} \Sigma \vec{F} \cdot dt = m\vec{v}_2$$

Η ποσότητα $\int_{t_1}^{t_2} \Sigma \vec{F} \cdot dt$ ορίζει την ώθηση της συνισταμένης

δύναμης που δέχεται το σώμα για χρόνο άσκησης αυτής $\Delta t = t_2 - t_1$

Γεωμετρική απεικόνιση ΘΩΟ



Προφανώς το ΘΩΟ είναι διανυσματική εξίσωση που δύναται να προβληθεί σε Οποιονδήποτε άξονα επιθυμούμε

Κρούσεις

Ο όρος **κρούση** περιγράφει ένα γεγονός κατά τη διάρκεια του οποίου δύο σωματίδια πλησιάζουν μεταξύ τους και αλληλεπιδρούν μέσω δυνάμεων.

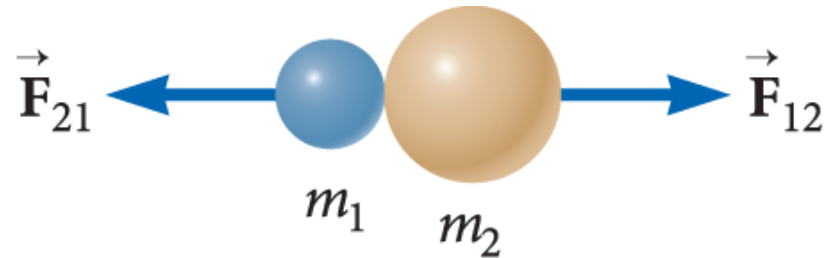
- Μπορεί να υπάρχει φυσική επαφή μεταξύ των σωματιδίων, αλλά η έννοια περιλαμβάνει και περιπτώσεις κατά τις οποίες έχουμε αλληλεπίδραση χωρίς φυσική επαφή.

Οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης θεωρούνται πολύ μεγαλύτερες από τις υπόλοιπες εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται.

- Αυτό σημαίνει ότι μπορούμε να αγνοήσουμε τις ωθήσεις όλων των δυνάμεων πλην των δυνάμεων αλληλεπίδρασης.

Κρούσεις – Παράδειγμα 1

- Μια κρούση μπορεί να είναι αποτέλεσμα άμεσης επαφής.
- Η δύναμη ώθησης μπορεί να μεταβάλλεται ως προς τον χρόνο με πολύπλοκο τρόπο.
 - Είναι εσωτερική δύναμη του συστήματος.
- Η ορμή διατηρείται.



Είδη κρούσεων

- Στις **ελαστικές** κρούσεις, η ορμή και η κινητική ενέργεια διατηρούνται.
 - Τέλειες ελαστικές κρούσεις συμβαίνουν μόνο σε μικροσκοπικό επίπεδο.
 - Στον μακρόκοσμο, οι κρούσεις είναι μόνο κατά προσέγγιση ελαστικές.
 - Υπάρχει απώλεια ενέργειας λόγω παραμόρφωσης, ήχου, κ.λπ.
 - Αυτές οι κρούσεις περιγράφονται από το μοντέλο του απομονωμένου ως προς την ενέργεια και την ορμή συστήματος.
 - Η κινητική ενέργεια δεν πρέπει να μετατρέπεται σε άλλα είδη ενέργειας μέσα στο σύστημα.
- Στις **ανελαστικές** κρούσεις, η ορμή διατηρείται, αλλά όχι και η κινητική ενέργεια.
 - Όταν τα σώματα δημιουργούν συσσωμάτωμα μετά την κρούση, η κρούση ονομάζεται **απολύτως ανελαστική** ή **πλαστική**.

Στις ανελαστικές κρούσεις, υπάρχει απώλεια κινητικής ενέργειας, αλλά τα σώματα δεν δημιουργούν συσσωμάτωμα.

Οι ελαστικές και οι πλαστικές κρούσεις είναι ακραίες περιπτώσεις. Στην πραγματικότητα, οι περισσότερες κρούσεις αποτελούν ενδιάμεσες καταστάσεις. Η ορμή (για το σύστημα) διατηρείται σε όλες τις κρούσεις.