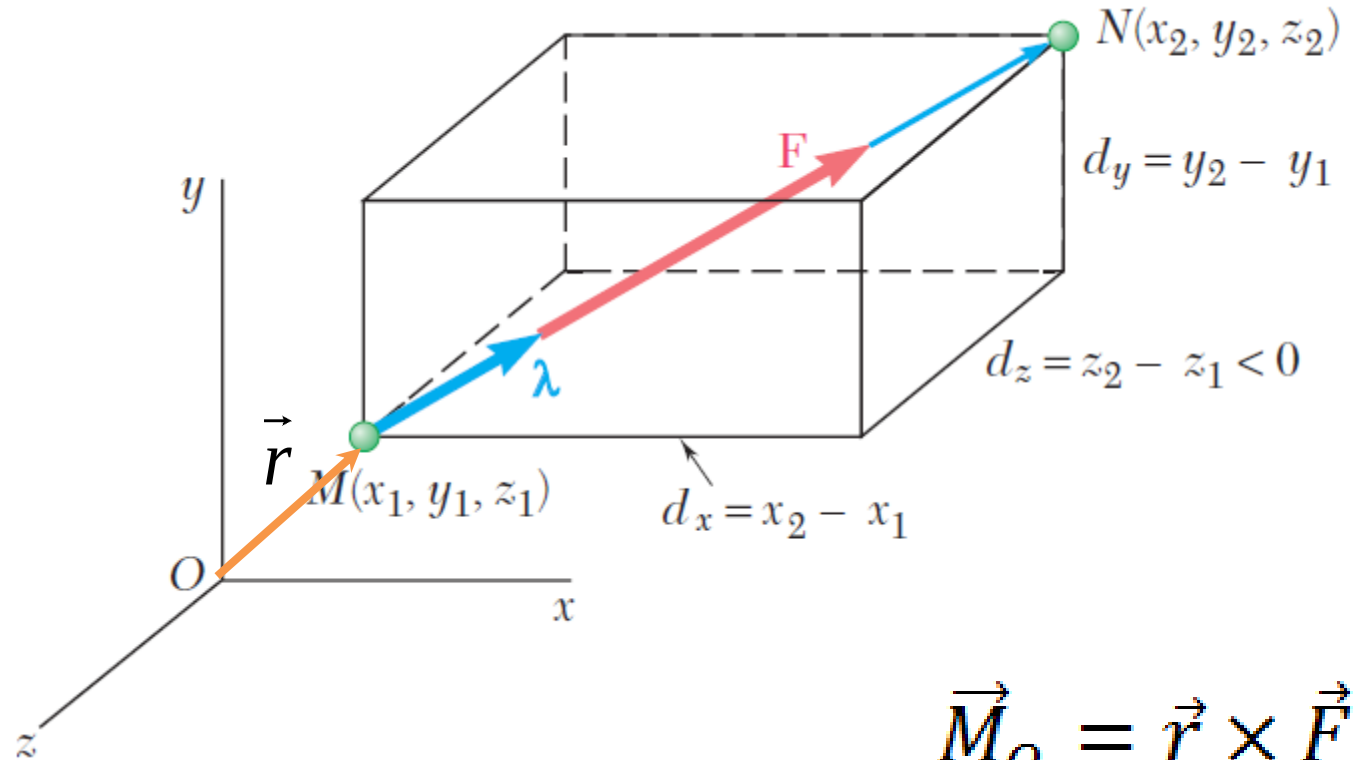


Δύναμη και ροπή δύναμης (γύρω από σημείο)

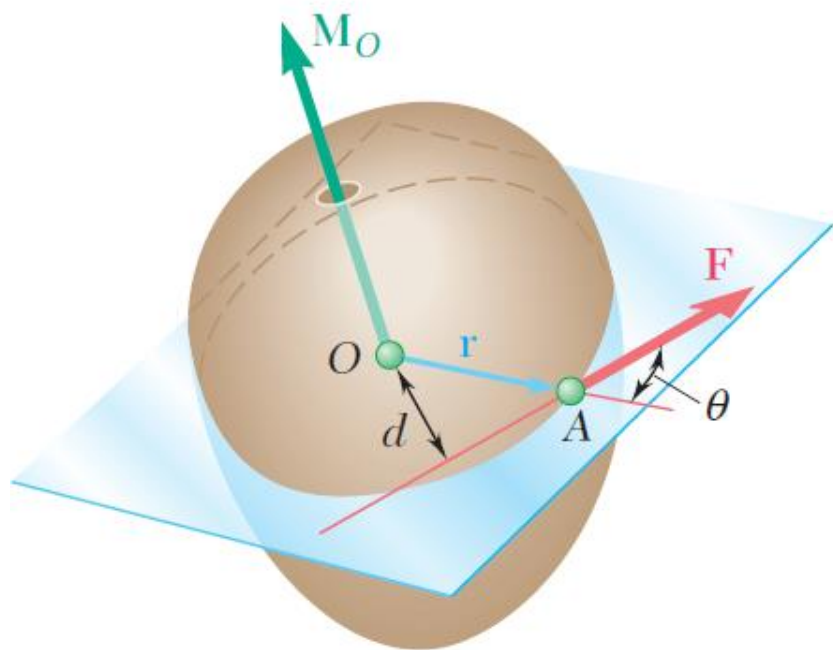


$$\vec{F} = \vec{\lambda} \cdot |\vec{F}|$$

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$$

Διάνυσμα θέσης

$$\vec{\lambda} = \frac{\overrightarrow{MN}}{|\overrightarrow{MN}|} = \frac{(x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}$$



(a)

Η ροπή δύναμης γύρω από σημείο είναι διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο που ορίζουν τα διανύσματα δύναμης και θέσης. Η φορά καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.



(b)

Στατική και ισορροπία

Η έννοια της «στατικής» αφορά την απουσία μεταβολών των εμπλεκόμενων μεγεθών με το χρόνο σε αντίθεση με την έννοια της «δυναμικής».

Ισορροπία υλικού σημείου

Όταν οι διαστάσεις του σώματος δεν παίζουν ρόλο τότε το σώμα θεωρείται σημείο και η ισορροπία του εξασφαλίζεται όταν:

$$\vec{R} = \sum \vec{F} = 0 \quad \text{ή αλγεβρικά} \quad \sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum F_z = 0$$

Ο 1^{ος} νόμος Νεύτωνα ορίζει πως όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε υλικό σημείο είναι μηδέν τότε αυτό ισορροπεί (ή κινείται με σταθερή ταχύτητα)

Ισορροπία στερεού σώματος

Πλέον των δυνάμεων απαιτείται και η ισορροπία ροπών (γύρω από δεδομένο σημείο):

$$\vec{R} = \sum \vec{F} = 0 \quad (3 \text{ εξισώσεις}) \quad \sum \vec{M} = 0 \quad (3 \text{ εξισώσεις})$$

Επίπεδη ισορροπία

Στο επίπεδο οι 6 εξισώσεις ισορροπίας ανάγονται σε 3:

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M_A = 0$$

Όπου Α οποιοδήποτε σημείο στο επίπεδο του προβλήματος .

Εναλλακτική τριάδα εξισώσεων:

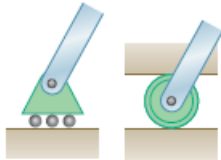
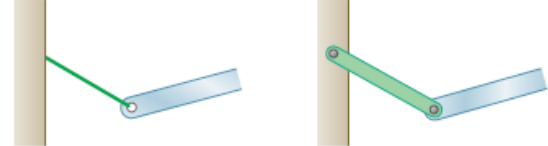
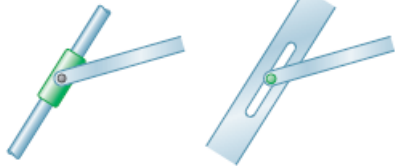
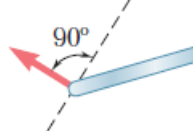
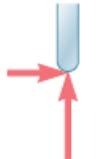
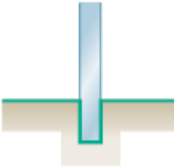
$$\sum F_x = 0, \quad \sum M_B = 0, \quad \sum M_A = 0 \quad \text{ή}$$

$$\sum M_A = 0, \quad \sum M_B = 0, \quad \sum M_C = 0$$

Στήριξη στερεών (στο επίπεδο)- Αντιδράσεις

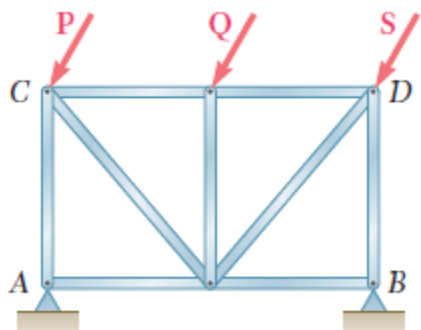
Στην εύρεση των αντιδράσεων από
στηρίξεις παρατηρείτε ποιοι
βαθμοί ελευθερίας
δεσμεύονται/εμποδίζονται

Βαθμοί ελευθερίας = δυνατές
μετακινήσεις και περιστροφές (2D ή 3D)

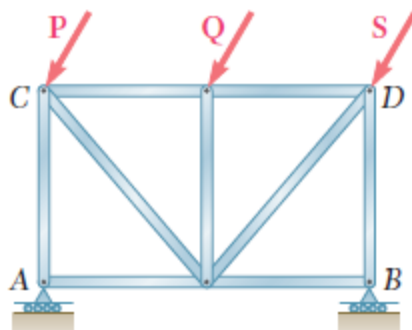
Είδος αντίδρασης ή στήριξης	Αντίδραση	Άγνωστοι
 κυλίσσεις άτριβη επιφάνεια	 αντίδραση γνωστής διεύθυνσης	1
 Κοντό νήμα (καλώδιο) Κοντός σύνδεσμος (ράβδος)	 αντίδραση γνωστής διεύθυνσης	1
 ολισθητήρας σε άτριβη ράβδο πείρος σε άτριβη εγκοπτή/αυλάκωση	 αντίδραση γνωστής διεύθυνσης	1
 άρθρωση επιφάνεια με τριβή	 δύναμη άγνωστης διεύθυνσης	2
 πάκτωση	 δύναμη άγνωστης διεύθυνσης κ' ροπή	3

Στατική απροσδιοριστία

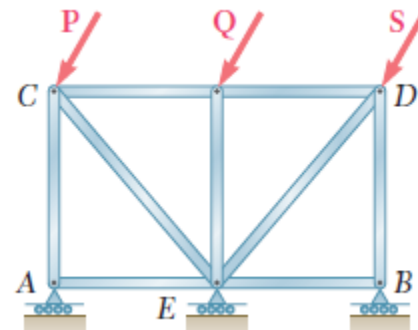
- Οι βαθμοί ελευθερίας (ΒΕ) ενός σώματος στο επίπεδο είναι 3 (μετατοπίσεις x, y και περιστροφή γύρω από z)
- Αν οι στηρίξεις δεσμεύουν περισσότερους ΒΕ το σώμα είναι στατικά αόριστο ή υπερστατικό
- Αν δεσμεύουν ακριβώς 3 ΒΕ είναι ισοστατικό ενώ με < 3 είναι υποστατικό ή ελλιπώς στηριγμένο
- Ενδέχεται ακόμη και αν δεσμευτούν 3 ΒΕ το σώμα να είναι ακαταλλήλως στηριγμένο (ειδικές περιπτώσεις)



υπερστατικό

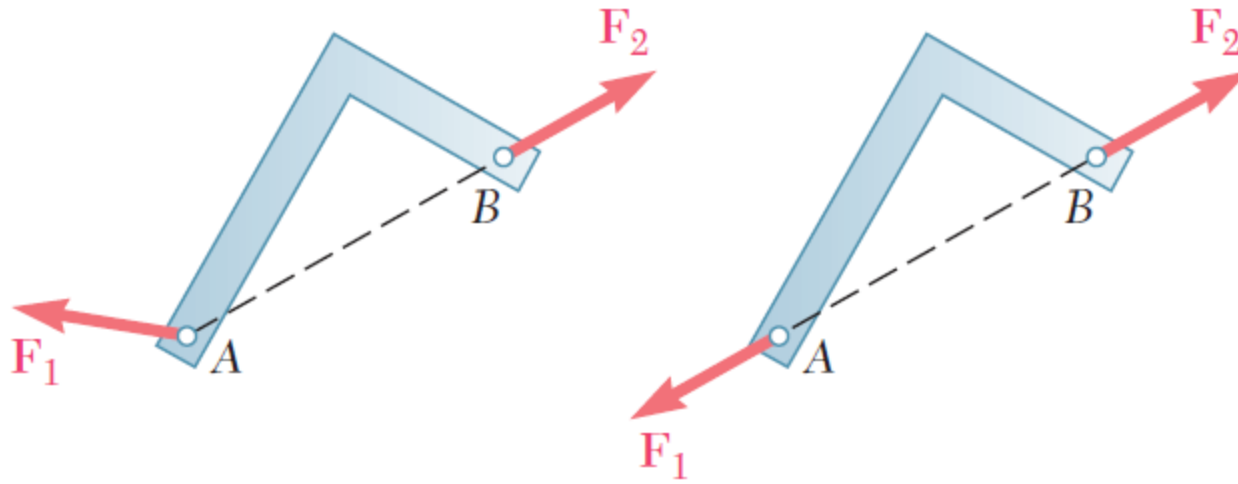


υποστατικό



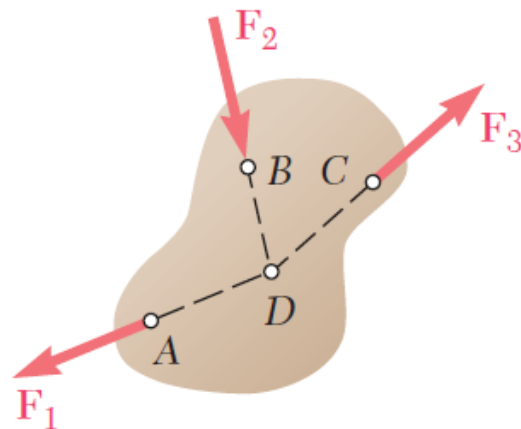
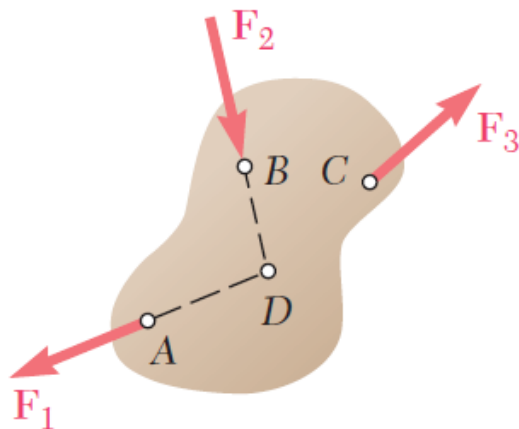
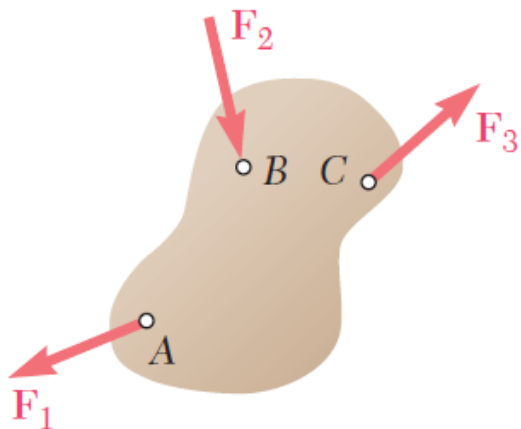
ακατάλληλα στηριγμένο

Ισορροπία στερεού υπό την επίδραση δύο δυνάμεων



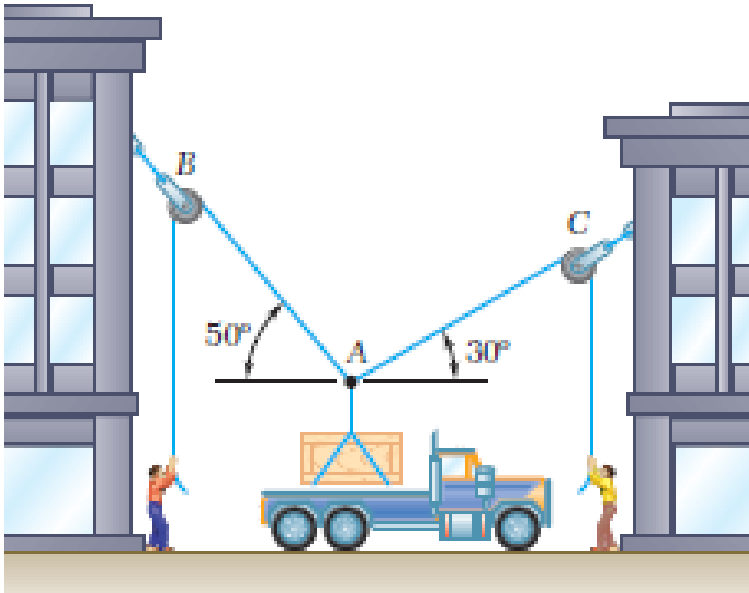
Υποχρεωτικά οι δυνάμεις πρέπει να είναι συνευθειακές, ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς για να εξασφαλίζεται ισορροπία (αποδείξτε το).

Ισορροπία στερεού υπό την επίδραση τριών δυνάμεων

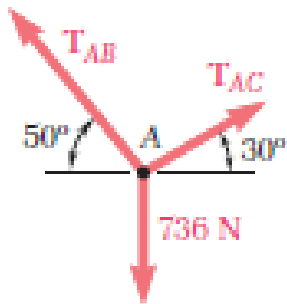


Υποχρεωτικά οι φορείς των δυνάμεων πρέπει να συντρέχουν για να εξασφαλίζεται ισορροπία (αποδείξτε το).

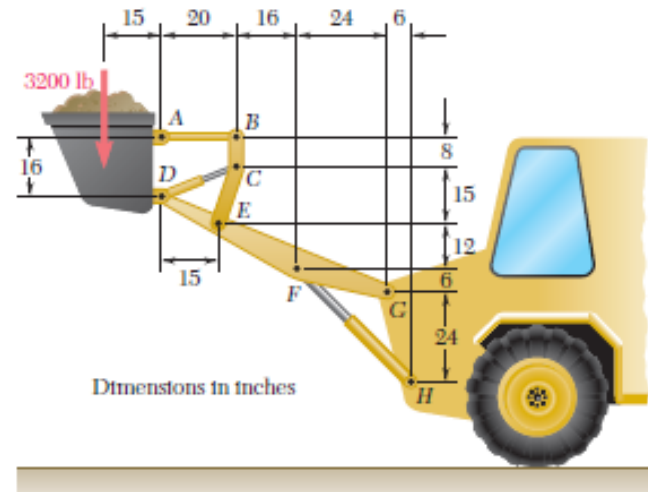
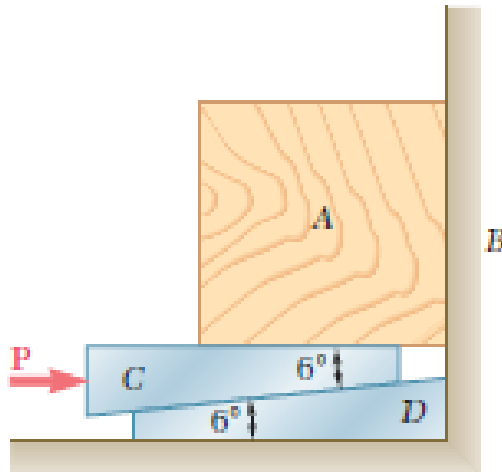
Διάγραμμα ελεύθερου σώματος (ΔΕΣ)



- Προκύπτει όταν επιλεγεί το σημείο ή το στερεό σώμα ενδιαφέροντος και απομονωθεί από συνοριακές συνθήκες, στηρίξεις κλπ



Προσδιόρισε το ΔΕΣ



Προτεινόμενες ασκήσεις

- Halliday-Resnick-Walker

Κεφάλαιο 12: Ισορροπία και ελαστικότητα
(πλην 12.7 ελαστικότητα)

13,15,21,23,30,39,41

(όχι ασκήσεις από ελαστικότητα)