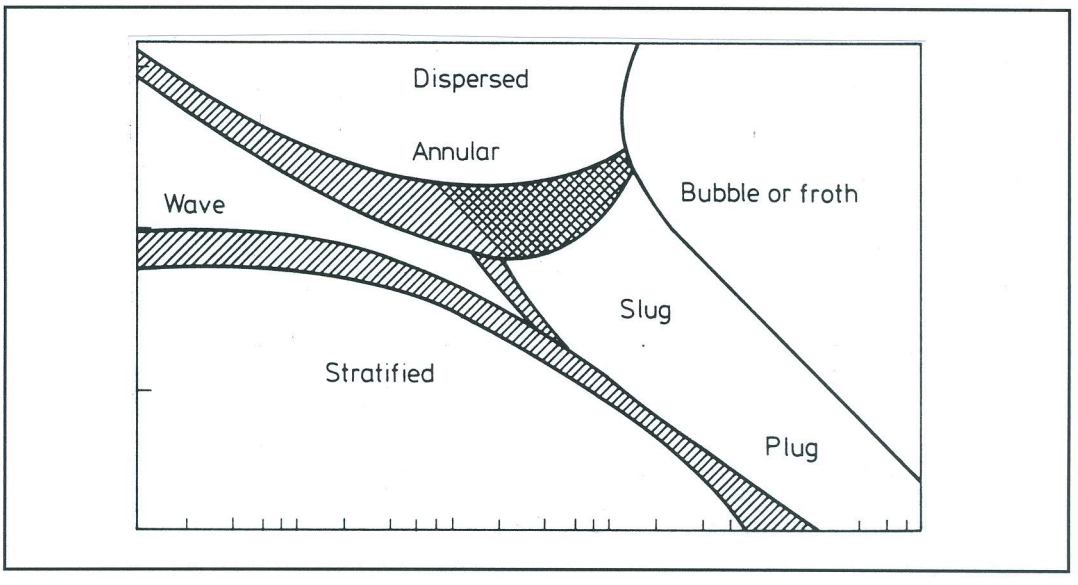
ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟ

ΔΙΦΑΣΙΚΗ ΡΟΗ ΥΓΡΩΝ-ΑΕΡΙΩΝ



ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΤΡΙΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1. Είδη διφασικής ροής υγρού-αερίου.

Στην περίπτωση της ροής υγρού με τους ατμούς του ή με κάποιο αέριο εντός αγωγού, κάθε μια από τις φάσεις μπορεί να θεωρηθεί ότι καταλαμβάνει αναλογικά (κατά μέσον όρο) ένα ποσοστό της διατομής του αγωγού. Ο τρόπος με τον οποίο διανέμονται οι δύο φάσεις εντός του αγωγού ποικίλουν και οι διάφορες διαμορφώσεις στη διφασική ροή είναι γνωστές σαν είδη-μοντέλα ροής (flow patterns ή flow regimes). Έτσι αν είναι γνωστό για ποιες τιμές των ροϊκών παραμέτρων παράγεται κάθε είδος ροής, ανάλογα μπορεί να επιλεγεί και το κατάλληλο θεωρητικό μοντέλο.

Έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι για την πρόβλεψη του είδους της ροής, αλλά καμιά δεν έχει αποδειχθεί αρκετά αξιόπιστη. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι, αν και για συγκεκριμένες ροϊκές συνθήκες είναι δυνατή η πρόβλεψη του τύπου ροής που θα συμβεί, οι συνθήκες στις οποίες θα γίνει μετάβαση από ένα τύπο ροής σε άλλο δεν είναι δυνατόν να προβλεφθούν αξιόπιστα και με ακρίβεια.

Οι περισσότερες μέθοδοι για τον υπολογισμό των διαφόρων όρων απώλειας πίεσης σε μια διφασική ροή δεν λαμβάνουν υπ' όψη τους ποιο από τα είδη ροής συμβαίνει στην πράξη, με αποτέλεσμα τα αποτελέσματα να εμφανίζουν συχνά σημαντικές ανακρίβειες. Το πρόβλημα αυτό λύνεται ικανοποιητικά με την εισαγωγή κατάλληλων διορθωτικών συντελεστών για διάφορες περιοχές τιμών των ροϊκών παραμέτρων οι οποίες σχετίζονται άμεσα με το είδος της ροής.

1.2. Ροϊκές περιοχές σε κατακόρυφη προς τα άνω ροή μίγματος.

Τα είδη ροής τα οποία μπορούν να απαντηθούν κατά την κατακόρυφη προς τα άνω ροή διφασικού μίγματος φαίνονται στο σχήμα (1.1) και εξηγούνται ως εξής :

1. **Ροή με φυσαλίδες (Bubble flow)** : Στη ροή με φυσαλίδες η αέρια φάση βρίσκεται υπό μορφή φυσαλίδων εντός της υγρής φάσης και εξ' αιτίας της άνωσης και της επίδρασης του προφίλ της ταχύτητας, η μέση ταχύτητα της αέριας φάσης είναι ελαφρώς μεγαλύτερη από αυτήν της υγρής φάσης. Είναι αβέβαιο αν αυτό το είδος ροής μπορεί να εμφανιστεί στη μόνιμη κατάσταση, λόγω του ότι οι φυσαλίδες τείνουν να συσσωματώνονται. Σε οποιαδήποτε πάντως περίπτωση οι φυσαλίδες πιθανότατα βρίσκονται σε περιοχές χαμηλής ποιότητας του εξατμιζόμενου μίγματος.

2. **Ροή με τμήματα αέρα βληματοειδούς σχήματος (Slug flow) :** Σ' αυτό το είδος της ροής σχηματίζονται φυσαλίδες αέρα σε σχήμα βλήματος, διαφόρων διαστάσεων, ανάμεσα στις οποίες βρίσκεται η υγρή φάση. Συγχρόνως, εντός της υγρής φάσης εμφανίζονται διασκορπισμένες φυσαλίδες μικρότερων διαστάσεων. Η μέση ταχύτητα της αέριας φάσης συνήθως είναι σημαντικά μεγαλύτερη από αυτήν της υγρής φάσης και αυτό συμβαίνει κύρια στην περίπτωση που το μήκος της υγρής φάσης, που χωρίζει τα τμήματα αέρα, είναι αρκετά μικρό. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι μεγάλο μέρος της υγρής φάσης στη συνέχεια θα ρεύσει, με τη μορφή ενός αργά κινούμενου φιλμ, μεταξύ των φυσαλίδων αέρα και του τοιχώματος του αγωγού.

Για χαμηλές ταχύτητες, μέρος της υγρής φάσης που κείται κοντά στο τοίχωμα, δύναται να κινηθεί προς τα κάτω λόγω των δυνάμεων βαρύτητας, ακόμα κι αν το υπερκείμενο στρώμα ρευστού ρέει προς τα άνω. Λόγω της ύπαρξης ανομοιομορφίας στο μίγμα σε μεγάλη κλίμακα, η ροή τείνει να πάρει παλμοειδή μορφή, φαινόμενο που δυσχεραίνει τη μέτρηση της πίεσης.

3. **Ροή με αναταράξεις (Churn flow) :** Αυτό το είδος της ροής μπορεί να χαρακτηριστεί σαν μια μη μόνιμη μορφή ροής slug, η οποία διασπάται λόγω του συνδυασμού μικρών διατμητικών παραμορφώσεων και μεγάλης διαμέτρου αγωγού ή μεγάλης επιτάχυνσης της ροής λόγω εξάτμισης. Οι φάσεις κινούνται και περιστρέφονται μαζί με έναν εντελώς τυχαίο και ακανόνιστο τρόπο, παρ' όλο που η υγρή φάση είναι στο μεγαλύτερο μέρος της συνεχής και κινείται κύρια προς το τοίχωμα του αγωγού. Όπως και στη slug μορφή ροής, έτσι και εδώ η μέτρηση της πίεσης είναι δύσκολη.

4. **Δακτυλιοειδής ροή (Annular flow) :** Αυτό το είδος της ροής απαντάται στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές διφασικής ροής. Μια ποσότητα υγρού κατακρατείται από την αέρια φάση υπό μορφή υγρασίας, ενώ το υπόλοιπο υγρό ρέει με σχετικά μικρή ταχύτητα εντός ενός λεπτού στρώματος (φιλμ), περιβρέχοντας την εσωτερική περίμετρο του αγωγού.

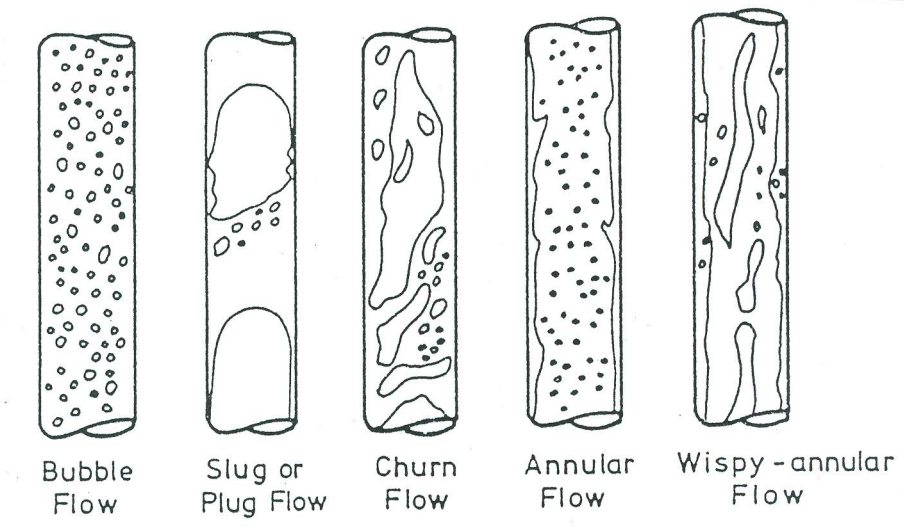
Ο τύπος αυτός της ροής του μίγματος, σε κατακόρυφη προς τα άνω ροή, πρακτικά συμβαίνει όταν η ποιότητα ατμού του μίγματος είναι μεγαλύτερη του 0.2 . Επίσης αυτό το είδος ροής είναι δυνατό να συμβεί και για μικρότερες τιμές της ποιότητας ατμού, αν και τότε δεν υπάρχει σαφής διαφορά από τη slug μορφή ροής, στην περίπτωση που αναπτύσσονται στο μίγμα υψηλές ταχύτητες.

Σε υψηλές ποιότητες του μίγματος, όταν υπάρχει και πρόσδωση θερμότητας, το φιλμ του υγρού πρακτικά εξαφανίζεται ή διασπάται, έτσι ώστε όλο το υγρό να ρέει μαζί με το αέριο υπό μορφή υγρασίας. Αυτή η ειδική μορφή της annular ροής αποκαλείται ομιχλώδης ροή ή ροή με υγρασία (mist flow).

Συνοψίζοντας τα όσα αναφέρθηκαν παραπάνω μπορούμε να πούμε ότι για την περίπτωση ενός εξατμιζόμενου μίγματος που ρέει κατακόρυφα προς τα πάνω, τα είδη της ροής που εμφανίζονται καθώς αυξάνεται η ποιότητα ατμών x του μίγματος είναι τα εξής :

- x πολύ κοντά στο 0 : Bubble flow
- $0.0 < x \leq 0.1$: Slug flow
- $x = 0.1$: Churn flow
- $0.1 < x \leq 1.0$: Annular flow
- $0.9 \leq x \leq 1.0$: Mist flow

Ο παραπάνω πίνακας δείχνει καθαρά για ποιο λόγο αποδίδεται μεγάλη έμφαση στη μελέτη της annular μορφής ροής, μιας και όπως φαίνεται, αποτελεί το συνηθέστερο είδος ροής αφού καλύπτει μίγματα με ποιότητες ατμού από 0.1 έως 1.0.

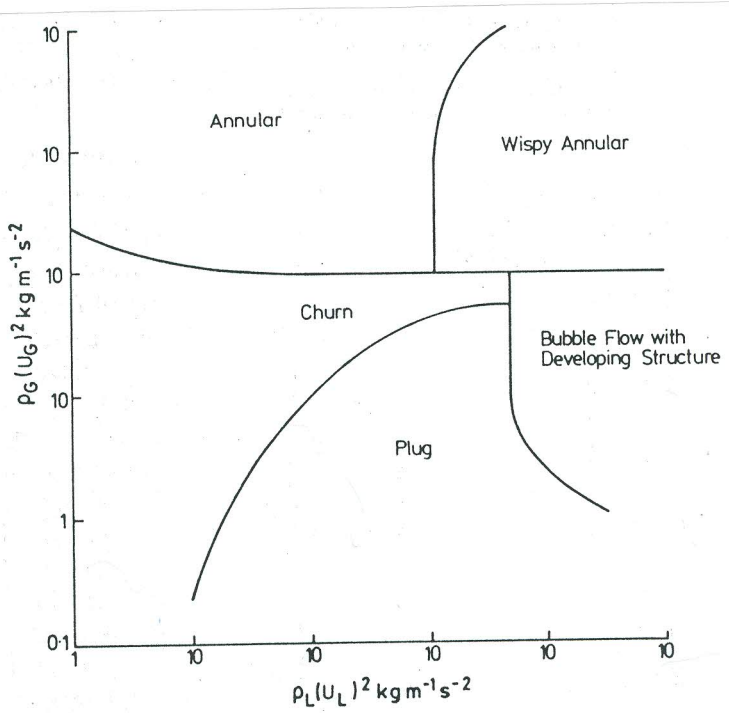


Σχήμα 1.1 : Ροϊκά μοντέλα σε κατακόρυφη προς τα άνω ροή.

1.3. Ροϊκοί χάρτες για κατακόρυφη ροή.

Η συνήθης πρακτική για την κατάστρωση ροϊκών χαρτών είναι να οριοθετηθεί το μοντέλο με οπτικά ή άλλα μέσα και στη συνέχεια να σχεδιαστεί σε συνάρτηση ορισμένων παραμέτρων του συστήματος, όπως η σχετική ταχύτητα και η συνολική παροχή μάζας. Όμως κατ' αυτόν τον τρόπο δεν επιτυγχάνεται γενίκευση της εφαρμογής ενός τέτοιου χάρτη αφού ο σχεδιασμός του προήλθε από συγκεκριμένο αγωγό σε δεδομένη πίεση. Έτσι ο σχεδιασμός γενικευμένων χαρτών που προέρχονται από αντίστοιχες γενικευμένες παραμέτρους είναι ουσιώδους σημασίας.

Έναν τέτοιο χάρτη παρουσίασαν οι Hewitt & Roberts στον οποίο οι συντεταγμένες σχεδιασμού είναι οι όροι της ορμής κάθε φάσης που συμμετέχει στη ροή, όπως φαίνεται στο σχήμα (1.2) .



Σχήμα 1.2 : Ροϊκός χάρτης των Hewitt & Roberts για κατακόρυφη μεταφορά αέρα-νερού.

1.4. Ροϊκές περιοχές σε οριζόντια ροή.

Οι ακόλουθες ροϊκές περιοχές προτείνονται για τη διερεύνηση της οριζόντιας διφασικής ροής, αερίου-υγρού.

1. **Στρωματοποιημένη ροή (Stratified flow) :** Ο διαχωρισμός της ροής λόγω βαρύτητας είναι πλήρης. Η υγρή φάση ρέει στο κάτω μέρος του αγωγού ενώ η αέρια φάση στο πάνω μέρος.

2. **Διάσπαρτη ροή φυσαλίδων (Dispersed-Bubble flow) :** Οι φυσαλίδες της αέριας φάσης είναι διάσπαρτες μέσα στο συνεχές υγρό και τείνουν να συγκεντρώνονται στο επάνω μέρος του αγωγού.

3. **Δακτυλιοειδής διάσπαρτη ροή (Annular-dispersed flow) :** Η μορφή της ροής είναι παρόμοια με αυτήν της κάθετης με εξαίρεση ότι το πάχος του φιλμ είναι ανομοιόμορφο, δηλαδή στο πάνω μέρος του αγωγού είναι λεπτότερο απ' ότι στο κάτω. Τέλος η εμφάνιση διασποράς υγρού στον πυρήνα της αέριας φάσης είναι ο κανόνας παρά η εξαίρεση όπως συμβαίνει στην κάθετη ροή.

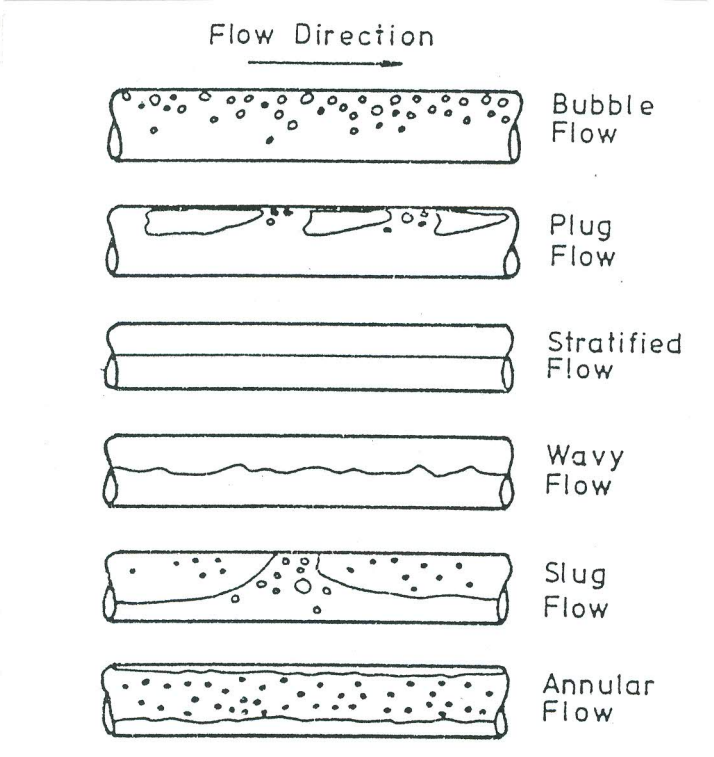
4. **Ενδιάμεσες ροές (Intermittent flows) :** Ένα πλήθος ενδιάμεσης μορφής ροών μπορούν να παρουσιαστούν στην οριζόντια ροή και είναι συχνά προτιμότερο να αντιμετωπίζονται σαν ένα γενικό είδος ροής. Όμως είναι βολικό να διαιρούνται σε τρεις υποπεριπτώσεις ως εξής :

α) Plug flow. Όπως στην κάθετη ροή έτσι και εδώ εμφανίζονται φυσαλίδες σφαιρικής μορφής, με τη διαφορά ότι κινούνται πλησιέστερα στο πάνω μέρος του αγωγού.

β) Slug flow.

γ) Semislug flow.

Γραφική παράσταση των μοντέλων φαίνεται στο σχήμα (1.3).



Σχήμα 1.3 : Ροϊκά μοντέλα σε οριζόντια ροή.

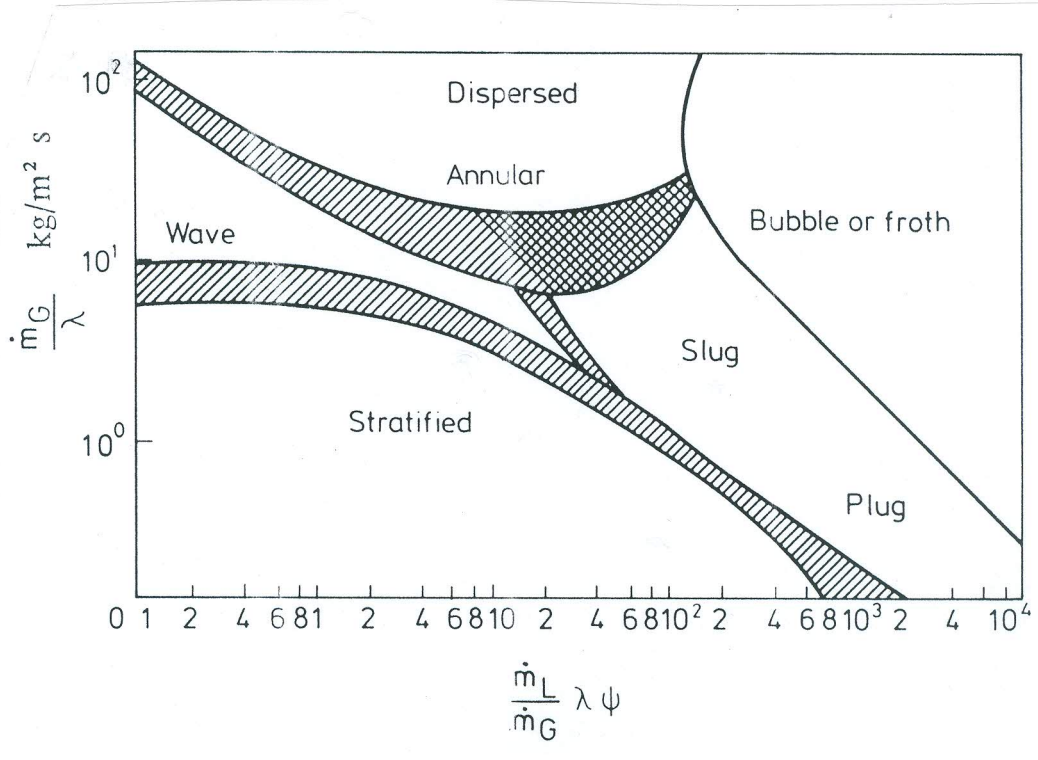
1.5. Ροϊκοί χάρτες για οριζόντια ροή.

Ένας από τους γνωστότερους γενικευμένους χάρτες είναι αυτός του Baker, ο οποίος εισήγαγε τις παρακάτω παραμέτρους :

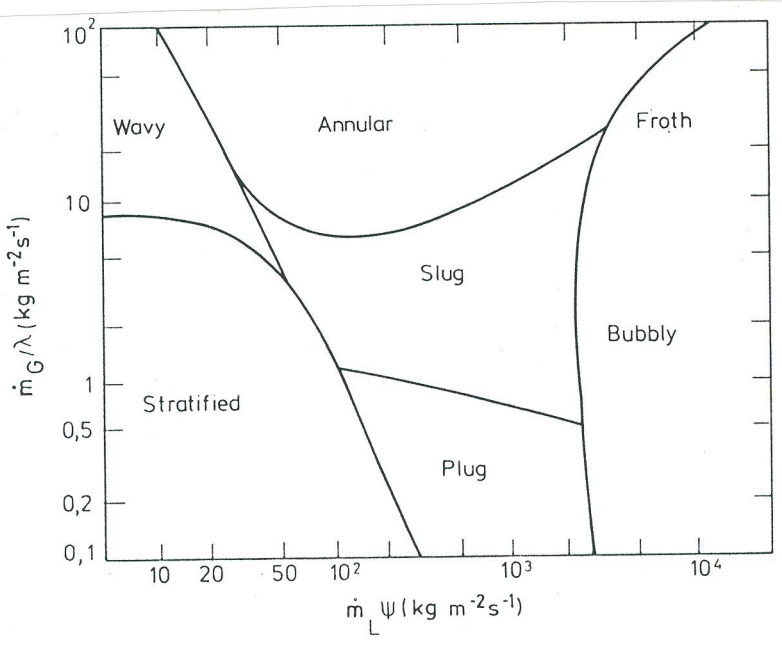
$$\lambda_B = \left(\frac{\rho_G}{\rho_A} \cdot \frac{\rho_L}{\rho_W} \right)^{0.5}$$

$$\psi_B = \frac{\sigma_W}{\sigma} \cdot \left[\frac{\mu_L}{\mu_W} \cdot \left(\frac{\rho_W}{\rho_L} \right)^2 \right]^{\frac{1}{3}}$$

όπου ρ, σ και μ είναι αντίστοιχα η πυκνότητα, η επιφανειακή τάση και το ιξώδες, ενώ οι δείκτες G και L υποδεικνύουν την αέρια και την υγρή φάση αντίστοιχα και οι δείκτες A, W δηλώνουν την τιμή του αντίστοιχου μεγέθους του αέρα και του νερού σε ατμοσφαιρικές συνθήκες. Ο χάρτης αυτός φαίνεται στο σχήμα (1.4) και σε νεώτερη τροποποιημένη μορφή στο σχήμα (1.5), όπως προτάθηκε από τον Bell.



Σχήμα 1.4 : Ροϊκός χάρτης του Baker για οριζόντια μεταφορά αέρα-νερού.



Σχήμα 1.5 : Ο ροϊκός χάρτης του Baker όπως προτάθηκε από τον Bell.

1.6. Ροϊκές περιοχές σε κεκλιμένη ροή.

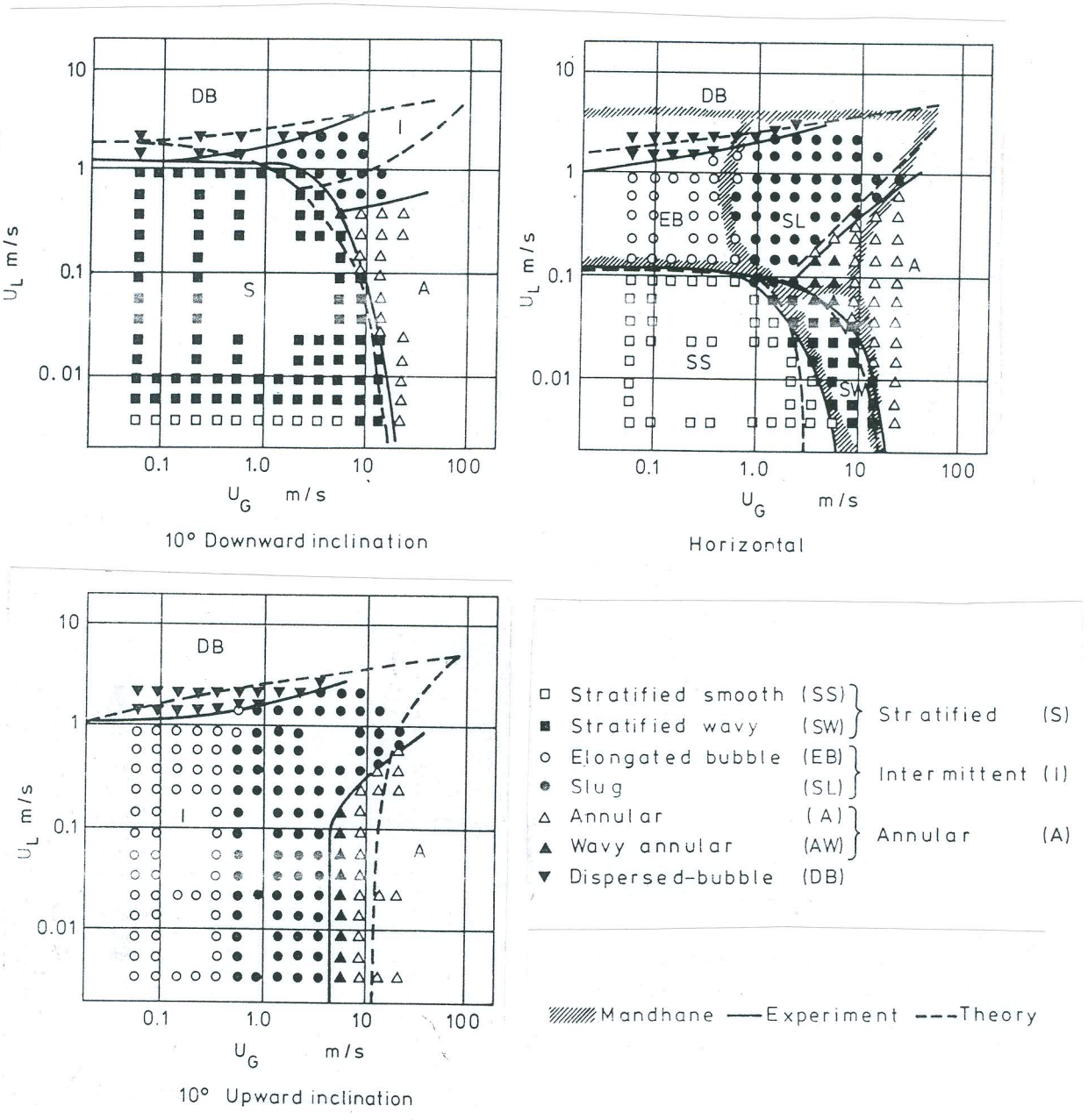
Υπάρχουν πολύ λίγες πληροφορίες σχετικά με κεκλιμένους αγωγούς σε σχέση με την εφαρμογή τους σε τεχνικές εφαρμογές. Πρόσφατα αποκτήθηκαν δεδομένα από τον Barnea για αγωγούς με κλίση -10 έως +10 μοίρες. Το σχήμα (1.6) παρουσιάζει τα δεδομένα που αποκτήθηκαν από την έρευνα σε οριζόντιο αγωγό και για τα όρια της γωνίας κλίσης του αγωγού.

Για τον προσδιορισμό και την κατάστρωση των flow patterns χρησιμοποιούνται συνοπτικά οι ακόλουθες μέθοδοι.

α) Οπτικές μέθοδοι οι οποίες εμπεριέχουν φωτογραφικές τεχνικές.

β) Μέθοδοι βασιζόμενοι στη μέτρηση της μεταβολής διαφόρων ποσοτήτων και σε στατιστικές παρατηρήσεις των αποτελεσμάτων.

γ) Μέθοδοι βασιζόμενοι στην απορρόφηση ακτινοβολίας και στη μεταβολή της πυκνότητας.



Σχήμα 1.6 : Πειραματικές μετρήσεις ροϊκών μοντέλων για μίγμα αέρα-νερού για αγωγό οριζόντιο και για κλίση $\pm 10°$.

Το ερώτημα που τίθεται είναι αν τα ροϊκά μοντέλα μπορούν να δώσουν λύσεις σε πρακτικές εφαρμογές. Και είναι γεγονός ότι η μεγάλη πλειοψηφία των τεχνικών εφαρμογών γίνονται χωρίς τη βοήθεια των flow patterns. Όμως παρά την πρόσθετη δυσκολία που δημιουργεί η εισαγωγή τέτοιων μοντέλων στους υπολογισμούς, πρόσφατες έρευνες έχουν δείξει ότι τα αποτελέσματα, είναι πιο ακριβή. Επίσης μοντέλα τα οποία είναι βασισμένα σε κάποια θεωρία είναι περισσότερο εφαρμόσιμα σε σχέση με μοντέλα τα οποία είναι καθαρώς εμπειρικά. Γι' αυτούς τους λόγους η σωστή κατανόηση των περιοχών που εφαρμόζεται κάθε μοντέλο αποκτά συνεχώς αυξανόμενη σημασία κατά τη διερεύνηση πολυφασικών ροών.

2. ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΟΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ ΔΙΦΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ.

2.1 Εισαγωγή.

Το μεγαλύτερο μέρος της ονοματολογίας που χρησιμοποιείται για τα ροϊκά μεγέθη της διφασικής ροής έχει προέλθει από την απλή μονοφασική ροή, για το λόγο ότι τα κύρια ροϊκά μεγέθη της διφασικής ροής αντιστοιχούν σ' αυτά της μονοφασικής ροής. Η βασική διαφορά είναι ότι για την περίπτωση της διφασικής ροής έχουμε διπλάσιο αριθμό μεγεθών δηλ. δύο παροχές, δύο ιξώδη και δύο πυκνότητες.

Επιπλέον έχει βρεθεί ότι πολύ σημαντικοί παράγοντες στους υπολογισμούς για διφασική ροή είναι η διατμητική τάση και η κλίση του αγωγού δηλ. η γωνία που σχηματίζει ο αγωγός με το οριζόντιο επίπεδο.

Στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές διφασικής ροής η πλέον ενδιαφέρουσα εξαρτημένη μεταβλητή είναι η βαθμίδα πίεσης, η οποία στην περίπτωση της διφασικής ροής μπορεί να εκφραστεί ως άθροισμα των εξής τριών όρων : 1) λόγω τριβής, 2) λόγω βαρύτητας, 3) λόγω μεταβολών στην ορμή (επιτάχυνση). Το γεγονός αυτό εκφράζεται από την ακόλουθη εξίσωση :

$$\frac{dp}{dz} = \frac{dp_F}{dz} + \frac{dp_G}{dz} + \frac{dp_A}{dz} \qquad (2.1)$$

Για τον υπολογισμό της βαθμίδας πίεσης έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι. Η επίδραση (συμμετοχή) των τριών όρων πίεσης στη βαθμίδα πίεσης δεν είναι ίδια και από εφαρμογή σε εφαρμογή ποικίλει. Για παράδειγμα ο παράγοντας dp_A/dz ο οποίος οφείλεται σε μεταβολές της ορμής, είναι πολύ σπουδαίος στη διφασική ροή και κύρια για ροή

μιγμάτων ατμού-υγρού ή και για μίγματα αερίου-υγρού, όπου η πίεση είναι κοντά στην πίεση ατμών της υγρής φάσης. Αυτό συμβαίνει επειδή το φαινόμενο της ατμοποίησης ή της συμπύκνωσης στο μίγμα, που εμφανίζεται ως αποτέλεσμα μεταφοράς θερμότητας ή βαθμίδας πίεσης, μπορεί να προκαλέσει μεγάλες μεταβολές στις ταχύτητες των φάσεων. Σε τέτοια μίγματα ο κυριότερος παράγοντας, ο οποίος δίνει σημαντικές τιμές στον όρο dp_A/dz στην πράξη, είναι το φαινόμενο της αυτοεξάτμισης (flashing), το οποίο οφείλεται κύρια σε πτώση πίεσης, μπορεί όμως να οφείλεται σε σημαντικό βαθμό και σε μετάδοση θερμότητας.

Η τάση τέτοιων μιγμάτων για αυτοεξάτμιση οφείλεται στην υψηλή συμπιεστότητα, η οποία είναι χαρακτηριστική για τα περισσότερα διφασικά μίγματα. Αυτό σημαίνει ότι οι κρίσιμες τιμές της ταχύτητας είναι συνήθως αρκετά χαμηλές, κυρίως σε μίγματα υψηλής ποιότητας ατμού και χαμηλής πίεσης.

2.2 Παράμετροι διφασικής ροής.

Οι κυριότερες παράμετροι για μια διφασική ροή εντός ενός ευθύγραμμου, κυκλικής διατομής αγωγού , είναι οι ακόλουθες :

- D : Εσωτερική διάμετρος αγωγού
- G : Ροή μάζας ανά μονάδα επιφάνειας του μίγματος
- x : Ποιότητα ατμών (ή αερίου) της ροής
- γ : Διεπιφανειακή τάση
- ε : Ισοδύναμο ύψος τραχύτητας
- θ : Γωνία κλίσης του αγωγού μεταφοράς
- μ_G : Δυναμικό ιξώδες της αέριας φάσης (ή ατμών)
- μ_L : Δυναμικό ιξώδες της υγρής φάσης
- ρ_G : Πυκνότητα αέριας φάσης (ή ατμών)
- ρ_L : Πυκνότητα υγρής φάσης
- Πρόσδωση θερμότητας

Η κάθε μια από τις παραπάνω κύριες ροϊκές παραμέτρους έχει σημαντική επίδραση στα χαρακτηριστικά και κατ' επέκταση στο είδος της ροής που θα συμβεί. Ακολούθως δίνεται αναλυτικά η επίδραση που έχει κάθε μια από τις ροϊκές παραμέτρους στη διφασική ροή.

Εσωτερική διάμετρος αγωγού (D) : Είναι σημαντικότατος όρος για τον υπολογισμό του όρου της τριβής στη βαθμίδα της πίεσης. Επειδή όμως το μέγεθος της διαμέτρου του αγωγού έχει άμεση επίδραση στο είδος της ροής που θα συμβεί, άρα και στις κατανομές

μάζας, ταχύτητας και αδράνειας των δύο φάσεων, η παράμετρος αυτή επιδρά και στους όρους από τους οποίους απαρτίζεται η βαθμίδα πίεσης. Επειδή όμως η επίδραση αυτή της διαμέτρου στους υπόλοιπους όρους πίεσης, εκτός του όρου τριβής, είναι δύσκολο να εξακριβωθεί, συνήθως αμελείται.

Ροή μάζας ανά μονάδα επιφάνειας (G) : Αποτελεί κύριο παράγοντα για τον υπολογισμό των όρων πίεσης λόγω τριβής και λόγω αδράνειας. Επιπροσθέτως, επειδή επηρεάζει και το είδος της ροής έχει συχνά και επιπλέον επιδράσεις και στους τρεις όρους της βαθμίδας πίεσης και μάλιστα αρκετά σημαντικές.

Ποιότητα ατμών της ροής (x) : Υποδεικνύει το ποσοστό μάζας του μίγματος το οποίο αποτελείται από ατμό ή αέρια φάση. Έχει άμεση επίδραση σε όλους τους όρους της βαθμίδας πίεσης, είτε άμεσα, είτε έμμεσα με τη μορφή $\alpha = 1/\left\{1+\left[(1-x)\cdot\rho_G\right]/(x\cdot\rho_L)\right\}$, όπου α είναι το κλάσμα όγκου της αέριας φάσης και ορίζεται ως ο λόγος της παροχής όγκου της αέριας φάσης προς τη συνολική παροχή όγκου.

Γενικά μπορούμε να πούμε ότι η επίδραση της ποιότητας x στον όρο της πίεσης που οφείλεται στην τριβή αυξάνει δραστικά με αύξηση του x. Αντίθετα αυξάνοντας το x μειώνεται η επίδρασή του στον όρο της πίεσης που οφείλεται στη βαρύτητα, ενώ αυξάνεται η επίδρασή του στον όρο πίεσης, που οφείλεται σε μεταβολές της αδράνειας.

Διεπιφανειακή τάση (γ) : Σε συνδυασμό και με άλλες παραμέτρους, η διεπιφανειακή τάση είναι δυνατό να έχει μια κρίσιμη επίδραση στη διαμόρφωση του είδους της ροής που θα συμβεί. Επίσης μπορεί να επιδράσει και στους τρεις όρους της βαθμίδας πίεσης, αν και ο βαθμός επίδρασής της και η μεταβολή που επιφέρει σε καθένα από τους όρους πίεσης είναι δύσκολο να εξακριβωθούν με βάση πειραματικά αποτελέσματα.

Ύψος ταχύτητας (ε) : Οι σχέσεις που χρησιμοποιούνται στη διφασική ροή στην περίπτωση ενός εξατμιζόμενου υγρού ή ενός μίγματος υγρού-αερίου προβλέπουν κατά ένα συνεχή τρόπο τη βαθμίδα πίεσης. Παρ' όλα αυτά όμως, τα αποτελέσματά τους θα έπρεπε να συμπίπτουν μ' αυτά των σχέσεων που ισχύουν για τη μονοφασική ροή, στις οριακές περιπτώσεις που όλο το υγρό έχει εξατμιστεί ή όλος ο ατμός έχει γίνει υγρό, οπότε η ροή θα έχει γίνει πλέον μονοφασική. Όμως έχει παρατηρηθεί ότι η επίδραση του ύψους ταχύτητας στον όρο πίεσης λόγω τριβής είναι μικρότερη στην περίπτωση της διφασικής ροής απ' ότι στη μονοφασική ροή.

Γωνία κλίσης του αγωγού μεταφοράς (θ) : Αποτελεί κύρια παράμετρο για τον υπολογισμό του όρου πίεσης λόγω της βαρύτητας, επειδή ισχύει ότι $dp_G/dz = -\rho_{av}\cdot g\cdot\sin\theta$, όπου ρ_{av} η μέση πυκνότητα του μίγματος. Ειδικά, όταν η σπουδαιότητα του όρου πίεσης λόγω της τριβής είναι μικρή, η κλίση του αγωγού μπορεί να επιδράσει σημαντικά στο είδος της ροής που θα συμβεί και έτσι θα έχει μια επιπλέον επίδραση στον όρο της βαθμίδας πίεσης λόγω βαρύτητας λόγω μεταβολής της μέσης πυκνότητας του μίγματος.

Δυναμικό ιξώδες της αέριας φάσης (μ_G) : Η παράμετρος αυτή εμφανίζεται να μην έχει σημαντική επίδραση σε κανένα από τους τρεις όρους της βαθμίδας πίεσης, ίσως λόγω του γεγονότος ότι δεν υφίσταται σημαντικές μεταβολές. Απλώς χρησιμοποιείται σε κάποιες σχέσεις για τον υπολογισμό της βαθμίδας της πίεσης.

Δυναμικό ιξώδες της υγρής φάσης (μ_L) : Εξ' αιτίας του γεγονότος ότι παρουσιάζει μεγαλύτερο εύρος μεταβολών, έχει μεγαλύτερη επίδραση στον προσδιορισμό των βαθμίδων πίεσης σε κατάσταση αναφοράς απ' ότι το δυναμικό ιξώδες της αέριας φάσης, οι οποίες χρησιμοποιούνται σε κάποιες σχέσεις της διφασικής ροής.

Το δυναμικό ιξώδες της υγρής φάσης μπορεί επίσης να επηρεάσει το είδος της ροής που θα συμβεί και σε πιο ακριβείς σχέσεις υπολογισμού χρησιμοποιείται σαν μια επιπλέον ανεξάρτητη μεταβλητή.

Πυκνότητα της αέριας φάσης (ρ_G) : Αποτελεί μεγάλης σπουδαιότητας παράμετρο για τον υπολογισμό όλων των όρων της βαθμίδας της πίεσης.

Πυκνότητα της υγρής φάσης (ρ_L) : Επίσης αποτελεί σημαντικότατο παράγοντα για τον υπολογισμό όλων των όρων της βαθμίδας της πίεσης.

Πρόσδωση θερμότητας : Για τον υπολογισμό της βαθμίδας πίεσης σε μια διφασική ροή υγρού-αερίου, η πρόσδωση θερμότητας αποκτά μεγαλύτερη σημασία για μίγματα χαμηλής ποιότητας, κι' αυτό γιατί μπορεί να ανεβάσει το ποσοστό βρασμού των μορίων. Η παρουσία φυσαλίδων στην επιφάνεια που κυρίως θερμαίνεται προκαλεί μια σημαντική αύξηση στην τραχύτητα, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η σπουδαιότητα του όρου της πίεσης που οφείλεται στην τριβή, στη βαθμίδα της πίεσης. Επίσης η ύπαρξη φυσαλίδων στη θερμαινόμενη επιφάνεια του μίγματος έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της μέσης πυκνότητας του μίγματος, με επακόλουθο, κύρια για την περίπτωση της ροής προς τα πάνω, τη μείωση της σπουδαιότητας του όρου της πίεσης που οφείλεται στις βαρυτικές δυνάμεις για τη βαθμίδα της πίεσης.

Η πρόσδωση θερμότητας όμως επίσης επιδρά στη βαθμίδα πίεσης και για μίγματα με υψηλές σχετικά ποιότητες. Όπως είναι γνωστό, με την πρόσδωση θερμότητας η υγρή φάση σταδιακά ατμοποιείται και κατά τη διάρκεια της ολικής εξάτμισης του υγρού παρατηρείται μετάβαση της θερμαινόμενης επιφάνειας από την υγρή κατάσταση σε «στεγνή» κατάσταση (χωρίς παρουσία υγρού). Γενικά έχει παρατηρηθεί ότι όσο ο ρυθμός πρόσδωσης θερμότητας αυξάνει, τόσο η ποιότητα του μίγματος, στην οποία πραγματοποιείται η μετάβαση της θερμαινόμενης επιφάνειας από την υγρή στη «στεγνή» κατάσταση, μειώνεται. Στη «στεγνή» περιοχή του τοιχώματος η σπουδαιότητα του όρου πίεσης λόγω τριβής για τη βαθμίδα πίεσης είναι μικρότερη απ' ότι θα ήταν στην ισοδύναμη αδιαβατική κατάσταση. Στην περιοχή αυτή επίσης, η μέση πυκνότητα του μίγματος μειώνεται λόγω του ότι το μίγμα έχει την τάση να συμπεριφερθεί σαν ένα ομογενές ρευστό το οποίο θα ρέει στην μορφή ομιχλώδους ροής (mist flow).

Άλλες παράμετροι που χρησιμοποιούνται ευρύτατα για τη μελέτη των διφασικών ροών είναι ο λόγος πυκνοτήτων του μίγματος (ρ_L/ρ_G), το κλάσμα όγκου του αερίου (α), το οποίο έχει είδη αναφερθεί παραπάνω, και ο χαρακτηριστικός αριθμός Reynolds. Οι μεταβλητές αυτές όμως υπολογίζονται με βάση τις κύριες ροϊκές παραμέτρους που αναπτύχθηκαν στο κεφάλαιο αυτό. Οι σπουδαιότερες από τις εξαρτημένες ροϊκές παραμέτρους είναι ο λόγος των πυκνοτήτων και το κλάσμα όγκου του αερίου α. Ο λόγος των πυκνοτήτων (ρ_L/ρ_G) είναι μια παράμετρος που χρησιμοποιείται σε πάρα πολλές σχέσεις υπολογισμού, και μάλιστα είναι ένα από τα χαρακτηριστικά μεγέθη που χρησιμοποιούνται για να χαρακτηρίσουν το είδος της ροής.

2.3 Βαθμίδες πίεσης στη διφασική ροή.

Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενη παράγραφο η βαθμίδα της πίεσης σε μια διφασική ροή μπορεί να θεωρηθεί ότι συνίσταται σε άθροισμα τριών διαφορετικών βαθμίδων πίεσης κάθε μια από τις οποίες προκαλείται από διαφορετικά αίτια. Ο πρώτος όρος της βαθμίδας πίεσης οφείλεται στις δυνάμεις τριβής, ο δεύτερος όρος οφείλεται στις δυνάμεις βαρύτητας και ο τρίτος όρος στις μεταβολές της ορμής του μίγματος.

Λόγω του ότι κατά τη διάρκεια μιας διφασικής ροής παρατηρούνται μεγάλες μεταβολές της πίεσης, μεταβολές οι οποίες συχνά σχετίζονται με μεταφορά θερμότητας, οι ροϊκές συνθήκες μεταβάλλονται ταχύτατα εντός της ροής. Έτσι , η μεταβολή της πίεσης του συστήματος δεν είναι δυνατόν να προσδιοριστεί ακριβώς από μια μόνο βαθμίδα πίεσης, εκτός της ειδικής περίπτωσης που υπάρχουν χαμηλές παροχές ή το μήκος ροής είναι πολύ μικρό. Στα περισσότερα προβλήματα διφασικής ροής είναι απαραίτητη η παρεμβολή διαφόρων τοπικά μετρημένων βαθμίδων πίεσης κατά το μήκος ροής.

Το πρόβλημα συνίσταται στην εύρεση του τρόπου με τον οποίο μεταβάλλεται η πίεση σε μια διφασική ροή, έχοντας γνωστές κάποιες τοπικές βαθμίδες πίεσης. Για να αποκτηθεί μια γενική λύση του προβλήματος έχοντας το πλεονέκτημα των σχέσεων που έχουν προκύψει με τη γνώση τοπικών συνθηκών της ροής, θα πρέπει να γίνει αριθμητική επίλυση του προβλήματος. Στη βιβλιογραφία μπορεί να συναντήσει κανείς διάφορους τρόπους επίλυσης τέτοιων προβλημάτων, η αξιοπιστία των οποίων εξαρτάται από το βαθμό στον οποίο η λύση που προτείνουν προσεγγίζει την πραγματική, κάτι που βέβαια εξαρτάται από την ακρίβεια των σχέσεων που χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των βαθμίδων πίεσης.

Στη διεθνή βιβλιογραφία υπάρχουν πολλά μοντέλα υπολογισμού των βαθμίδων πίεσης σε διφασική ροή υγρών-αερίων, τα οποία βασίζονται λιγότερο ή περισσότερο σε πειραματικά δεδομένα, έχοντας έτσι εμπειρικό χαρακτήρα. Επιπλέον μερικά μοντέλα λαμβάνουν υπόψη το είδος της ροής (flow regime), δίνοντας και διάφορα κριτήρια για την εύρεση του αντίστοιχου είδους. Παρ' όλα αυτά δεν έχουν γενική ισχύ και η αξιοπιστία τους είναι μικρή,

στα όρια των διαφόρων περιοχών, οπότε απαιτείται προσεκτική μελέτη των αποτελεσμάτων πριν από την εφαρμογή τους. Τα πιο αξιόπιστα και ευρέως χρησιμοποιούμενα εμπειρικά μοντέλα υπολογισμού της βαθμίδας πίεσης σε διφασική ροή υγρών-αερίων παρουσιάζονται αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο.

3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΠΙΕΣΗΣ ΣΕ ΔΙΦΑΣΙΚΗ ΡΟΗ ΥΓΡΩΝ-ΑΕΡΙΩΝ

Η διφασική ροή υγρών-αερίων είναι η πλέον πολύπλοκη από τα υπόλοιπα είδη διφασικής ροής, διότι συνδυάζει τα χαρακτηριστικά μιας μεταβλητής διαχωριστικής επιφάνειας και τα χαρακτηριστικά συμπιεστότητας της μιας φάσης, δηλ. της αέριας φάσης.

Η πρόβλεψη της πτώσης πίεσης στη διφασική ροή, του είδους της ροής, των βαθμών πληρότητας και των συντελεστών τριβής, αποτελούν σημαντικά αντικείμενα γι' αυτό το είδος της ροής. Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζονται επιλεγμένα μοντέλα υπολογισμού της πτώσης πίεσης, που αποτελούν και τα πιο αξιόπιστα και ευρέως χρησιμοποιούμενα για τη διφασική ροή υγρών-αερίων.

3.1. Μοντέλο ομογενούς ροής

Σύμφωνα με το μοντέλο ομογενούς ροής, τα δύο συστατικά του μίγματος θεωρείται ότι αποτελούν ένα ιδεατό ρευστό, του οποίου οι ιδιότητες αποτελούν ένα σταθμισμένο μέσο όρο των ιδιοτήτων των δύο φάσεων. Η βαθμίδα πίεσης λόγω τριβής, για το ομογενές μοντέλο ροής, εκφράζεται σαν συνάρτηση ενός διφασικού συντελεστή τριβής, ως εξής :

$$-\frac{dP_F}{dz} = \frac{2 \cdot f_{TP} \cdot \dot{m}^2}{D \cdot \rho_H} \qquad (3.1)$$

όπου D η υδραυλική διάμετρος (D=4A/Π), Π η περιβρεχόμενη περίμετρος (m), A η διαθέσιμη για ροή διατομή του αγωγού (m^2), f_{TP} ο συντελεστής τριβής διφασικής ροής, ρ_H

πυκνότητα ομογενούς μίγματος (kg/m^3) και $\dot{m}$ η συνολική παροχή μάζας ανά μονάδα επιφάνειας (kg/m^{2}s).

Ο διφασικός συντελεστής τριβής ορίζεται σαν συνάρτηση του διφασικού αριθμού Reynolds, Re_{TP}, ο οποίος δίνεται από την ακόλουθη σχέση :

$$Re_{TP} = \frac{\dot{m} \cdot D}{\mu_{TP}} \tag{3.2}$$

όπου μ_{TP} το ιξώδες διφασικής ροής (kg/ms).

Θεωρώντας ότι μπορεί να βρεθεί μια κατάλληλη τιμή για το μ_{TP}, η σχέση (3.1) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της βαθμίδας πίεσης λόγω τριβής. Το πρόβλημα με το ομογενές μοντέλο ροής είναι ότι είναι δύσκολο να βρεθεί μια γενική σχέση υπολογισμού του μ_{TP}. Η πιο κοινή και ευρέως χρησιμοποιούμενη, μεταξύ των διαφόρων σχέσεων για το μ_{TP}, είναι η σχέση του McAdams :

$$\frac{1}{\mu_{TP}} = \frac{x}{\mu_G} + \frac{1-x}{\mu_L} \tag{3.3}$$

όπου x είναι η ποιότητα και μ_G και μ_L το ιξώδες του αερίου και του υγρού αντίστοιχα. Χρησιμοποιώντας αυτό τον ορισμό, μπορούμε να υπολογίσουμε το διφασικό πολλαπλασιαστή Φ_L, από τη σχέση :

$$\Phi_L^2 = \left(1 + x \cdot \frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G}\right) \cdot \left(1 + x \cdot \frac{\mu_L - \mu_G}{\mu_G}\right)^{-1/4} \tag{3.4}$$

όπου ρ_L η πυκνότητα της υγρής φάσης (kg/m^3) και ρ_G η πυκνότητα της αέριας φάσης (kg/m^3).

Η βαθμίδα πίεσης λόγω τριβής υπολογίζεται από τη σχέση :

$$\left(\frac{dP_F}{dz}\right) = \Phi_L^2 \cdot \left(\frac{dP_F}{dz}\right)_L \tag{3.5}$$

όπου :

$$\left(\frac{dP_F}{dz}\right)_L = \frac{2 \cdot f_L \cdot \dot{m}^2 \cdot (1-x)^2}{D \cdot \rho_L} \tag{3.6}$$

Στη σχ.(3.6), το $(dP_F/dz)_L$ είναι η βαθμίδα πίεσης λόγω τριβής μιας μονοφασικής ροής ενός υγρού, που κινείται με τη συνολική ταχύτητα της διφασικής ροής και έχει τις ιδιότητες της υγρής φάσης, που εμφανίζεται στη διφασική ροή. Σ' αυτή την εξίσωση, ο συντελεστής τριβής f_L είναι άγνωστος αλλά μπορεί να υπολογιστεί σαν συνάρτηση του αντίστοιχου αριθμού Reynolds :

$$Re_L = \frac{\dot{m} \cdot (1-x) \cdot D}{\mu_L} \qquad (3.7)$$

όπου D η διάμετρος του αγωγού (m), $\dot{m}$ η συνολική παροχή μάζας ανά μονάδα επιφάνειας (kg/m^2s) και μ_L το ιξώδες της υγρής φάσης (kg/ms).

Για στρωτή ροή, δηλαδή για αριθμούς Reynolds Re<2000, ο συντελεστής τριβής είναι $f_L=16/Re_L$ και συνδέεται με το γνωστό από την κλασική ρευστομηχανική συντελεστή τριβής λ με την σχέση $\lambda=4f_L$. Για τυρβώδη ροή, δηλ. Re>2000, μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφορες σχέσεις για τον υπολογισμό του συντελεστή τριβής συναρτήσει του αριθμού Reynolds, όπως η σχέση του Blasius :

$$f = 0.079 \cdot \left(\frac{\dot{m} \cdot D}{\mu}\right)^{-1/4} \qquad (3.8)$$

ή περισσότερο πολύπλοκες σχέσεις, όπως αυτή των Colebrook-White, από την οποία προκύπτει και το γνωστό διάγραμμα Moody.

Το ομογενές μοντέλο ροής αποτελεί την απλούστερη προσέγγιση για την ανάλυση της διφασικής ροής μίγματος υγρών-αερίων σε αγωγούς, καθώς βασίζεται στην υπόθεση ότι το μίγμα συμπεριφέρεται σαν ένα ομογενές ρευστό με ίσες ταχύτητες των δυο φάσεων. Το πρόβλημα με το μοντέλο ομογενούς ροής, είναι ότι είναι δύσκολο να βρεθεί ένας γενικός ορισμός για το διφασικό ιξώδες, και σαν αποτέλεσμα η βαθμίδα πίεσης της διφασικής ροής πολύ συχνά υποεκτιμάται ουσιαστικά. Το μοντέλο αυτό μπορεί γενικά να δώσει λογικά αποτελέσματα για υψηλές πιέσεις και υψηλές παροχές μάζας ανά μονάδα επιφάνειας, όμως όταν είναι δυνατόν, πρέπει να προτιμάται για τις πρακτικές εφαρμογές ένα από τα μοντέλα της χωριστής ροής.

3.2. Μοντέλο των Lockhart-Martinelli

Η πτώση πίεσης λόγω τριβής υπολογίζεται σαν συνάρτηση των διφασικών πολλαπλασιαστών Φ_L και Φ_G από τις ακόλουθες σχέσεις :

$$-\frac{dP_F}{dz} = \Phi_G^2 \cdot \left(\frac{dP_F}{dz}\right)_G = \Phi_L^2 \cdot \left(\frac{dP_F}{dz}\right)_L \tag{3.9}$$

όπου :

dP_F/dz = βαθμίδα πίεσης λόγω τριβής

Φ_L = πολλαπλασιαστής τριβής υγρής φάσης

Φ_G = πολλαπλασιαστής τριβής αέριας φάσης

$(dP_F/dz)_G$ = βαθμίδα πίεσης λόγω τριβής, η οποία εμφανίζεται για ροή στον αγωγό μόνο της αέριας φάσης και

$(dP_F/dz)_L$ = βαθμίδα πίεσης λόγω τριβής, η οποία εμφανίζεται για ροή στον αγωγό μόνο της υγρής φάσης.

Οι Lockhart και Martinelli συσχέτισαν τους πολλαπλασιαστές πτώσης πίεσης Φ^2_G και Φ^2_L με την παράμετρο X, που ορίζεται ως εξής :

$$X^2 = \frac{\left(\frac{dP_F}{dz}\right)_L}{\left(\frac{dP_F}{dz}\right)_G} \tag{3.10}$$

όπου :

$$\left(\frac{dP_F}{dz}\right)_L = \frac{2 \cdot f_L \cdot \dot{m}^2 \cdot (1-x)^2}{D \cdot \rho_L} \tag{3.11}$$

και

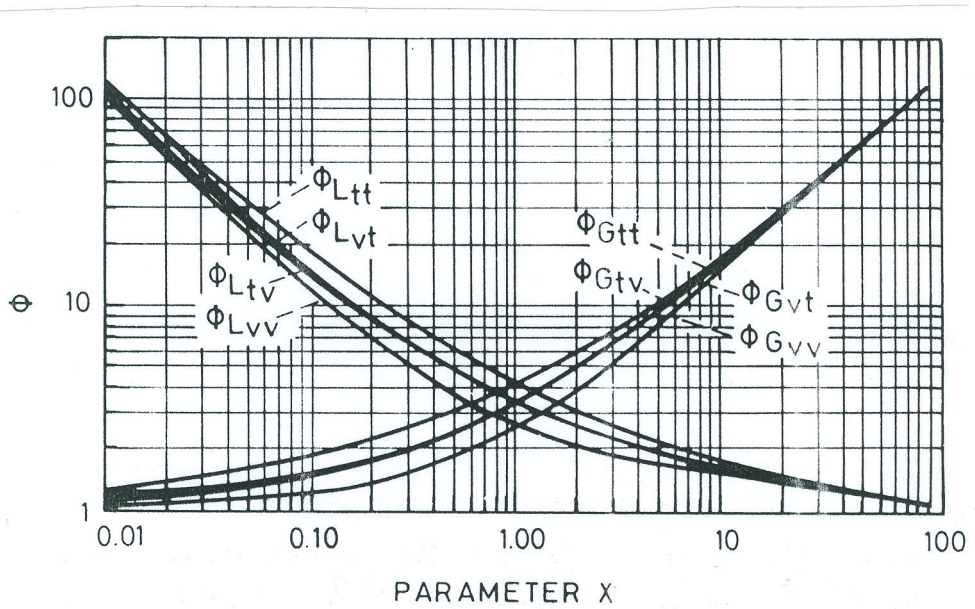
$$\left(\frac{dP_F}{dz}\right)_G = \frac{2 \cdot f_G \cdot \dot{m}^2 \cdot x^2}{D \cdot \rho_G} \tag{3.12}$$

Στις σχ.(3.11) και (3.12) τα f_L και f_G είναι οι συντελεστές τριβής, για τη ροή της υγρής και της αέριας φάσης αντίστοιχα, και υπολογίζονται συναρτήσει των αντίστοιχων αριθμών Reynolds :

$$Re_G = \frac{\dot{m} \cdot x \cdot D}{\mu_G} \tag{3.13}$$

$$Re_L = \frac{\dot{m} \cdot (1-x) \cdot D}{\mu_L} \tag{3.14}$$

Όπως και για το ομογενές μοντέλο ροής, για στρωτή ροή (Re<2000) οι συντελεστές τριβής μπορούν να υπολογιστούν από τη σχέση f=16/Re, αλλά για τυρβώδη ροή (Re>2000) πρέπει να χρησιμοποιούνται άλλες περισσότερο πολύπλοκες σχέσεις, όπως αυτή των Colebrook-White.



Σχήμα 3.1 : Διάγραμμα των Lockhart-Martinelli για τον υπολογισμό των διφασικών πολλαπλασιαστών.

Οι Lockhart και Martinelli παρουσίασαν τη σχέση τους σε μορφή διαγράμματος, προτείνοντας διάφορες καμπύλες, εξαρτώμενες από το εάν η μονοφασική ροή της κάθε φάσης ήταν στρωτή (viscous) ή τυρβώδης (turbulent), προσδιορίζοντας ανάλογα και τους πολλαπλασιαστές. Για παράδειγμα ο πολλαπλασιαστής Φ_{Lvt} εφαρμόζεται στην περίπτωση κατά την οποία η ροή της υγρής φάσης μόνη της στον αγωγό είναι στρωτή και η ροή της αέριας φάσης μόνη της στον αγωγό είναι τυρβώδης. Μια απλή και ακριβής αναλυτική σχέση, της γραφικής σχέσης των Lockhart-Martinelli για τους πολλαπλασιαστές, δόθηκε από τον Chisholm (1967) :

$$\Phi_L^2 = 1 + \frac{C}{x} + \frac{1}{x^2} \tag{3.15}$$

$$\Phi_G^2 = 1 + C \cdot x + x^2 \tag{3.16}$$

όπου C είναι μια αδιάστατη παράμετρος οι τιμές της οποίας εξαρτώνται από τη φύση των μονοφασικών ροών. Οι τιμές αυτής της παραμέτρου δίνονται στον Πίνακα 3.1 .

Ροή υγρού	Ροή αερίου	Δείκτης	C
Τυρβώδης	Τυρβώδης	tt	20
Στρωτή	Τυρβώδης	vt	12
Τυρβώδης	Στρωτή	tv	10
Στρωτή	Στρωτή	vv	5

Πίνακας 3.1 : Τιμές της παραμέτρου C, συμβατές με τις εμπειρικές καμπύλες των Lockhart-Martinelli (Chisholm, 1967).

Το μοντέλο των Lockhart-Martinelli δεν λαμβάνει υπόψη την επιφανειακή τάση και αποτυγχάνει επίσης να λάβει υπόψη ικανοποιητικά την επίδραση της παροχής ανά μονάδα επιφάνειας. Έτσι, οι παραδοσιακές σχέσεις τύπου Martinelli, αποδεικνύονται ανεπαρκείς στο να προσεγγίσουν μεγάλο αριθμό δεδομένων για βαθμίδες πίεσης σε διφασική ροή, με αποτέλεσμα να εμφανίζονται μεγάλες αποκλίσεις, μέχρι και 100%, κατά τη σύγκριση των μοντέλων με πληθώρα πειραματικών δεδομένων. Απαιτείται επομένως μεγάλη προσοχή κατά τη χρήση των ανωτέρω σχέσεων σε πρακτικές εφαρμογές.

3.3. Μοντέλο των Baroczy-Chisholm

Το μοντέλο του Baroczy (1965) είναι ίσως το πιο ευρέως χρησιμοποιούμενο και εξελιγμένο εμπειρικό μοντέλο, για τον υπολογισμό της πτώσης πίεσης σε διφασική ροή υγρών-αερίων. Το μειονέκτημα αυτού του μοντέλου είναι ότι παρουσιάζεται σε γραφική μορφή αλλά ο Chisholm (1973) πρότεινε μια σχέση που προσεγγίζει με μεγάλη ακρίβεια τις καμπύλες του Baroczy και επεκτείνει την περιοχή εφαρμογής του μοντέλου. Η σχέση αυτή είναι η εξής :

$$\Phi_L^2 = 1 + \left(Y^2 - 1\right) \cdot \left[B \cdot x^{(2-n)/2} \cdot (1-x)^{(2-n)/2} + x^{2-n}\right] \qquad (3.17)$$

όπου n είναι ο εκθέτης στη σχέση που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του συντελεστή τριβής συναρτήσει του αριθμού Reynolds (για παράδειγμα n=0.25 στη σχέση του Blasius) και η παράμετρος B δίνεται από τις σχέσεις :

$$B = \frac{55}{\dot{m}^{1/2}} \qquad \text{για} \qquad 0<Y<9.5$$

$$B = \frac{520}{y \cdot \dot{m}^{1/2}} \qquad \text{για} \qquad 9.5<Y<28$$

$$B = \frac{1500}{y^2 \cdot \dot{m}^{1/2}} \qquad \text{για} \qquad 28<Y \qquad (3.18)$$

και

$$Y^2 = \frac{(dP_F/dz)_G}{(dP_F/dz)_L} \qquad (3.19)$$

Οι δύο βαθμίδες πίεσης στη σχ.(3.19) έχουν την ακόλουθη ερμηνεία :

$(dP_F/dz)_G$ = βαθμίδα πίεσης λόγω τριβής, που εμφανίζεται για μονοφασική ροή της αέριας φάσης, με την ίδια συνολική παροχή μάζας και ταχύτητα, με τις φυσικές ιδιότητες της αέριας φάσης, και

$(dP_F/dz)_L$ = βαθμίδα πίεσης λόγω τριβής, που εμφανίζεται για μονοφασική ροή της υγρής φάσης, με την ίδια συνολική παροχή μάζας και ταχύτητα, με τις φυσικές ιδιότητες της υγρής φάσης.

Οι βαθμίδες αυτές δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις :

$$\left(\frac{dP_F}{dz}\right)_G = \frac{2 \cdot f_G \cdot \dot{m}^2 \cdot x^2}{D \cdot \rho_G} \qquad (3.20)$$

$$\left(\frac{dP_F}{dz}\right)_L = \frac{2 \cdot f_L \cdot \dot{m}^2 \cdot (1-x)^2}{D \cdot \rho_L} \qquad (3.21)$$

Οι συντελεστές τριβής f_G και f_L των σχ.(3.20) και (3.21) υπολογίζονται μέσω των αντίστοιχων αριθμών Reynolds :

$$Re_G = \frac{\dot{m} \cdot x \cdot D}{\mu_G} \qquad (3.22)$$

$$Re_L = \frac{\dot{m} \cdot (1-x) \cdot D}{\mu_L} \tag{3.23}$$

και με τη βοήθεια κατάλληλων σχέσεων, όπως του Blasius ή των Colebrook-White. Για στρωτή ροή (Re<2000) ισχύει πάντα η σχέση f=16/Re.

Ο διφασικός πολλαπλασιαστής τριβής Φ_L προσδιορίζεται από τη λύση της σχ.(3.17) και η βαθμίδα πίεσης λόγω τριβής δίνεται από τη σχέση :

$$\left(\frac{dP_F}{dz}\right) = \Phi_L^2 \cdot \left(\frac{dP_F}{dz}\right)_L \tag{3.24}$$

3.4. Το μοντέλο του Friedel

Σε πρόσφατες μελέτες ο Friedel ανέπτυξε ένα νέο μοντέλο, για τον υπολογισμό του διφασικού πολλαπλασιαστή Φ_L , το οποίο συνέκρινε με τα υπάρχοντα εμπειρικά μοντέλα και με δεδομένα μιας τράπεζας δεδομένων 25000 στοιχείων. Σύμφωνα με αυτό το μοντέλο, ο συντελεστής Φ_L δίνεται από τη σχέση:

$$\Phi_L^2 = E + \frac{3.24 \cdot F \cdot H}{Fr^{0.045} \cdot We^{0.035}} \tag{3.25}$$

όπου :

$$E = (1-x^2) + x^2 \cdot \frac{\rho_L \cdot f_G}{\rho_G \cdot f_L} \tag{3.26}$$

$$F = x^{0.78} \cdot (1-x)^{0.24} \tag{3.27}$$

$$H = \left(\frac{\rho_L}{\rho_G}\right)^{0.91} \cdot \left(\frac{\mu_G}{\mu_L}\right)^{0.91} \cdot \left(1 - \frac{\mu_G}{\mu_L}\right) \tag{3.28}$$

$$Fr = \frac{\dot{m}^2}{g \cdot D \cdot \rho_{TP}^2} \quad \text{, αριθμός Froude} \tag{3.29}$$

$$We = \frac{\dot{m}^2 \cdot D}{\rho_{TP} \cdot \sigma} \quad \text{, αριθμός Weber} \tag{3.30}$$

Στις παραπάνω σχέσεις είναι :

f_G = ο συντελεστής τριβής για μονοφασική ροή της αέριας φάσης, που ρέει στον αγωγό με τη συνολική παροχή μάζας ανά μονάδα επιφάνειας,

f_L = ο συντελεστής τριβής για μονοφασική ροή της υγρής φάσης, που ρέει στον αγωγό με τη συνολική παροχή μάζας ανά μονάδα επιφάνειας,

σ = η επιφανειακή τάση του υγρού,

ρ_{TP} = η πυκνότητα του διφασικού μίγματος,

ρ_G = η πυκνότητα της αέριας φάσης,

ρ_L = η πυκνότητα της υγρής φάσης,

μ_G = το ιξώδες της αέριας φάσης,

μ_L = το ιξώδες της υγρής φάσης,

x = η ποιότητα των ατμών του μίγματος,

D = η υδραυλική διάμετρος του αγωγού,

$\dot{m}$ = η συνολική παροχή μάζας ανά μονάδα επιφάνειας.

Η πυκνότητα του διφασικού μίγματος δίνεται από την ακόλουθη σχέση :

$$\rho_{TP} = \left(\frac{x}{\rho_G} + \frac{1-x}{\rho_L} \right)^{-1} \tag{3.31}$$

Η απόκλιση των αποτελεσμάτων που δίνει το μοντέλο Friedel από αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα βρέθηκε να είναι περίπου 30% για μονοφασικές και 40-50% για διφασικές ροές. Παρά την πολυπλοκότητά του, συγκρινόμενο με τα προηγούμενα μοντέλα, το μοντέλο Friedel δίνει αποκλίσεις από τα πειραματικά δεδομένα, που παραμένουν αρκετά μεγάλες. Απαιτείται επομένως προσοχή στην πρακτική εφαρμογή των αποτελεσμάτων για τον υπολογισμό της πτώσης πίεσης.

3.5. Το μοντέλο των Beggs-Brill

Το μοντέλο των Beggs-Brill είναι ένα ολοκληρωμένο μοντέλο, αφού προσδιορίζει όχι μόνο τη συνολική πτώση πίεσης, λόγω τριβής, επιτάχυνσης και υψομετρικής διαφοράς, αλλά επίσης και τις άλλες δύο σπουδαίες παραμέτρους στην ανάλυση διφασικών ροών, δηλαδή το είδος της ροής και το βαθμό πληρότητας. Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται μόνο το μέρος

του μοντέλου που ασχολείται με τον προσδιορισμό της πτώσης πίεσης, θεωρώντας ότι έχουν ήδη υπολογιστεί το είδος της ροής και ο βαθμός πληρότητας (βλέπε κεφάλαιο 5).

Έχοντας προσδιορίσει το κλάσμα κενού H_L της υγρής φάσης, υπολογίζουμε την πυκνότητα του διφασικού μίγματος από τη σχέση :

$$\rho_s = \rho_L \cdot H_L + \rho_G \cdot H_G \tag{3.32}$$

όπου H_G το κλάσμα κενού της αέριας φάσης :

$$H_G = 1 - H_L \tag{3.33}$$

Η βαθμίδα πίεσης λόγω υψομετρικής διαφοράς ή βαρύτητας, δίνεται τότε από τη σχέση:

$$\frac{dP_G}{dz} = g \cdot \rho_s \cdot \sin a \tag{3.34}$$

όπου g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας και a η γωνία κλίσης του αγωγού ως προς το οριζόντιο επίπεδο.

Η βαθμίδα πίεσης λόγω τριβής δίνεται από τη σχέση :

$$\frac{dP_F}{dz} = \frac{f_{TP} \cdot \rho_n \cdot V_m^2}{2 \cdot D} \tag{3.35}$$

όπου :

$$\rho_n = \rho_L \cdot \lambda_L + \rho_G \cdot \lambda_G \tag{3.36}$$

$$\lambda_L = \frac{V_L}{V_m} \tag{3.37}$$

$$\lambda_G = \frac{V_G}{V_m} \tag{3.38}$$

$$f_{TP} = f_n \cdot \frac{f_{TP}}{f_n} \tag{3.39}$$

$$V_m = V_L + V_G \tag{3.40}$$

Στις παραπάνω εξισώσεις είναι : V_G η φαινομενική ταχύτητα της αέριας φάσης όταν αυτή ρέει μόνη της στον αγωγό, V_L η φαινομενική ταχύτητα της υγρής φάσης, όταν αυτή ρέει μόνη της στον αγωγό, και f_{TP} ο διφασικός συντελεστής τριβής.

Ο συντελεστής προσκόλλησης f_n προσδιορίζεται από το διάγραμμα Moody ή από τη σχέση των Colebrook-White συναρτήσει του ακόλουθου αριθμού Reynolds:

$$Re_n = \frac{\rho_n \cdot V_m \cdot D}{\mu_n} \tag{3.41}$$

ενώ το ιξώδες του διφασικού μίγματος, μ_n , δίνεται από τη σχέση :

$$\mu_n = \mu_L \cdot \lambda_L + \mu_G \cdot \lambda_G \tag{3.42}$$

Ο λόγος του διφασικού συντελεστή τριβής προς το συντελεστή προσκόλλησης υπολογίζεται από τη σχέση :

$$\frac{f_{TP}}{f_n} = e^S \tag{3.43}$$

όπου :

$$S = \ln y / \left[-0.0523 + 3.182 \cdot \ln y - 0.8725 \cdot \ln^2 y + 0.01853 \cdot \ln^4 y\right] \tag{3.44}$$

και

$$y = \frac{\lambda_L}{H_L^2(a)} \tag{3.45}$$

Η τιμή του S γίνεται απροσδιόριστη σε κάποιο σημείο του διαστήματος $1<y<1.2$. Έτσι για τιμές του y σε αυτό το διάστημα, η συνάρτηση S υπολογίζεται από τη σχέση :

$$S = \ln(2.2 \cdot y - 1.2) \tag{3.46}$$

Τελικά πρέπει να υπολογιστεί και η βαθμίδα πίεσης λόγω επιτάχυνσης των φάσεων. Αν και η βαθμίδα αυτή είναι πολύ μικρή, εκτός από τις περιπτώσεις ροών υψηλών ταχυτήτων, πρέπει να περιλαμβάνεται στους υπολογισμούς ώστε να λαμβάνονται πιο ακριβή αποτελέσματα. Η βαθμίδα πίεσης λόγω επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση :

$$\frac{dP_A}{dz} = \frac{\rho_s \cdot V_m \cdot V_G}{P} \cdot \frac{dP}{dz} \tag{3.47}$$

Εναλλακτικά, ορίζοντας έναν συντελεστή επιτάχυνσης E_k , με τη σχέση :

$$E_k = \frac{\rho_s \cdot V_m \cdot V_G}{P} \tag{3.48}$$

μπορούμε να υπολογίσουμε τη συνολική βαθμίδα πίεσης, λόγω τριβής, βαρύτητας και επιτάχυνσης, από τη σχέση :

$$\frac{dP}{dz} = \frac{\frac{dP_A}{dz} + \frac{dP_F}{dz}}{1 - E_k} \tag{3.49}$$

3.6. Το μοντέλο των Baker-Jardine-Associates

Αυτό το μοντέλο έχει αναπτυχθεί από τους Baker-Jardine-Associates και στα επόμενα αναφέρεται για συντομία σαν μοντέλο BJA. Δεν περιλαμβάνει ειδικό τρόπο για την πρόβλεψη του είδους της ροής αλλά προτείνει να χρησιμοποιείται πρώτα ο ροϊκός χάρτης των Taitel-Dukler και κατόπιν να γίνεται ο υπολογισμός του κλάσματος κενού και της ολικής βαθμίδας πίεσης σε μια ροή αερίων-υγρών με ογκομετρική συγκέντρωση της υγρής φάσης μικρότερη από 0.1 .

Το μοντέλο έχει αναπτυχθεί για στρωματοποιημένη ροή (stratified flow) αλλά η χρήση του μπορεί να επεκταθεί και σε άλλα είδη ροής, με πολύ καλά αποτελέσματα.

Το μοντέλο BJA αποτελείται από δύο κύρια μέρη, το πρώτο από τα οποία χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό του βαθμού πληρότητας της υγρής φάσης και το δεύτερο για τον υπολογισμό της ολικής βαθμίδας πίεσης.

* **Απώλειες πίεσης λόγω τριβής**

Η συσχέτιση που προτείνει το μοντέλο BJA βασίζεται στην υπόθεση ότι για οριζόντια ή κεκλιμένη προς τα άνω ροή, μόνο ένα μέρος του υγρού, λ_L , κινείται ενώ το υπόλοιπο παραμένει στάσιμο.

Το κλάσμα της διατομής του αγωγού που καταλαμβάνει το στάσιμο υγρό ορίζεται από τη σχέση :

$$S_L = H_L - \lambda_L \tag{3.50}$$

και επομένως η ελεύθερη διατομή του αγωγού που είναι διαθέσιμη για τη ροή, θα είναι :

$$F_{TP} = 1 - S_L \tag{3.51}$$

οπότε η ενεργός διάμετρος του αγωγού, D_E, μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση :

$$D_E = D \cdot F_{TP}^{0.5} \tag{3.52}$$

Η πυκνότητα ρ_{TP} και το ιξώδες μ_{TP} του διφασικού μίγματος ορίζονται συναρτήσει ενός τροποποιημένου βαθμού πληρότητας της υγρής φάσης :

$$\rho_{TP} = \rho_L \cdot \lambda'_L + \rho_G \cdot \lambda'_G \tag{3.53}$$

$$\mu_{TP} = \mu_L \cdot \lambda'_L + \mu_G \cdot \lambda'_G \tag{3.54}$$

όπου :

$$\lambda'_L = \frac{\lambda_L}{F_{TP}} \tag{3.55}$$

και

$$\lambda'_G = 1 - \lambda'_L \tag{3.56}$$

Η ταχύτητα V_{TP} του διφασικού μίγματος υπολογίζεται από τη σχέση :

$$V_{TP} = \frac{Q_L + Q_G}{A \cdot F_{TP}} \tag{3.57}$$

όπου Q_G η παροχή όγκου της αέριας φάσης, Q_L η παροχή όγκου της υγρής φάσης και A η ολική διατομή του αγωγού. Σημειώνεται ότι το γινόμενο $A \cdot F_{TP}$ είναι η ελεύθερη διατομή του αγωγού, που είναι διαθέσιμη για τη ροή.

Έχοντας προσδιορίσει την ενεργό διάμετρο του αγωγού και τα μεγέθη της πυκνότητας, του ιξώδους και της ταχύτητας του διφασικού μίγματος, μπορούμε να υπολογίσουμε τον αριθμό Reynolds από τη σχέση :

$$Re_{TP} = \frac{D_E \cdot V_{TP} \cdot \rho_{TP}}{\mu_{TP}} \qquad (3.58)$$

Η ροή του αερίου πάνω από τη διαχωριστική επιφάνεια υγρού-αερίου προκαλεί τη δημιουργία κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού. Η ενεργός διεπιφανειακή τραχύτητα E_i , η οποία εμφανίζεται σαν αποτέλεσμα του σχηματισμού των κυμάτων στη διαχωριστική επιφάνεια, υπολογίζεται σύμφωνα με μια τροποποιημένη διαδικασία, που προτάθηκε από τους Duns και Ros.

Σύμφωνα με αυτή τη διαδικασία, ο προσδιορισμός της ενεργού διεπιφανειακής ταχύτητας βασίζεται στον υπολογισμό δύο αδιάστατων αριθμών, του αριθμού Weber, We, και του αριθμού ιξώδους του υγρού, N_μ , που ορίζονται από τις σχέσεις :

$$We = \frac{\rho_G \cdot V_G^2 \cdot E_i}{\sigma} \qquad (3.59)$$

$$N_\mu = \frac{\mu_L^2}{\rho_L \cdot \sigma \cdot E_i} \qquad (3.60)$$

όπου ρ_G η πυκνότητα της αέριας φάσης, ρ_L η πυκνότητα της υγρής φάσης, V_G η φαινομενική ταχύτητα του αερίου, μ_L το ιξώδες του υγρού και σ η επιφανειακή τάση.

Εάν το γινόμενο των αριθμών We και N_μ είναι μικρότερο ή ίσο με 0.005, τότε η ενεργός διεπιφανειακή τραχύτητα δίνεται από τη σχέση :

$$E_i = \frac{34 \cdot C_1 \cdot \sigma}{\rho_G \cdot V_m \cdot C_2} \qquad \text{για} \qquad We \cdot N_\mu \le 0.005 \qquad (3.61)$$

διαφορετικά :

$$E_i = \frac{170 \cdot C_1 \cdot \sigma \cdot \left(We \cdot N_\mu\right)^{0.3}}{\rho_G \cdot V_m \cdot C_2} \qquad \text{για} \qquad We \cdot N_\mu > 0.005 \qquad (3.62)$$

όπου C_1 και C_2 δύο σταθερές, που παίρνουν τις τιμές : C_1 =0.04 και C_2 =0.5 .

Οι τιμές της διεπιφανειακής τραχύτητας περιορίζονται μεταξύ ενός μέγιστου και ενός ελάχιστου ορίου, ως εξής :

- Όταν η υπολογισμένη τιμή της E_i είναι μικρότερη από την τραχύτητα του αγωγού E_p, τότε θεωρείται ότι :

$$E_i = E_p \quad \text{για} \quad E_i < E_p \tag{3.63}$$

- Όταν η υπολογισμένη τιμή της E_i είναι μεγαλύτερη από το μισό της διαμέτρου του αγωγού, τότε θεωρείται ότι :

$$E_i = \frac{D}{2} \quad \text{για} \quad E_i > \frac{D}{2} \tag{3.64}$$

- Όταν η υπολογισμένη τραχύτητα είναι μεγαλύτερη από το ένα τέταρτο του ύψους του υγρού στον αγωγό, τότε θεωρείται ότι :

$$E_i = \frac{h_L}{4} \quad \text{για} \quad E_i > \frac{h_L}{4} \tag{3.65}$$

Αφού προσδιοριστεί η ενεργός διεπιφανειακή τραχύτητα, υπολογίζεται η μέση τραχύτητα E_a από τη σχέση :

$$E_a = \frac{L_i \cdot E_i + L_G \cdot E_p}{L_i + L_G} \tag{3.66}$$

όπου :

$$L_i = D \cdot \sin(\theta/2) \tag{3.67}$$

$$L_G = \pi \cdot D - L_L \tag{3.68}$$

$$L_L = \theta \cdot \frac{D}{2} \tag{3.69}$$

Ο διφασικός συντελεστής τριβής μπορεί τώρα να υπολογισθεί από τη σχέση των Colebrook-White, ως εξής :

$$\frac{1}{f_{TP}^{0.5}} = 2 \cdot \log_{10}\left[\frac{2.51}{Re_{TP} \cdot f_{TP}^{0.5}} + \frac{(E/D)_e}{3.7}\right] \tag{3.70}$$

όπου :

$$(E/D)_e = \frac{E_a}{D_e} \tag{3.71}$$

Θεωρώντας ομογενή ροή και χρησιμοποιώντας τις μέσες τιμές των μεγεθών, όπως ορίσθηκαν παραπάνω, μπορούμε να υπολογίσουμε τη βαθμίδα πίεσης λόγω τριβής, από τη σχέση :

$$\frac{dP_F}{dz} = \frac{f_{TP} \cdot \rho_{TP} \cdot V_{TP}^2}{2 \cdot D_e} \tag{3.72}$$

* **Απώλειες πίεσης λόγω ανύψωσης**

Για κεκλιμένη προς τα κάτω ροή, θεωρείται ότι μόνο η αέρια φάση συνεισφέρει στην ανάκτηση της πίεσης και έτσι η βαθμίδα πίεσης λόγω ανύψωσης δίνεται από τη σχέση :

$$\frac{dP_G}{dz} = g \cdot \rho_G \cdot \sin a \tag{3.73}$$

όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας και a η κλίση του αγωγού ως προς το οριζόντιο επίπεδο.

Για οριζόντια ή κεκλιμένη προς τα πάνω ροή, θεωρείται ότι και η αέρια και η υγρή φάση συνεισφέρουν στην απώλεια πίεσης λόγω ανύψωσης, η οποία υπολογίζεται από τη σχέση :

$$\frac{dP_G}{dz} = g \cdot \rho_A \cdot \sin a \tag{3.74}$$

όπου :

$$\rho_A = \rho_L \cdot H_L + \rho_G \cdot (1 - H_L) \tag{3.75}$$

* **Απώλειες πίεσης λόγω επιτάχυνσης**

Οι απώλειες πίεσης λόγω επιτάχυνσης, οι οποίες είναι αμελητέες για ροές με συνήθεις τιμές των ταχυτήτων, μπορούν να υπολογιστούν θεωρώντας ομογενή ροή και

χρησιμοποιώντας τις μέσες τιμές των ροϊκών μεγεθών, όπως αυτές ορίστηκαν στα προηγούμενα.

* **Ολικές απώλειες πίεσης**

Η ολική βαθμίδα πίεσης είναι το άθροισμα των επιμέρους βαθμίδων πίεσης, λόγω τριβής, ανύψωσης και επιτάχυνσης, και δίνεται από τη σχέση :

$$\frac{dP}{dz} = \frac{dP_F}{dz} + \frac{dP_G}{dz} + \frac{dP_A}{dz} \tag{3.76}$$

3.7. Το μοντέλο των Dukler-Flanigan

Το μοντέλο που περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο (μοντέλο BJA) αποτελεί μια παραλλαγή του μοντέλου των Taitel-Dukler. Επομένως τα δύο μοντέλα είναι μάλλον ταυτόσημα και όπως αναμένεται, δίνουν παρόμοια αποτελέσματα. Χρησιμοποιούνται και τα δύο πάρα πολύ στη βιομηχανία πετρελαίου και φυσικού αερίου, σε αντίθεση με κάποια άλλα μοντέλα που αναπτύχθηκαν από πειραματικά αποτελέσματα για διφασική ροή αέρα-νερού σε αγωγούς μεγάλων αποστάσεων.

Η μέθοδος που παρουσιάζεται στο παρόν κεφάλαιο χρησιμοποιεί μια σχέση για τις απώλειες πίεσης λόγω τριβής, που προτάθηκε από τον Dukler και μια σχέση για τις απώλειες πίεσης λόγω ανύψωσης, που προτάθηκε από τον Flanigan. Επομένως οι συνολικές απώλειες πίεσης που συμβαίνουν κατά μήκος ενός αγωγού αποτελούνται από δύο συνιστώσες : λόγω τριβής και λόγω ανύψωσης, δηλαδή θεωρείται ότι οι απώλειες πίεσης λόγω επιτάχυνσης είναι αμελητέες.

- **Απώλειες πίεσης λόγω τριβής**

Σύμφωνα με τη μέθοδο που ανέπτυξε ο Dukler, οι απώλειες πίεσης λόγω τριβής δίνονται από τη σχέση :

$$\Delta P_F = \frac{f_n \cdot f_{TP} \cdot \rho_k \cdot V_m^{\,2} \cdot L_m}{0.146223 \cdot D} \tag{3.77}$$

όπου ΔP_F οι απώλειες πίεσης λόγω τριβής, f_n ο μονοφασικός συντελεστής τριβής, f_{TP} ο διφασικός συντελεστής τριβής, ρ_k η πυκνότητα του διφασικού μίγματος, V_m η ταχύτητα του μίγματος, L_m το μήκος του αγωγού και D η εσωτερική διάμετρος του αγωγού.

Η πυκνότητα του διφασικού μίγματος δίνεται από τη σχέση :

$$\rho_k = \frac{\rho_L \cdot \lambda_L^2}{H_{Ld}} + \frac{\rho_G \cdot (1-\lambda_L)^2}{1-H_{Ld}} \tag{3.78}$$

όπου ρ_G η πυκνότητα του αερίου, ρ_L η πυκνότητα του υγρού, H_{Ld} ο βαθμός πληρότητας της υγρής φάσης και λ_L η ρέουσα συγκέντρωση όγκου της υγρής φάσης, η οποία δίνεται από τη σχέση :

$$\lambda_L = \frac{Q_L}{Q_L + Q_G} \tag{3.79}$$

Ο μονοφασικός συντελεστής τριβής f_n δίνεται από τη σχέση :

$$f_n = 0.0056 + 0.5 \cdot (Re_y)^{-0.32} \tag{3.80}$$

όπου Re_y είναι ο αριθμός Reynolds του μίγματος, σύμφωνα με τη σχέση :

$$Re_y = \frac{124 \cdot \rho_k \cdot V_m \cdot D}{\mu_n} \tag{3.81}$$

με μ_n το ιξώδες του μίγματος, σύμφωνα με τη σχέση :

$$\mu_n = \mu_L \cdot \lambda_L + \mu_G \cdot (1-\lambda_L) \tag{3.82}$$

και μ_L και μ_G το ιξώδες του υγρού και του αερίου, αντίστοιχα.

Η ταχύτητα του μίγματος V_m υπολογίζεται από τη σχέση :

$$V_m = V_L + V_G \tag{3.83}$$

ενώ ο διφασικός συντελεστής τριβής f_{TP} υπολογίζεται σαν συνάρτηση της ρέουσας συγκέντρωσης όγκου της υγρής φάσης λ_L.

- **Απώλειες πίεσης λόγω ανύψωσης**

Οι απώλειες πίεσης λόγω ανύψωσης υπολογίζονται, σύμφωνα με τη μέθοδο του Flanigan, χρησιμοποιώντας τη σχέση :

$$\Delta P_G = \frac{\rho_L \cdot H_{Lf}}{144} \cdot \Sigma Z_e \tag{3.84}$$

όπου ΔP_G οι απώλειες πίεσης λόγω ανύψωσης, ρ_L η πυκνότητα του υγρού, H_{Lf} ο βαθμός πληρότητας της υγρής φάσης σύμφωνα με τον Flanigan, Z_e η κατακόρυφη υψομετρική διαφορά κάθε τμήματος του αγωγού και ΣZ_e το άθροισμα των υψομετρικών διαφορών όλων των τμημάτων του αγωγού.

Έχοντας υπολογίσει τις απώλειες πίεσης λόγω τριβής και ανύψωσης, μπορούμε να υπολογίσουμε τις συνολικές απώλειες πίεσης, προσθέτοντας τις δύο αυτές βαθμίδες :

$$\frac{dP}{dz} = \frac{dP_F}{dz} + \frac{dP_G}{dz} \qquad (3.85)$$

Επειδή οι ιδιότητες των ρευστών και οι βαθμοί πληρότητας των δύο φάσεων μεταβάλλονται πολύ γρήγορα, μπορούμε να βελτιώσουμε την ακρίβεια των αποτελεσμάτων της παραπάνω μεθόδου, εφαρμόζοντάς την τμηματικά (δηλαδή διαιρώντας τον αγωγό σε μικρού μήκους τμήματα και υπολογίζοντας χωριστά για κάθε τμήμα).

Η τεχνική αυτή εφαρμόζεται και κατά τη χρήση των άλλων μοντέλων για υπολογισμούς σε αγωγούς μεγάλου μήκους. Με τις αρχικές ροϊκές συνθήκες υπολογίζονται οι τιμές των ιδιοτήτων των ρευστών και κατόπιν οι απώλειες πίεσης για το πρώτο τμήμα του αγωγού, που έχει ένα εύλογο μήκος. Βάσει των υπολογισμών βρίσκονται οι ροϊκές συνθήκες, πίεσης και θερμοκρασίας, που επικρατούν στο τέλος του πρώτου τμήματος. Με τις νέες συνθήκες υπολογίζονται οι νέες τιμές των ιδιοτήτων των ρευστών και κατόπιν οι απώλειες πίεσης για το δεύτερο τμήμα του αγωγού. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για όλα τα τμήματα μέχρι το τέλος του αγωγού μεγάλου μήκους. Μεγάλος αριθμός τμημάτων, τα οποία δεν είναι απαραίτητο να έχουν το ίδιο μήκος, αυξάνει την ακρίβεια των υπολογισμών αλλά απαιτεί πολύ μεγαλύτερο χρόνο υπολογισμών. Από την εμπειρία πολλών υπολογισμών, αποκτάται το κριτήριο επιλογής ενός εύλογου αριθμού τμημάτων για τη βελτιστοποίηση των αποτελεσμάτων και του υπολογιστικού κόστους.