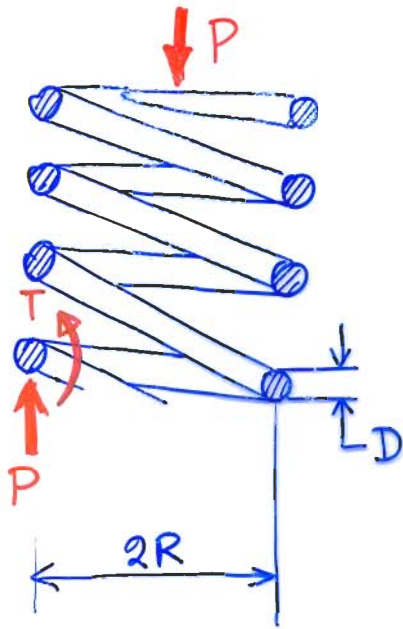


Κατάταξη ελατηρίων.

Γραφικά & μη Γραφικά
 Ελατήρια
 Διγραφικά

ΕΛΙΞΕΙΣ ΕΛΑΤΗΡΙΑ



$$\tau_{\max} = \pm \frac{T D}{J} + \frac{P}{A}$$

$$T = PR$$

$$J = \frac{\pi D^4}{32}$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$\tau = \frac{16PR}{\pi D^3} + \frac{4P}{\pi D^2} = K_t \frac{16PR}{\pi D^3}$$
$$K_t = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0.16}{C}$$

Ένερεια παραμόρφωσης

$$U = \frac{T^2 \ell}{2GJ} + \frac{P^2 \ell}{2AG}$$

$$T = PR, \ell = 2\pi RN$$
$$J = \frac{\pi D^4}{32}, A = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$U = \frac{32P^2 R^3 N}{D^4 G} + \frac{2P^2 RN}{D^2 G}$$

Θεώρημα Castigliano:

$$y = \frac{\partial U}{\partial P} = \frac{64PR^3 N}{D^4 G} + \frac{4PRN}{D^2 G}$$

$$= \frac{64PR^3 N}{D^4 G} \left(1 + \frac{1}{2C^2} \right) \approx \frac{64PR^3 N}{D^4 G}$$

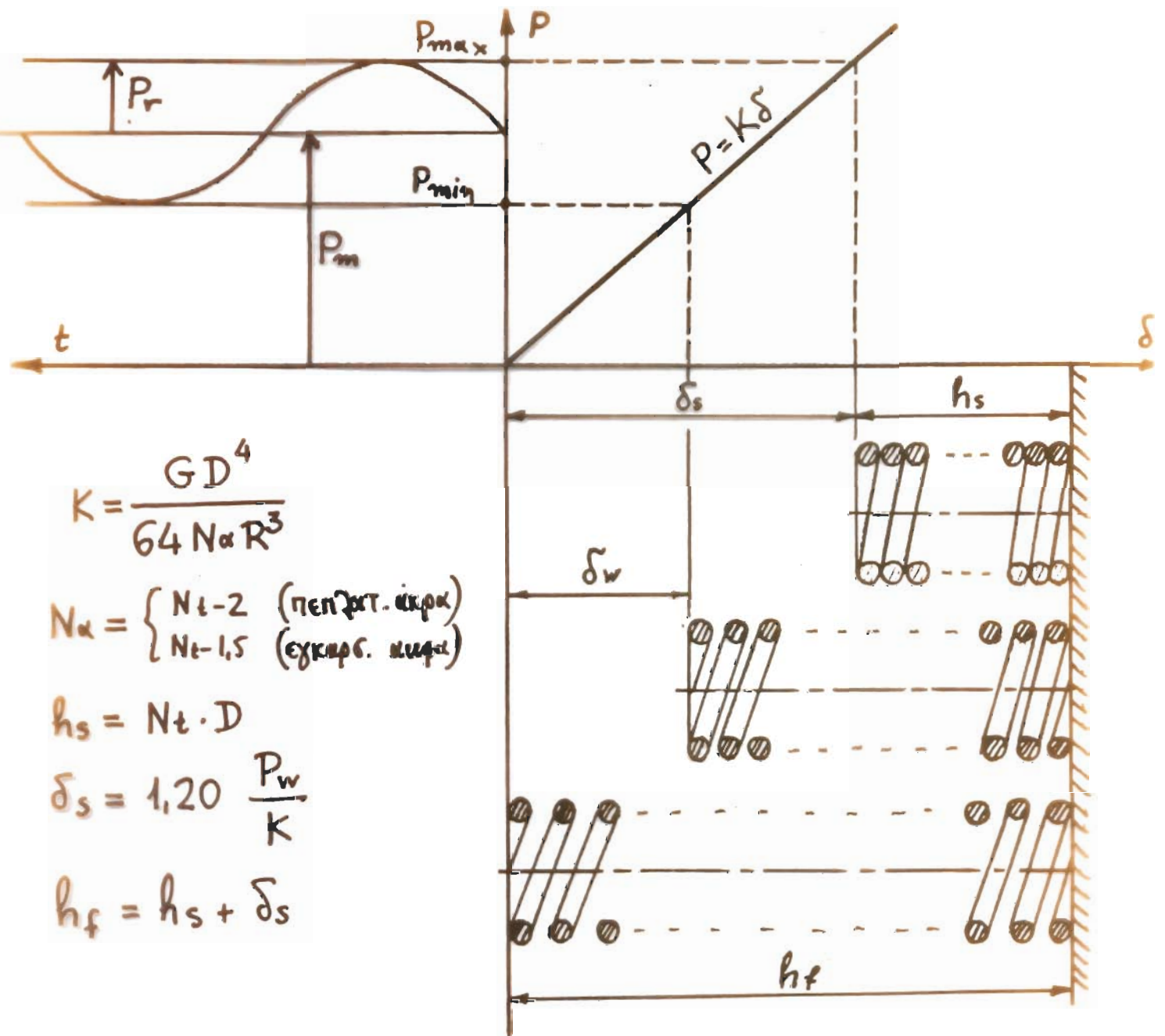
$$P = \left(\frac{D^4 G}{64R^3 N} \right) y$$

$$C = \frac{2R}{D}$$

$$k$$

Σταθερά ελατηρίου

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΦΟΡΤΙΣΗΣ ΕΛΑΤΗΡΙΩΝ



$$K = \frac{GD^4}{64 N \alpha R^3}$$

$$N \alpha = \begin{cases} N_t - 2 & (\text{περιφ. άκρα}) \\ N_t - 1,5 & (\text{εγκάρσ. άκρα}) \end{cases}$$

$$h_s = N_t \cdot D$$

$$\delta_s = 1,20 \frac{P_w}{K}$$

$$h_f = h_s + \delta_s$$

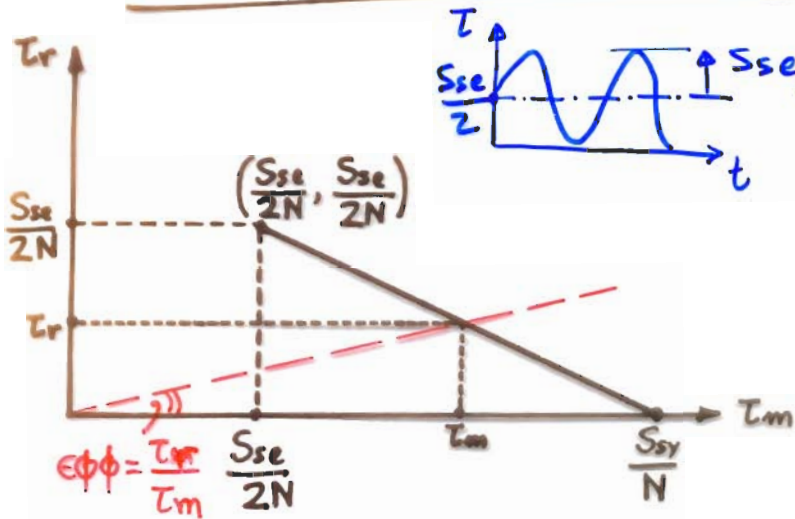
$$\tau = \frac{16PR}{\pi D^3}$$

$$\eta \quad \tau = \frac{16PR}{\pi D^3} k_t$$

$$k_t = \left(\frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0,615}{C} \right)$$

$$, C = \frac{2R}{D} \geq 5$$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΚΑΤΑΤΙΘΗΣΗ ΕΛΙΚΟΕΙΔΩΝ ΕΛΑΤΗΡΙΩΝ



$$\frac{T_r}{\left(\frac{S_{sy}}{N} - T_m\right)} = \frac{\frac{S_{se}}{2N}}{\frac{S_{sy}}{N} - \frac{S_{se}}{2N}}$$

$$T_r = \frac{\frac{1}{2} S_{se} \left(\frac{S_{sy}}{N} - T_m\right)}{S_{sy} - \frac{1}{2} S_{se}}$$

$$T_m = \frac{\frac{S_{sy}}{N}}{\frac{\left(\frac{T_r}{T_m}\right)(2S_{sy} - S_{se})}{S_{se}} + 1}$$

$$N = \frac{S_{sy} \cdot S_{se}}{T_r(2S_{sy} - S_{se}) + T_m S_{se}}$$

$$, D^2 = \frac{8 P_m C}{\pi T_m} k_t$$

Ιδιοσυχνότητα (μάζα - ελατήριο)

$$\omega_m = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \eta \quad f_m = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Ιδιοσυχνότητα ελατηρίου (μέ ίδιο βάρος)

$$\omega_m = \frac{nD}{8R^2 N \alpha} \sqrt{\frac{G}{2\rho}} \quad \eta \quad f_m = \frac{nD}{16\pi R^2 N \alpha} \sqrt{\frac{G}{2\rho}}$$

Ελεγχος φυσικών

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I_{eq}}{L^2}, \quad I_{eq} = \frac{LD^4}{128 N \alpha R (1 + \nu/2)}$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

$$L = h_f - (P/k)$$


$$\frac{\pi^2 E I_{eq}}{4L^2}$$


$$\frac{\pi^2 E I_{eq}}{L^2}$$


$$\frac{4\pi^2 E I_{eq}}{L^2}$$

11.4 Υλικά ελατηρίων

Η αντοχή σε θραύση για υλικά ελατηρίων δίνεται στο σχήμα 1. Αν δεν υπάρχουν άλλα στοιχεία:

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

όπου A , m σταθερές του υλικού και d η διάμετρος του σύρματος. Το όριο ροής βρίσκεται από την προσεγγιστική σχέση:

$$S_y = 0.75 S_{ut} \quad \text{και το όριο ροής σε διάτμηση:} \quad S_{sy} = 0.577 S_y \text{ (ΘΕΠ)}$$

Οι σταθερές A και m βρίσκονται από τον πίνακα:

ΥΛΙΚΟ	Διάμετρος (mm)	Εκθέτης M	Σταθερή A (MPa)
Music wire	0.10 - 6.5	0.146	2170
Oil tempered wire	0.50 - 12	0.186	1880
Harddrawn wire	0.70 - 12	0.192	1750
Chrome - Vanadium	0.80 - 12	0.167	2000
Chrome - Silicon	1.60 - 10	0.112	2000

Η διαρκής αντοχή δίνεται από τα διαγράμματα SMITH. Αν δεν υπάρχουν άλλα στοιχεία σύμφωνα με τον Zimmerli για χάλυβες ελατηρίων και άπειρη διάρκεια ζωής:

$$S'_{sn} = 310 \text{ MPa} \quad \text{για ελατήρια χωρίς σφυρηλασία}$$

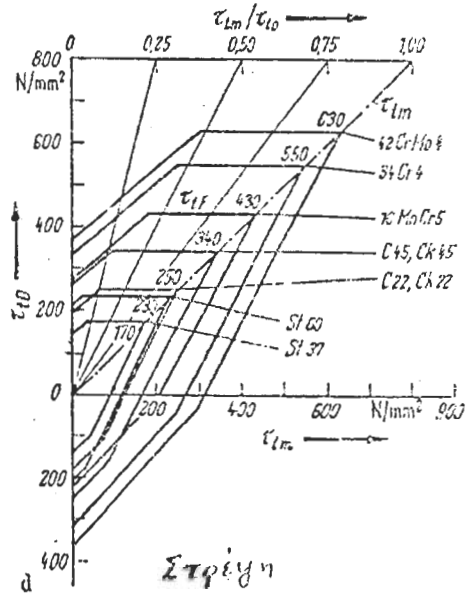
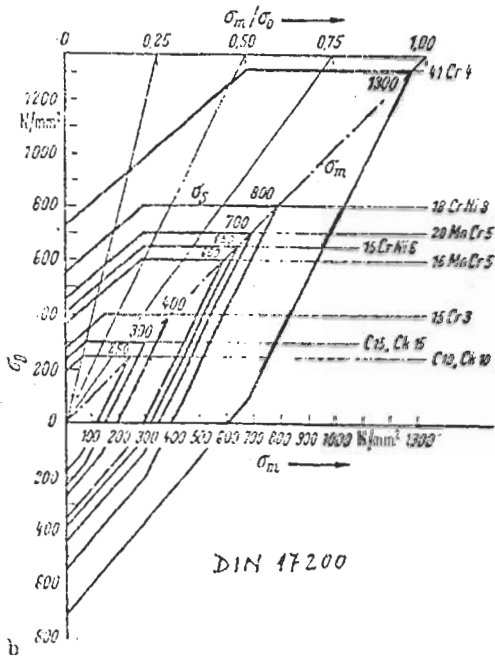
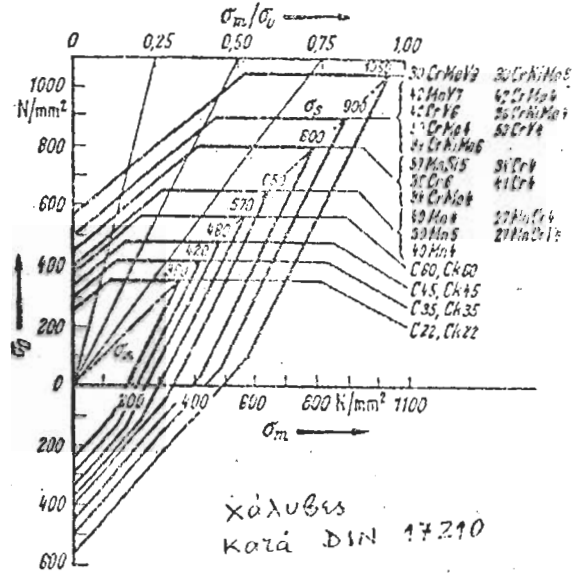
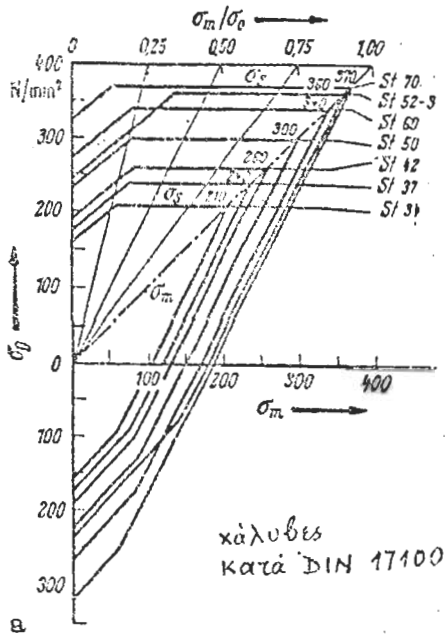
$$S'_{sn} = 465 \text{ MPa} \quad \text{για ελατήρια που έχουν υποστεί σφυρηλασία}$$

ΥΛΙΚΑ ΓΙΑ ΣΥΡΜΑΤΑ ΕΛΑΤΗΡΙΩΝ

ΟΝΟΜΑ ΚΑΝΟΝΙΣΜΟΙ	ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ - ΧΡΗΣΗ
Music wire Μουσικό σύρμα UNS G10850 AISI 1085 ASTM A228-51	Είναι το καλύτερο, ανθεκτικότερο και ευρέως χρησιμοποιούμενο υλικό για μικρά ελατήρια. Σε εναλλασσόμενη φόρτιση παρουσιάζει τη μεγαλύτερη διάρκεια ζωής απ' όλα τα άλλα υλικά. Διαθέσιμο σε διαμέτρους από 0.12 έως 3 mm. Δεν χρησιμοποιείται σε θερμοκρασίες μεγαλύτερες από 120°C και κάτω του μηδενός.
Oil tempered wire Σύρμα βαμμένο σε λάδι UNS G10660 AISI 6150 ASTM 229-41	Είναι χάλυβας ελατηρίων γενικής χρήσης. Χρησιμοποιείται για μεγαλύτερες διαμέτρους σύρματος. Διαθέσιμος σε διαμέτρους από 3 έως 12 mm. Ακατάλληλος για κρουστικά φορτία και για θερμοκρασίες κάτω του μηδενός ή πάνω από 180°C.
Hard-drawn wire Σύρμα ψυχρού τραβήγματος UNS G10660 AISI 1066 ASTM A227-47	Αυτός είναι ο φθηνότερος γενικής χρήσης χάλυβας ελατηρίων και πρέπει να χρησιμοποιείται όπου η διάρκεια ζωής, ακρίβεια και παραμόρφωση δεν παίζουν σημαντικό ρόλο. Διαθέσιμος σε διαμέτρους από 0.8 έως 12 mm. Ακατάλληλος για θερμοκρασίες κάτω του μηδενός και πάνω από 120°C.
Chrome - Vanadium Χρωμοβαναδιούχος χάλυβας UNS G61500 AISI 6150 ASTM 231-41	Είναι το πιο κοινό κράμα χάλυβα ελατηρίων για συνθήκες υψηλής τάσης, κατάλληλο και για κρούσεις. Χρησιμοποιείται για ελατήρια βαλβίδων μηχανών αεροπλάνων και για θερμοκρασίες μέχρι 220°C. Διαθέσιμος σε ανοπτημένη ή προβαμμένη μορφή και σε διαμέτρους από 0.8 έως 12 mm.
Chrom - Silicon Χρωμοπυριτιούχος χάλυβας UNS G92540 AISI 9254	Εξοχο υλικό για ελατήρια που καταπονούνται σε μεγάλες τάσεις, έχουν μεγάλη διάρκεια ζωής και φορτίζονται σε κρούση. Διαθέσιμο σε διαμέτρους από 0.8 έως 12 mm και χρησιμοποιείται σε θερμοκρασίες μέχρι 250°C.

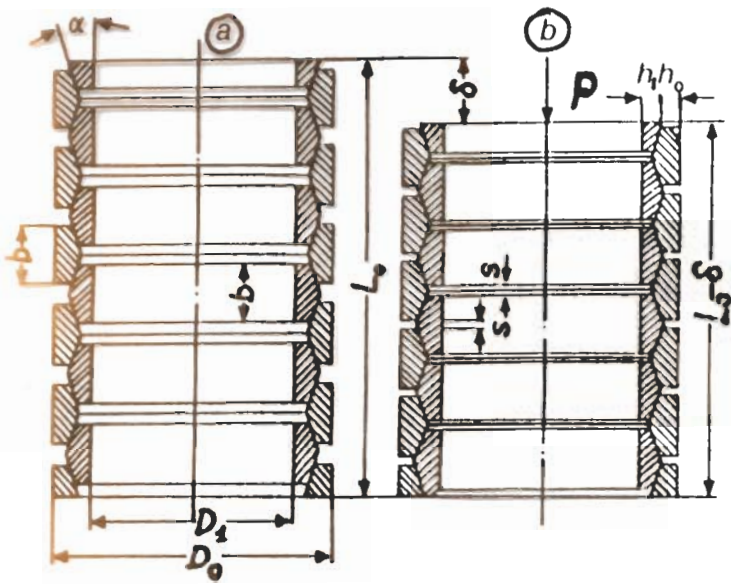
ΠΙΝΑΚΑΣ: ΧΑΛΥΒΕΣ ΕΛΑΤΗΡΙΩΝ

Χαρακτηρισμός	Τιμές αντοχής ⁴		Είδος	Χρήση
	σ_B^* Mpa	δ_5 %		
A ¹	1570...1890	40	Χαλύβδινο σύρμα	μέχρι 10 mm \emptyset , για σπάνια ταλαντευόμενη και λιγοστή σε ηρεμία, καταπόνηση
B ¹	1900...2260	40	Ελατό πατενταρισμένο	μέχρι 17 mm \emptyset , για ήρεμη και ελάχιστα ταλαντευόμενη καταπόνηση
C ¹	2270...2510	40	Μη κραματούχος με	μέχρι 17 mm \emptyset , ελατήρια πίεσης, έντασης, αρμών και μορφών σε υψηλή καταπόνηση
II ¹	2450...2750	40	0,6 - 1% C	μέχρι 2 mm \emptyset , και για ταλαντευόμενη καταπόνηση
FD ²	1770...1960	45 ³	Ελατός και βαμμένος χάλυβας ελατηρίων	μέχρι 14 mm \emptyset , ελατήρια που δουλεύουν στα όρια χρονικής αντοχής
VD ²	1670...1810	45 ³		μέχρι 7,5 mm \emptyset , σύρμα ελατηρίων βαλβίδων για ελατήρια δύσκολα στο τύλιγμα
38Si6	1180...1370	6	Θερμοδιαμορφωμένος χάλυβας ποιότητας	για μεγαλύτερες διατομές, δισκοειδή ελατήρια και φυλλοειδή ελατήρια οχημάτων
46Si7	1280...1470	6		
51Si7	1280...1470	6		
65Si7	1280...1470	6		βαθύτερη σκλήρυνση με προσθήκη Mn
60SiMn5	1320...1520	6		
67SiCr7	1470...1670	5	Θερμοδιαμορφωμένος χάλυβας ανώτερης ποιότητας	Ισχυρά καταπονούμενα φυλλοειδή ελατήρια κοχλίων, ελατήρια σχήματος ράβδου περιστροφής
50CrV4	1320...1670	6		
C53	1180...1370	6	Ψυχροελατός χάλυβας ποιότητας σε λωρίδες	μη κραματούχος χάλυβας για πιο λεπτές λωρίδες
C67	1180...1370	6		
55Si7	1570...1960	6		Φυλλοειδή ελατήρια φορτηγών αυτοκινήτων μέχρι 7 mm πάχος
65Si7	1670...2160	6		Φυλλοειδή ελατήρια φορτηγών αυτοκινήτων άνω των 7 mm πάχος
Ck53	1180...1370	7	Χάλυβας ανώτερης ποιότητας	λεπτότερες λωρίδες
Ck67	1370...1620	6	Ψυχροελατή λωρίδα	ισχυρά καταπονούμενα φυλλοειδή ελατήρια. Φυλλοειδή ελατήρια σε μέγιστη καταπόνηση
Mk101	1770...2350	5		Φυλλοειδή ελατήρια σε μέγιστη καταπόνηση
67SiCr5	1860...2350	4		
50CrV4	1670...2260	5		Φυλλοειδή ελατήρια σε μέγιστη καταπόνηση
X12CrNi17 7	1570...1770 ⁵	-	Ψυχροελκόμενα	ανθεκτικός σε οξείδωση άλλα ιδιαίτερα χημικά είδη βλ. DIN 17224
65WMo34 8	1370...1670	-		θερμανθεκτικός, όριο διαρροής μέχρι τους 550°C στα 200 N/mm ²



Σχήμα 1-1: Διαγράμματα Smith (Γερμανικές Προδιαγραφές).

ΔΑΚΤΥΛΙΟΕΙΔΗ ΕΛΑΤΗΡΙΑ



Εξωτερικό δακτυλίδι :

$$\sigma_1 = \frac{P}{\pi b \tan(\alpha + \rho) h_0}$$

Εσωτερικό δακτυλίδι :

$$\sigma_i = \frac{P}{\pi b \tan(\alpha + \rho) h_1}$$

$$\delta = \frac{(N_s - 1) P \left(\frac{D_0}{h_0} + \frac{D_1}{h_1} \right)}{2 \pi b E \tan \alpha \cdot \tan(\alpha + \rho)}$$

$$k = \frac{P}{\delta}$$

και

$\tan \rho = f$ (συν. τριβής).

ΡΑΒΔΟΙ ΣΤΡΕΨΗΣ

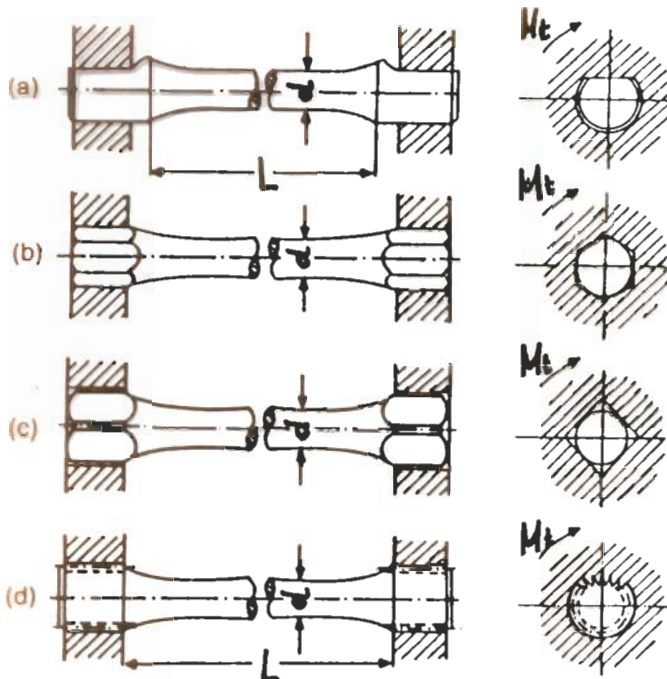




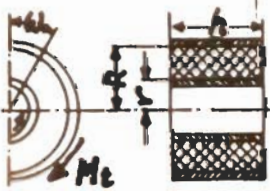
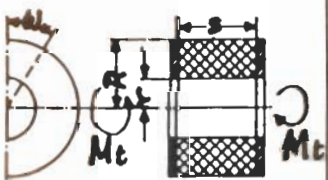
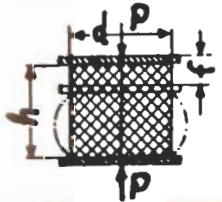
Figure 9.24 Design equations for torsion bars. (Niemann 1965)

$$\tau_{max} = \frac{16 M_t}{\pi d^3}$$

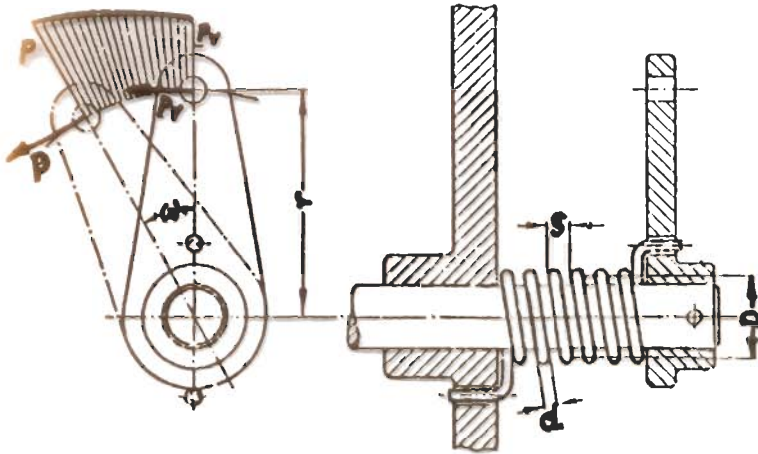
$$\varphi = \frac{M_t L}{G I_p}$$

$$k_T = \frac{M_t}{\varphi} = \frac{G \pi d^3}{16 L}$$

ΕΛΑΤΗΡΙΑ ΑΠΟ ΚΑΟΥΤΣΟΥΚ

(a)		$\tau = \gamma G$ $f = s \tan\left(\frac{P}{F \cdot G}\right)$ $G = 5 \div 10 \text{ N/mm}^2$														
(b)		$\tau = P/F$ $f = \frac{P \ln(D/d)}{k 2\pi G}$														
		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">$f/(D-d)$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">0,1</td> <td style="padding: 5px;">0,2</td> <td style="padding: 5px;">0,3</td> <td style="padding: 5px;">0,4</td> <td style="padding: 5px;">0,5</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">k</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">0,93</td> <td style="padding: 5px;">0,89</td> <td style="padding: 5px;">0,84</td> <td style="padding: 5px;">0,81</td> <td style="padding: 5px;">0,8</td> </tr> </table>	$f/(D-d)$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	k	1	0,93	0,89	0,84	0,81	0,8
$f/(D-d)$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5										
k	1	0,93	0,89	0,84	0,81	0,8										
(c)		$\tau = \frac{M_t}{F r}$ $w = \frac{M_t}{4\pi h G} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{R^2} \right)$														
(d)		$\tau = w \frac{R}{s} G$ $w \approx 0,05 \frac{M_t s}{(R^4 - r^4) G}$														
(e)		$\sigma = \frac{P}{F}$ $f = \frac{P h}{F \cdot 6.5 G}$														

ΣΤΡΕΠΤΙΚΑ ΕΛΑΤΗΡΙΑ

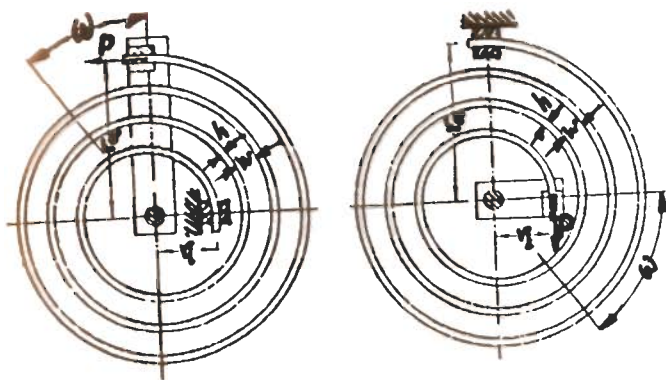
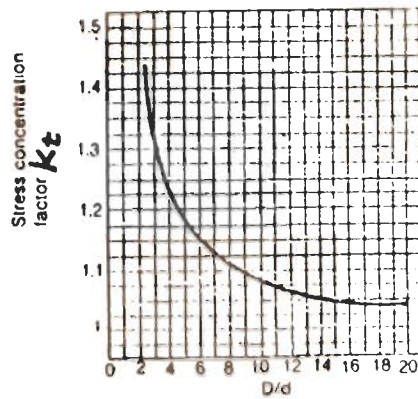


$$\sigma_{max} = \frac{Mk_t}{nd^3/32}$$

$$w = \frac{Mr}{EI} = \frac{MDN\alpha}{Ed^3/32}$$

$$k_T = \frac{M}{w} = \frac{Ed^3}{32DN\alpha}$$

$$s < D/4$$

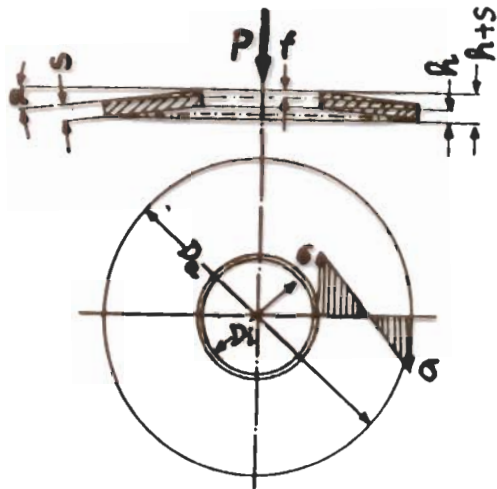


$$\sigma_{max} = \frac{Mk_t}{bh^2/6}$$

$$w = \frac{ML}{EI}$$

$$k_T = \frac{M}{w} = \frac{Eb h^3}{12L}$$

BELLEVILLE ΕΛΑΤΗΡΙΑ



ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΣΗ ΤΑΣΕΩΝ

D_{α}/D_i	α	β	γ
1.2	0.20	1.00	1.04
1.4	0.45	1.07	1.13
1.6	0.56	1.12	1.22
1.8	0.64	1.17	1.30
2.0	0.70	1.22	1.38
2.2	0.74	1.27	1.46
2.4	0.76	1.31	1.53
2.6	0.77	1.35	1.60
2.8	0.78	1.39	1.67
3.0	0.79	1.43	1.74
3.2	0.79	1.47	1.81
3.4	0.80	1.50	1.88
3.6	0.80	1.54	1.94
3.8	0.80	1.57	2.00
4.0	0.80	1.61	2.07
4.2	0.80	1.64	2.13
4.4	0.80	1.67	2.19
4.6	0.80	1.70	2.25
4.8	0.79	1.73	2.32
5.0	0.78	1.76	2.37

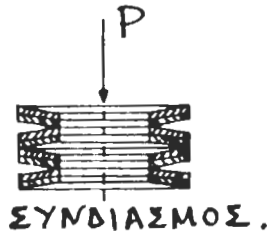
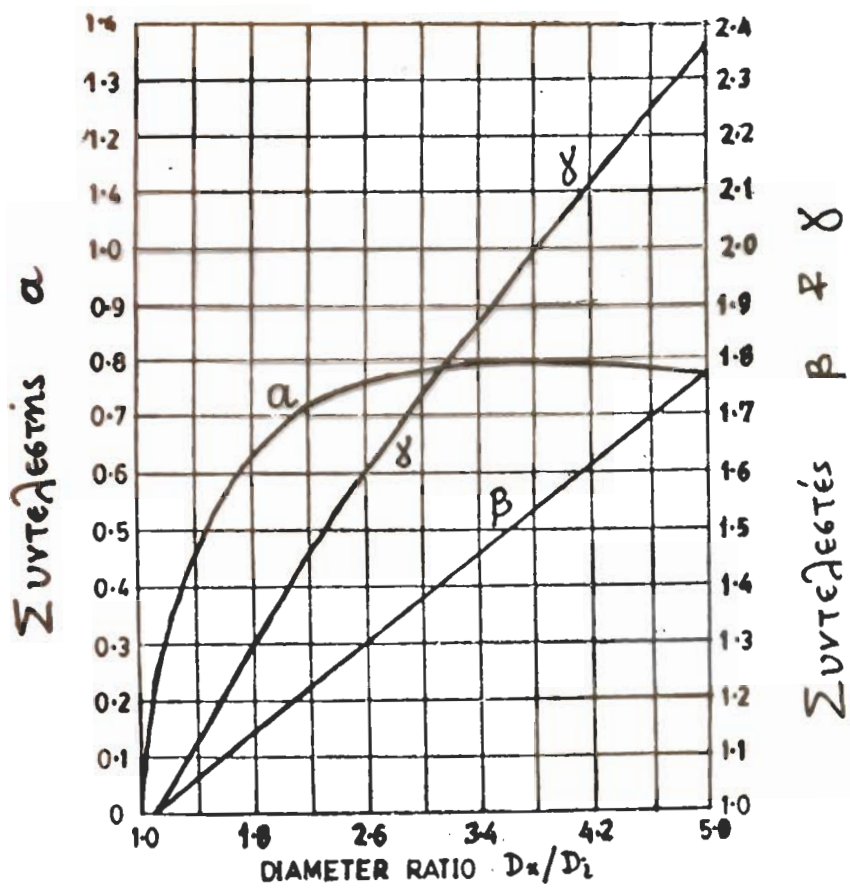


Figure 9.22 Design equations for Belleville springs

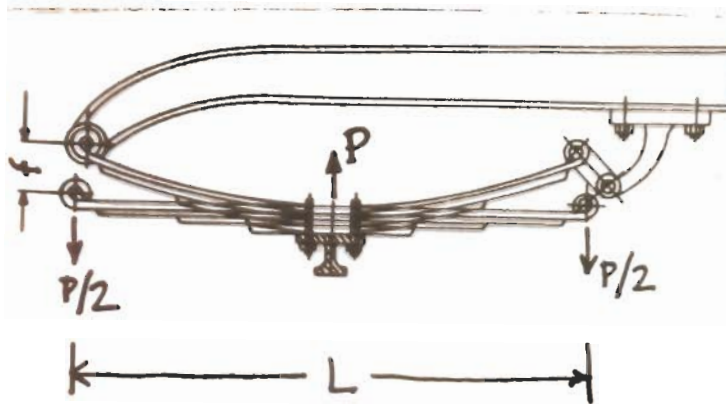
$$\sigma = \frac{4E}{\alpha(1-\nu^2)} \cdot \frac{s^2}{D_{\alpha}^2} \cdot \frac{f}{s} \left[\beta \left(\frac{h}{s} - 0,5 \frac{f}{s} \right) + \gamma \right]$$

$$P = \frac{4E}{\alpha(1-\nu^2)} \cdot \frac{s^4}{D_{\alpha}^2} \cdot \frac{f}{s} \left[\left(\frac{h}{s} - \frac{f}{s} \right) \left(\frac{h}{s} - 0,5 \frac{f}{s} \right) + 1 \right]$$

$$k = \frac{P}{f} = \frac{4E}{\alpha(1-\nu^2)} \cdot \frac{s^3}{D_{\alpha}^2} \left[\left(\frac{h}{s} \right)^2 - 3 \frac{h}{s} \frac{f}{s} + 1,5 \left(\frac{f}{s} \right)^2 + 1 \right]$$



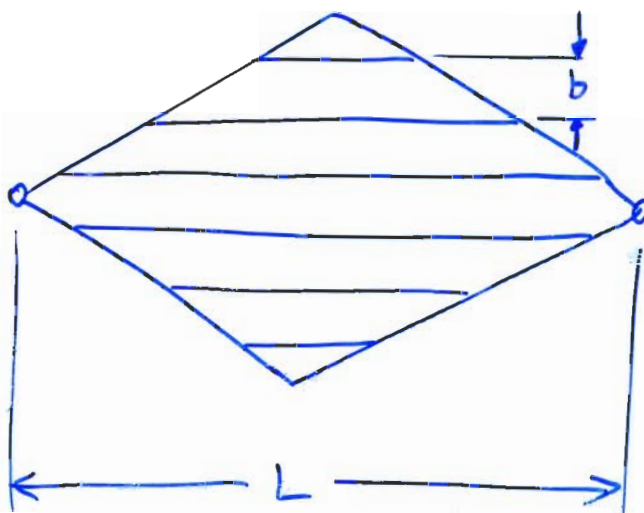
ΦΥΛΛΟΤΑ ΕΛΑΤΗΡΙΑ



$$\sigma_{max} = \frac{3PL}{2\eta bh^2} \leq \frac{S_y}{N}$$

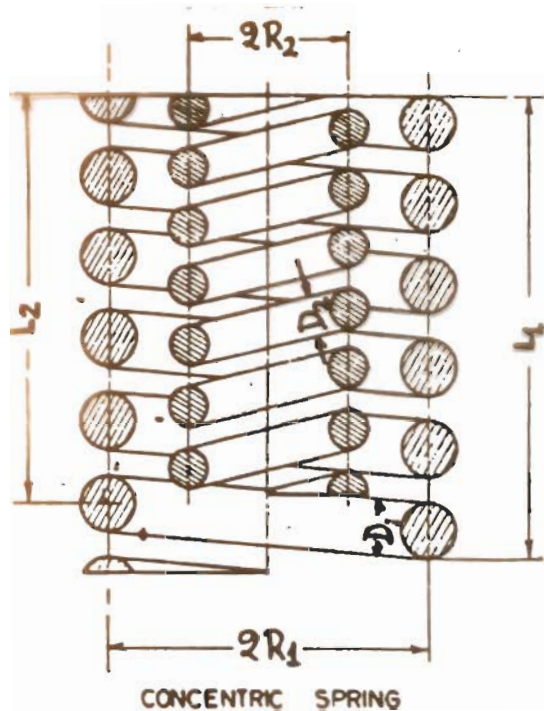
$$f = \frac{k PL^3}{4E\eta bh^3} \quad , \quad \left(\begin{array}{l} k = 1,25 \div 1,5 \\ \eta = \text{αριθμός λαφίων} \end{array} \right)$$

$$k_t = \frac{4E\eta bh^3}{kL^3}$$



h πάχος

ΟΜΟΚΕΝΤΡΑ ΕΛΙΚΟΕΙΔΗ ΕΛΑΤΗΡΙΑ



$$L_1 = L_2$$

$$\tau_1 = \frac{16 P_1 R_1}{\pi D_1^3} k_{t1}$$

$$\tau_2 = \frac{16 P_2 R_2}{\pi D_2^3} k_{t2}$$

α) Ισες τάσεις στα ελατήρια
Για $\tau_1 = \tau_2$ & $k_{t1} \approx k_{t2}$

$$\frac{P_1 R_1}{D_1^3} = \frac{P_2 R_2}{D_2^3} \quad (1)$$

Υλικά ελατηρίων

Αντοχή σε θραύση υλικών ελατηρίων: $S_{ut} = \frac{A}{d^m}$

όπου

A , m σταθερές του υλικού από Πίνακα

d η διάμετρος του σύρματος.

Το όριο ροής : $S_y = 0.75 S_{ut}$

Το όριο ροής σε διάτμηση: $S_{sy} = 0.577 S_y$ (ΘΙΕΠ)

Οι σταθερές A και m βρίσκονται από τον πίνακα:

ΥΛΙΚΟ	Διάμετρος (mm)	Εκθέτης m	Σταθερή A (MPa)
Music wire	0.10 - 6.5	0.146	2170
Oil tempered wire	0.50 - 12	0.186	1880
Harddrawn wire	0.70 - 12	0.192	1750
Chrome – Vanad	0.80 - 12	0.167	2000
Chrome – Silicon	1.60 - 10	0.112	2000

Η διαρκής αντοχή δίνεται από τα διαγράμματα SMITH. Αν δεν υπάρχουν άλλα στοιχεία σύμφωνα με τον Zimmerli για χάλυβες ελατηρίων και άπειρη διάρκεια ζωής:

$S'_{sn} = 310 \text{MPa}$ για ελατήρια χωρίς σφυρηλασία

$S'_{sn} = 465 \text{MPa}$ για ελατήρια που έχουν υποστεί σφυρηλασία