

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6**

### **ΚΑΥΣΗ ΑΕΡΙΩΝ ΣΤΡΩΤΩΝ ΦΛΟΓΩΝ ΔΙΑΧΥΣΗΣ**

Σαν φλόγα διάχυσης μπορεί να καθορισθεί μια φλόγα όπου το καύσιμο και το οξειδωτικό είναι αρχικά διαχωρισμένα (μη προαναμιγμένα). Για παράδειγμα μια λεκάνη με πετρέλαιο που καίγεται στον αέρα, ένα αναμμένο κερί, μια σταγόνα καύσιμου που καίγεται σε οξυγόνο ή κάρβουνο που καίγεται στον αέρα, όλα αναπαράγουν μια φλόγα διάχυσης. Συνήθως στις φλόγες διάχυσης θεωρείται ότι ο ρυθμός ανάμιξης είναι αργότερος από το ρυθμό χημικής αντίδρασης ο οποίος θεωρείται απειροστά γρήγορος (κεφ. 4.1). Οι φλόγες διάχυσης μπορεί να είναι είτε στρωτές είτε τυρβώδεις. Σ' αυτό το κεφάλαιο θα εξετάσουμε τις στρωτές φλόγες διάχυσης (Strehlow (1968), Glassman (1977), Kuo (1986), Turns (1996)).

#### **6.1 Αναλυτική επίλυση στρωτών φλογών διάχυσης μέσω της θεωρίας των Burke-Schumann**

Οι Burke-Schumann (B-S) θεώρησαν ένα σύστημα τροφοδοσίας συρρεουσών δεσμών καυσίμου και οξειδωτικού, μέσα από συγκεντρικούς σωλήνες, όπως φαίνεται στο σχήμα 6.1. Μπορεί να προκύψουν δύο μορφές φλόγας, ανάλογα με το αν υπάρχει υπερεπάρκεια αέρα (υπεραεριζόμενη φλόγα – over ventilated), ή έλλειψη αέρα (υποαεριζόμενη φλόγα – under ventilated).

Τυπικά χαρακτηριστικά της δομής μιας φλόγας διάχυσης δείχνονται στο σχήμα 6.2. Θεωρούμε ότι η χημική αντίδραση λαμβάνει χώρα στιγμιαία με την επαφή καυσίμου – οξειδωτή επάνω σε μια λεπτή επιφάνεια υπονοώντας ότι η χημική αντίδραση πληρούται σε μια πολύ λεπτή ζώνη και ότι πολύ λίγο καύσιμο και οξυγόνο διεισδύουν μέσω του λεπτού αυτού μετώπου της φλόγας. Η επιφάνεια της φλόγας μπορεί να προσδιορισθεί σαν την επιφάνεια όπου καύσιμο και οξειδωτικό προσέρχονται υπό στοιχειομετρική αναλογία και αντιδρώντας με απειροστά γοργό ρυθμό, καταναλώνονται για την παραγωγή των προϊόντων (σ' αυτήν την επιφάνεια συνεπώς δεν μπορεί να υπάρχουν ούτε καύσιμο, ούτε οξειδωτικό παρά μόνο προϊόντα).

Κατά την ανάλυση των Burke-Schumann χρησιμοποιείται η εξίσωση διατήρησης του συστατικού, π.χ. του καυσίμου, από το κεφάλαιο 3, εξ. (3.20).

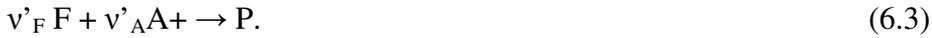
Για αξονοσυμμετρικές κυλινδρικές συντεταγμένες η ανωτέρω εξίσωση γράφεται :

$$\frac{\partial \rho_F}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \rho D r \frac{\partial Y_F}{\partial r} \right) - \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial \langle r \rho_F V_r \rangle}{\partial r} + \frac{\partial \rho_F V_z}{\partial z} \right] - \omega_F \quad (6.1)$$

Αγνοείται η διάχυση στην αξονική διεύθυνση, εφ' όσον  $\frac{\partial^2 Y_F}{\partial z^2} \ll \frac{\partial^2 Y_F}{\partial r^2}$ , και το γινόμενο  $\rho D$  ( $D$ =συντελεστής διάχυσης μάζας) θεωρείται σε πρώτη προσέγγιση ανεξάρτητο της θερμοκρασίας. Η εξ. 6.1, θεωρώντας μόνιμη κατάσταση,  $\frac{\partial \rho_F}{\partial t} = 0$ , και χρησιμοποιώντας τη συνολική εξίσωση συνέχειας, εξ. (3.18), μπορεί να μετασχηματισθεί ως:

$$\frac{\rho D}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial Y_F}{\partial r} \right) - \left( \frac{\rho V_r}{r} \right) r \frac{\partial Y_F}{\partial r} - (\rho V_z) \frac{\partial Y_F}{\partial z} = \omega_F \quad (6.2)$$

Θεωρούμε ότι η καύση μπορεί να παρασταθεί από μια συνολική (global) αντίδραση του τύπου:



Τότε η αντίστοιχη εξίσωση διατήρησης για τον αέρα μπορεί να γραφεί:

$$\frac{\rho D}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial Y_A}{\partial r} \right) - \langle \rho V_z \rangle \frac{\partial Y_A}{\partial z} = \omega_A = \frac{\omega_F}{\Phi} \quad (6.4)$$

όπου  $\Phi$  είναι ο στοιχειομετρικός λόγος ( $v'_F M W_F$ )/( $v'_A M W_A$ ).

Χρησιμοποιώντας την γενική μορφή της εξίσωσης ενέργειας, από το κεφάλαιο 3.5, και υποθέτοντας μόνιμη κατάσταση, σταθερή πίεση, μικρή ακτινική ταχύτητα,  $V_r$ , και αμελητέα αγωγή θερμότητας, η εξίσωση ενέργειας γίνεται:

$$\frac{k}{c_p} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial c_p T}{\partial r} \right] - \langle \rho V_z \rangle \frac{\partial \langle c_p T \rangle}{\partial z} = -\omega_F \Delta H_r = -\frac{\omega_A}{\Phi} \Delta H_r \quad (6.5)$$

όπου  $\Delta H_r$  είναι η θερμότητα αντίδρασης ανά μονάδα μάζας του καυσίμου (F).

Εδώ θα κάνουμε χρήση των βαθμωτών κλασμάτων μάζης (conserved scalar) από το Κεφάλαιο 1, που είναι χρήσιμα στην επίλυση των εξισώσεων προβλημάτων φλογών διάχυσης, ιδιαίτερα στα πλαίσια ενός συστήματος διρευματικής ανάμιξης. Αυτή η διαδικασία μας βοηθά να λύσουμε τις γραμμικές εξισώσεις που συσχετίζουν ροϊκές μεταβλητές που δεν έχουν όρους πηγής ή απαγωγής (source terms), με χημικές μεταβλητές (όπως τους ρυθμούς παραγωγής ή κατανάλωσης των συστατικών  $\omega_i$ ) και να υπολογίσουμε τους ρυθμούς αυτούς αντίδρασης έμμεσα. Ένα τέτοιο διατηρούμενο βαθμωτό είναι και η σύνθετη έκφραση

$$f = c_p T + Y_A \frac{\Delta H_r}{\Phi} \quad (6.6)$$

θεωρώντας τον αριθμό Lewis,  $Le=1$  έχουμε ότι  $\rho D = \frac{k}{c_p}$  και η εξίσωση ενέργειας

(6.4) γράφεται:

$$\frac{\rho D}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial \langle c_p T \rangle}{\partial r} \right] - \rho V_z \frac{\partial \langle c_p T \rangle}{\partial z} = -\frac{\omega_A}{\Phi} \Delta H_r \quad (6.7)$$

συνδυάζοντας τις εξισώσεις (6.2) και (6.6), λαμβάνουμε :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \rho D \left[ r \frac{\partial}{\partial r} \left( c_p T + \frac{Y_A \Delta H_r}{\Phi} \right) \right] \right\} - \rho V_z \frac{\partial}{\partial z} \left( c_p T + Y_A \frac{\Delta H_r}{\Phi} \right) = 0 \quad (6.8)$$

Παρατηρούμε ότι αυτή η διαφορική εξίσωση δεν έχει όρο πηγής ή απαγωγής, δηλαδή είναι γραμμική. Εάν όλες οι διατηρούμενες βαθμωτές ποσότητες είναι γραμμικά συνδεμένες μεταξύ τους, τότε επιλύοντας για τη μία λαμβάνουμε τις υπόλοιπες, και είναι θέμα επιλογής ως προς ποιά θα επιλύσουμε.

Κάνοντας μια σειρά από υποθέσεις, οι Burke-Schumann (π.χ. Kuo (1986), Turns (1996)) επέλυσαν τις ανωτέρω εξισώσεις για να βρουν το σχήμα της φλόγας για διάφορες συνθήκες. Οι υποθέσεις αυτές είναι:

1. Οι ταχύτητες του αέρα και του καυσίμου είναι σταθερές, ίσες και ομοιόμορφης κατανομής στην έξοδο του καυστήρα.
2. Μηδενικές τριβές στον εξωτερικό σωλήνα.
3. Το μέγεθος  $\rho D$  είναι σταθερό.
4. Η αξονική διάχυση είναι αμελητέα  $\frac{\partial^2 Y_F}{\partial z^2} \ll \frac{\partial^2 Y_F}{\partial r^2}$ .
5. Η ταχύτητα  $V_r=0$ .
6. Η αντίδραση λαμβάνει χώρα στην περιοχή  $\Phi = \frac{F}{A} = 1$  (στην επιφάνεια της φλόγας).
7. Η άνωση είναι αμελητέα,  $g \approx 0$ .

Με αυτές τις απλοποιήσεις καταλήγουμε σε μια απλή διαφορική εξίσωση της μορφής

$$V_z \frac{\partial}{\partial z} (f) = D \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial}{\partial r} (f) \right] \quad \eta \quad \left( \frac{V_z}{D} \right) \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial f}{\partial r} \right) = 0 \quad (6.9)$$

Οι οριακές συνθήκες για την εξ. (6.8), βάσει της γεωμετρίας του σχήματος 6.1, είναι :

$$f = \frac{-(Y_F)_{z=0}}{MW_F v'_F} \quad \text{στο } z = 0, \quad 0 \leq r \leq R_1 \quad (6.10)$$

$$f = \frac{(Y_A)_{z=0}}{MW_A v'_A} \quad \text{στο } z = 0, R_1 \leq r \leq R_s \quad \text{όπου } R_s \text{ η επιφάνεια φλογας} \quad (6.11)$$

$$\frac{\partial f}{\partial r} = 0 \quad \text{στο } r = 0, \quad z > 0 \quad \text{και στο } r=R_s, \quad z > 0 \quad (6.12)$$

Εισάγοντας τις αδιάστατες συντεταγμένες (Kuo, 1986):

$$\beta = \frac{r}{R_s} \quad (6.13)$$

$$\lambda = \frac{zD}{V_z R_s^2}$$

και ορίζοντας τις αδιάστατες παραμέτρους:

$$\sigma = \frac{R_j}{R_s} \quad (6.14)$$

$$\pi = \frac{(Y_A)_{z=0} \cdot MW_F V_F'}{(Y_F)_{z=0} \cdot MW_F V_O'}$$

και την αδιάστατη εξαρτημένη μεταβλητή:

$$\zeta = f \frac{MW_F V_F'}{(Y_F)_{z=0}} \quad (6.15)$$

λαμβάνουμε την νέα μορφή της εξίσωσης (6.8)

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \beta \frac{\partial \zeta}{\partial \beta} \right) \quad (6.16)$$

με

$$\zeta = \begin{cases} 1 & \text{στο } \lambda = 0, \quad 1 \leq \beta < \sigma \\ -\pi & \text{στο } \lambda = 0, \quad \sigma < \beta < 1 \end{cases} \quad (6.17)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \beta} = 0 \quad \text{στο } \beta = 1 \quad \text{και στο } \beta = 0, \quad \lambda > 0 \quad (6.18)$$

Η οποία επιδέχεται αναλυτικής λύσης κάνοντας χρήση των συναρτήσεων Bessel; οι συναρτήσεις Bessel του πρώτου είδους (τάξεως 0 και 1 αντίστοιχα)  $J_0$  και  $J_1$  είναι λύσεις της ανωτέρω διαφορικής εξίσωσης. Η τελική λύση για το  $\zeta$  δίδεται σε δυναμοσειρά και λαμβάνουμε μια σειρά από σχήματα επιφανειών φλογών. Η ανωτέρω αντιμετώπιση καταδεικνύει την δυνατότητα, σε μερικές περιπτώσεις και κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις, να απλοποιηθεί η αντιμετώπιση προβλημάτων μη προμιγμένης καύσης.

## 6.2 Καύση στρωτών φλογών διάχυσης τύπου δέσμης (Jet)

Στην πλειονότητα των τεχνολογικών εφαρμογών π.χ. στην μεταλλουργία, σε διυλιστήρια, εστίες και φούρνους, λέβητες, μηχανές πρόωσης ramjet, στροβιλοκινητήρες η ακόμη και σε πυρκαγιές είναι κοινότυπη θερμοροική διαμόρφωση μια δέσμη αερίου καυσίμου να καίγεται σε οξειδωτική ατμόσφαιρα. Υπό την προϋπόθεση ότι δεν υπάρχει εγκάρσια ροή ή ανωστικές δυνάμεις, και ότι ο περιβάλλον αέρας ρέει παράλληλα προς το καύσιμο ή είναι ακίνητος, η φλόγα διάχυσης jet είναι ουσιαστικά η ίδια με την

προαναφερθείσα φλόγα Burke-Schumann με η χωρίς τον εξωτερικό σωλήνα της συρρέουσας ροής αέρα. Η διαμόρφωση μιας φλόγας τύπου δέσμης καυσίμου μεθανίου δείχνεται στο σχήμα 6.3. Κατ' αρχήν θα μελετήσουμε και αναλύσουμε τα χαρακτηριστικά ανάμιξης μιας αδρανούς στρωτής δέσμης (jet) με αέρα.

### 6.2.1 Ανάμιξη στρωτού αδρανούς Jet

Μια αέρια δέσμη με ομοιόμορφο προφίλ ταχύτητας εκρέει από σωλήνα ακτίνας  $r_0$  και αναμιγνύεται με τον λιμνάζοντα αέρα όπως φαίνεται στο σχήμα 6.4. Σε κάποιο σταθμό κατάντι του στομίου εκροής το προφίλ της ταχύτητας θα έχει κάποιο μέγιστο στην αξονική γραμμή και θα μειούται βαθμιαία ακτινικά φθάνοντας στο μηδέν στο όριο της περιοχής ανάμιξης. Ο αέρας του περιβάλλοντος θα εισρέει δια μέσω του ορίου της ζώνης ανάμιξης (entrainment). Για την απλοποίηση της ανάλυσης κάνουμε τις ακόλουθες υποθέσεις:

1. Ο περιβάλλον αέρας μακριά από το jet είναι ακίνητος.
2. Δεν υπάρχουν χημικές αντιδράσεις
3. Έχουμε ροή με ομοιόμορφες ιδιότητες ( $\rho$ ,  $\mu$ ,  $c_p$  κτλ.).
4. Η ροή είναι μόνιμη.
5. Αμελητέες ανωστικές δυνάμεις.
6. Ομοιόμορφη πίεση.
7. Διάχυση μάζας, αγωγή θερμότητας και επίδραση ιξώδους στην αξονική διεύθυνση είναι αμελητέες.
8.  $Le=Sc=Pr=1$ .

Οι εξισώσεις συνέχειας, x-ορμής και διατήρησης του αδρανούς συστατικού (που εδώ λαμβάνεται ως το κλάσμα μίγματος,  $f$ , όπως ορίστηκε στο κεφάλαιο 1.8) γράφονται ως εξής:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \langle \rho u r \rangle + \frac{\partial}{\partial r} \langle \rho v r \rangle &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} \langle \rho u^2 \rangle + \frac{\partial}{\partial r} \langle \rho u v \rangle &= \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \\ \frac{\partial}{\partial x} \langle \rho u r f \rangle + \frac{\partial}{\partial r} \langle \rho v r f \rangle &= \frac{\partial}{\partial r} \left( \rho D r \frac{\partial f}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (6.19)$$

Θεωρώντας  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $D$  ομοιόμορφα κατανεμημένα και θέτοντας  $Sc=Pr=1$ , ( $\mu/\rho=D$ ) οι παραπάνω εξισώσεις γράφονται:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} &= 0 \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} &= \frac{(\mu/\rho)}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (6.20)$$

$$u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial r} = \frac{(\mu/\rho)}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial f}{\partial r} \right)$$

Οι οριακές συνθήκες στην είσοδο είναι:

$$x=0, \quad r \leq R: \quad u/u_e = f = 1 \quad (6.21)$$

$$x=0, \quad r > R: \quad u/u_e = f = 0$$

Σε μεγάλες ακτίνες έχουμε:

$$r \rightarrow \infty: \quad u/u_e = f = 0 \quad (6.22)$$

$$r=0, x \quad \frac{\partial(u/u_e)}{\partial r} = \frac{\partial f}{\partial r} = 0, \quad v = 0$$

Η αξονική ορμή και το κλάσμα μάζας είναι διατηρούμενα βαθμωτά μεγέθη. Υπάρχουν δύο αμετάβλητες ποσότητες για αυτή τη δέσμη (jet invariants, Schlichting (1968), Spalding (1979), Turns (1996)), βασισμένες στη διατήρηση της ορμής και του συστατικού. Αυτές οι αμετάβλητες ορίζονται ως εξής:

$$I_u = \frac{1}{(\mu/\rho)} \int_0^\infty u^2 r dr = \frac{1}{(\mu/\rho)} \left( \frac{1}{2} u_e^2 R_0^2 \right) \quad (6.23)$$

$$I_f = \frac{1}{(\mu/\rho)} \int_0^\infty u f r dr = \frac{1}{(\mu/\rho)} \left( \frac{1}{2} u_e^2 R_0^2 \right)$$

Αποδεικνύεται ότι οι λύσεις για τις εξαρτημένες μεταβλητές των μερικών διαφορικών εξισώσεων προκύπτουν από τις ακόλουθες εξισώσεις (Schlichting, 1968, Spalding, 1979) και τις οριακές συνθήκες, που παρατέθηκαν ανωτέρω, για το πεδίο μακράν του στομίου.

$$u = \frac{3 I_u}{4 x} \left( 1 + \frac{\xi^2}{4} \right)^{-2} \quad (6.24)$$

$$\frac{u}{u_e} = \frac{3}{32} \left( \frac{\text{Re}_{D_0} D_0}{x} \right) \left( 1 + \frac{1}{4} \xi^2 \right)^{-2} \quad (6.25)$$

$$v = \left( \frac{3}{8} I_u (\mu/\rho) \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\xi}{x} \left( 1 - \frac{\xi^2}{4} \right) \left( 1 + \frac{\xi^2}{4} \right)^{-2} \quad (6.26)$$

$$\eta \quad \frac{v}{u_0} = \frac{\sqrt{3}}{8} \frac{D_0}{x} \left( \xi - \frac{1}{4} \xi^3 \right) \left( 1 + \frac{1}{4} \xi^2 \right)^{-2} \quad (6.27)$$

$$\text{και} \quad Y_F = f = \frac{3 I_f}{4 x} \left( 1 + \frac{\xi^2}{4} \right)^{-2} \quad (6.28)$$

όπου η αδιάστατη παράμετρος,  $\xi$ , ορίζεται ως :

$$\xi = \left( \frac{3 I_u}{8 \nu} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{r}{x} = \frac{\sqrt{3}}{8} \left( \frac{r}{D_0} \right) \left( \frac{\text{Re}_{D_0} D_0}{x} \right) \quad (6.29)$$

Είναι εμφανές από την παραπάνω λύση, ότι τα προφίλ της ταχύτητας και της συγκέντρωσης είναι αυτό-όμοια (self-similar), δηλαδή εξαρτώνται μόνο από το  $r/x$ . Από τις εξ. (6.24) και (6.28), προκύπτει ότι οι αξονικές τιμές των  $u$  και  $f$  είναι:

$$\begin{aligned} u_{\alpha\xi} x &= \frac{3}{4} I_u \\ f_{\alpha\xi} x &= \frac{3}{4} I_f \end{aligned} \quad (6.30)$$

Επειδή στον άξονα σε κάποια απόσταση από το στόμιο εκροής ισχύει,  $u < u_e$ , και  $f < 1$  συμπεραίνουμε ότι οι  $x$ -τιμές που ικανοποιούν την παραπάνω λύση, εξ. (6.30), πρέπει να ικανοποιούν την ανισότητα:

$$x > \frac{3 I_u}{4 u_e} \quad \text{ή} \quad \frac{x}{R_0} > \frac{3 u_e R_0}{8 (\mu / \rho)} \quad (6.31)$$

Το διάγραμμα του σχήματος 6.5 παριστά το προφίλ της ταχύτητας ή της συγκέντρωσης.

Επίσης ισχύει ότι:

$$\frac{u}{u_{\alpha\xi}} = 0.5 \quad \text{για} \quad \xi = 1.287$$

Η ακτίνα, όπου η ταχύτητα μειώνεται στο μισό της αξονικής της τιμής, συμβολίζεται με  $r_{1/2}$ . Από την εξ. (6.29) έχουμε:

$$\frac{r_{1/2}}{x} = 1.287 \left( \frac{8 (\mu / \rho)}{3 I_u} \right)^{\frac{1}{2}} = 2.97 \frac{(\mu / \rho)}{u_e D_0} \quad \text{και} \quad (6.32)$$

$$a = \tan^{-1}(r_{1/2}/x)$$

Αυτή η εξίσωση υπονοεί ότι η γωνία ανοίγματος του jet είναι αντιστρόφως ανάλογη του  $\text{Re}_{D_0}$ , σχήμα (6.5). Η ολική ροή μάζας στο jet,  $\dot{m}$ , μπορεί να υπολογισθεί ως:

$$\dot{m} = \int_0^{\infty} 2\pi r \rho u dr \quad (6.33)$$

Αντικαθιστώντας την εξ. (6.24) στην εξ. (6.34) και ολοκληρώνοντας έχουμε:

$$\dot{m} = 2\pi \rho x^2 \left( \frac{8 x}{3 I_u} \right) \left( \frac{3 I_u}{4 x} \right) \int_0^{\infty} \frac{\xi d\xi}{\left( 1 + \frac{1}{4} \xi^2 \right)^2} = 8\pi \mu x \quad (6.34)$$

Ο ρυθμός προσρόφησης λαμβάνεται με διαφορίση της εξ. (6.35) ως

$$\frac{dm}{dx} = 8\pi\mu \quad (6.35)$$

Εάν επιπλέον θεωρήσουμε την εξίσωση ενέργειας με  $Le=1$  βρίσκουμε ότι το θερμοκρασιακό πεδίο συνδέεται με το πεδίο συγκεντρώσεων, ως:

$$\frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = f \quad (6.36)$$

Εάν δε ο αριθμός Schmidt ( $Sc$ ) δεν ισούται με την μονάδα αλλά με μια σταθερά μπορεί να δειχθεί ότι (Kuo, 1986):

$$\frac{f}{f_{\alpha\xi}} = \left( \frac{u}{u_{\alpha\xi}} \right)^{Sc} \quad (6.37)$$

Όταν τα  $\mu$ ,  $\rho$ ,  $D$  μεταβάλλονται στο χώρο, η αναλυτική επίλυση δεν είναι δυνατή και θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν αριθμητικές μέθοδοι. Τα αποτελέσματα θα αλλάξουν ποσοτικά αλλά όχι και ποιοτικά.

### 6.2.2 Ανάμιξη στρωτού jet με καύση

Η καύση τροποποιεί την μίξη της αδρανούς δέσμης λόγω αύξησης της θερμοκρασίας, του ιξώδους και σημαντικής μείωσης της πυκνότητας. Ας θεωρούμε μια μόνιμη, αξονοσυμμετρική φλόγα jet χαμηλού αριθμού Mach, αλλά με πολύ γρήγορους ρυθμούς χημικής αντίδρασης. Οι διαφορικές εξισώσεις που διέπουν το σύστημα, όπως στα προηγούμενα αδρανή jet, είναι:

Συνολικής συνέχειας:

$$\frac{\partial}{\partial x} \langle \rho x r \rangle + \frac{\partial}{\partial r} \langle \rho v r \rangle = 0 \quad (6.38)$$

Αξονικής ορμής:

$$\frac{\partial}{\partial x} \langle \rho r u^2 \rangle + \frac{\partial}{\partial r} \langle \rho r u v \rangle = \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (6.39)$$

Διατήρησης για το καύσιμο:

$$\frac{\partial}{\partial x} \langle \rho r u Y_F \rangle + \frac{\partial}{\partial r} \langle \rho r v Y_F \rangle = \frac{\partial}{\partial r} \left( \rho D_{F,r} \frac{\partial Y_F}{\partial r} \right) + r \omega_F \quad (6.40)$$

Διατήρησης για το οξειδωτικό:

$$\frac{\partial}{\partial x} \langle \rho r u Y_A \rangle + \frac{\partial}{\partial r} \langle \rho r v Y_A \rangle = \frac{\partial}{\partial r} \left( \rho D_{A,r} \frac{\partial Y_A}{\partial r} \right) + r \omega_A \quad (6.41)$$

Διατήρησης της ενέργειας:

$$\frac{\partial}{\partial x} \langle \rho r u h \rangle + \frac{\partial}{\partial r} \langle \rho r v h \rangle = \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \Delta H_r \frac{\partial}{\partial r} \left( \rho D_{F,r} \frac{\partial Y_F}{\partial r} \right) \quad (6.42)$$

όπου

$$h = c_p T + Y_F \Delta H_r \quad (6.43)$$

και  $\Delta H_r$  είναι η θερμότητα αντίδρασης ανά μονάδα καυσίμου. Για να διευκολύνουμε τη συζήτηση θα εκμεταλλευτούμε την έννοια της διρευματικής ανάμιξης καυσίμου-αέρα και του κλάσματος μίγματος,  $f$ , (Κεφάλαια 1 και 6.1). Για τέτοια συστήματα, διαγράμματα της κατάστασης του μίγματος συναρτήσει του κλάσματος μίγματος δείχνονται στο σχήμα 6.6. Τα σύμβολα  $Y_{F,u}$  και  $Y_{F,b}$  στο σχήμα 6.6 παριστούν το κλάσμα μάζας του καυσίμου στο ρεύμα του καυσίμου και στο ρεύμα του καμένου μίγματος αντίστοιχα. Επίσης επειδή  $\nu=D=\alpha$ , έτσι ώστε  $Sc=Pr=Le=1$ , οι εξ.(6.41-43) μπορούν να συνδυαστούν μέσω ενός σύνθετου διατηρούμενο βαθμωτού μεγέθους ως:

$$\frac{\partial}{\partial x} \langle \rho r u \zeta \rangle + \frac{\partial}{\partial r} \langle \rho r v \zeta \rangle = \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu r \frac{\partial \zeta}{\partial r} \right) \quad (6.44)$$

όπου το σύνθετο διατηρούμενο βαθμωτό μέγεθος μπορεί να είναι

$$\zeta = Y_F - \left( \frac{F}{A} \right)_{st} Y_A \quad (6.45)$$

Το κλάσμα μίγματος που συνδέεται με το  $\zeta$  (Turns, 1996), επίσης ικανοποιεί την εξ. (6.45), ήτοι:

$$\frac{\partial}{\partial x} \langle \rho r u f \rangle + \frac{\partial}{\partial r} \langle \rho r v f \rangle = \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu r \frac{\partial f}{\partial r} \right) \quad (6.45)$$

Η εξ. (6.42) επίσης ομοίως μπορεί να γραφεί ως:

$$\frac{\partial}{\partial x} \langle \rho r u h \rangle + \frac{\partial}{\partial r} \langle \rho r v h \rangle = \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu r \frac{\partial h}{\partial r} \right) \quad (6.46)$$

Η ομοιότητα των εξισώσεων για τα  $u$ ,  $f$  και  $h$ , επιτρέπει ίδιας μορφής λύσης και τις τρεις εξισώσεις. Οι λύσεις είναι ταυτόσημες με αυτές του αδρανούς στρωτού jet του κεφαλαίου 6.2.1.

Μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις για την περίπτωση των δεσμών με καύση.

- η επιφάνεια της φλόγας ορίζεται ως η περιοχή όπου  $\phi=1$  ή  $f=1$ , σχήμα 6.7
- τα προϊόντα που παράγονται σ' αυτήν την επιφάνεια διαχέονται εξωτερικά και εσωτερικά αυτής

- μήκος φλόγας ορίζεται εκεί όπου  $f(r=0, x=L_f)=1$ , σχήμα 6.7
- η ζώνη της φλόγας είναι λεπτή αλλά σαφώς παχύτερη από αυτήν της στρωτής περίπτωσης
- η θερμοκρασιακή κατανομή επιδεικνύει μια δακτυλιοειδή κατανομή που συγκλίνει καθώς πλησιάζουμε την κορυφή της

Αγνοώντας την επίδραση της απελευθέρωσης θερμότητας οι λύσεις για την δέσμη με καύση είναι ίδιες με αυτές της ισόθερμης δέσμης. Με παροχή καυσίμου,  $Q_F = u_0 \pi R^2$  και για  $x/R > 0.375 \text{Re}_{D0}$  έχουμε μερικά χρήσιμα αποτελέσματα.

$$Y_{F, \text{στοιχειομετρικό}} = \frac{3}{8\pi} \frac{Q_F}{D} \left(1 + \frac{1}{4} \xi^2\right)^{-2} \frac{1}{x} \quad (6.47)$$

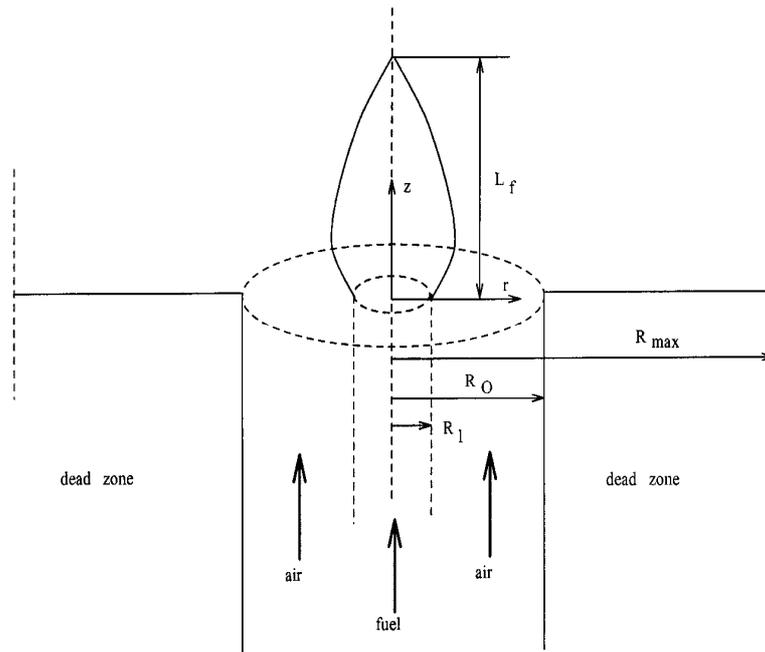
Όταν το  $r=0$  λαμβάνουμε το μήκος της φλόγας ως

$$L_F = \frac{3}{8\pi} \frac{Q_F}{DY_{F, \text{στοιχειομετρικό}}} \quad (6.48)$$

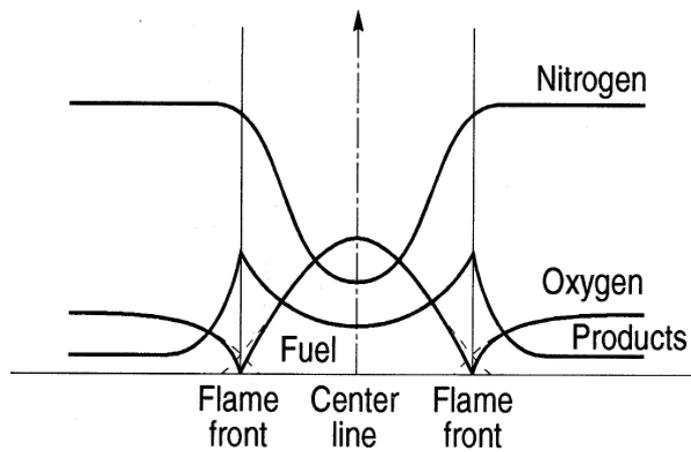
Πιο ακριβείς προσεγγίσεις έχουν δοθεί για μια σειρά από διαφορετικές διατομές καυστήρων (π.χ. κυκλική, τετραγωνική, ορθογώνια σχισμή κλπ) από τον Roper (1977) (αναφέρεται στον Turns (1996)). Για κυκλική διατομή π.χ η αναφορά αυτή δίνει

$$L_F = 1330 \frac{Q_F \cdot (T_\infty / T_F)}{\ln(1 + \frac{1}{S})} \quad \text{όπου } S = (v'_A) / (v'_F) \quad (6.49)$$

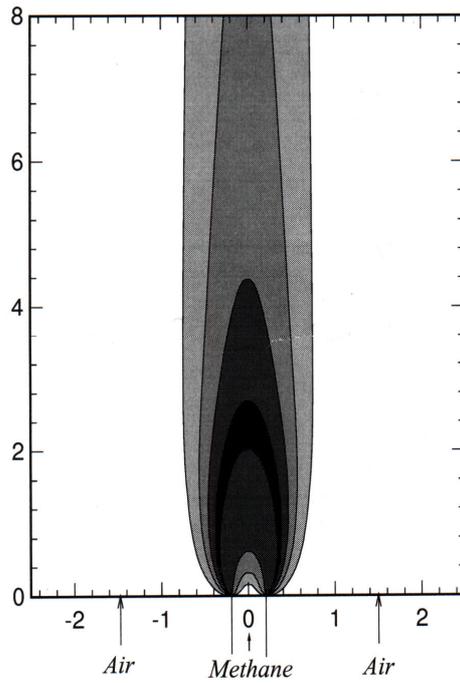
Μια σειρά από εμπειρικούς και πειραματικούς συσχετισμούς μήκους φλόγας για μια σειρά από καύσιμα με αναφορά το μήκος φλόγας του μεθανίου δίδεται στο σχήμα 6.8.



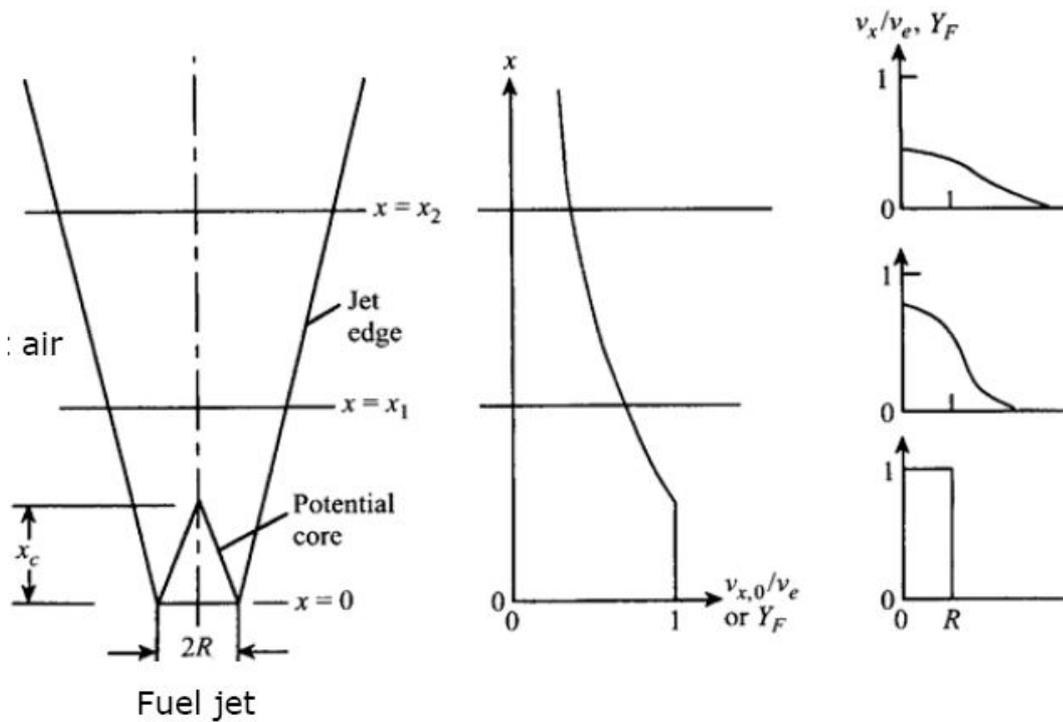
Σχήμα 6.1 Διαμόρφωση συρρέουσας φλόγας τύπου δέσμης



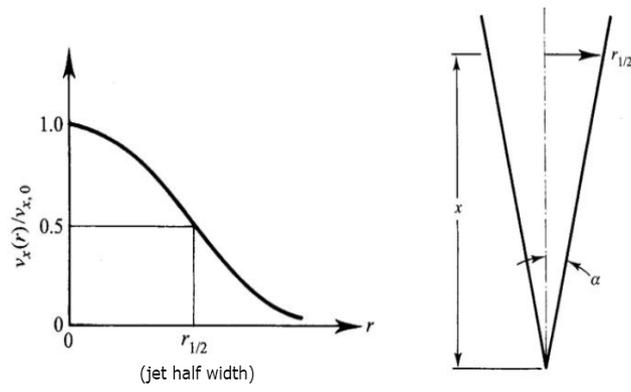
Σχήμα 6.2 Κατανομή συστατικών μέσα από τον κορμό μιας φλόγας διάχυσης



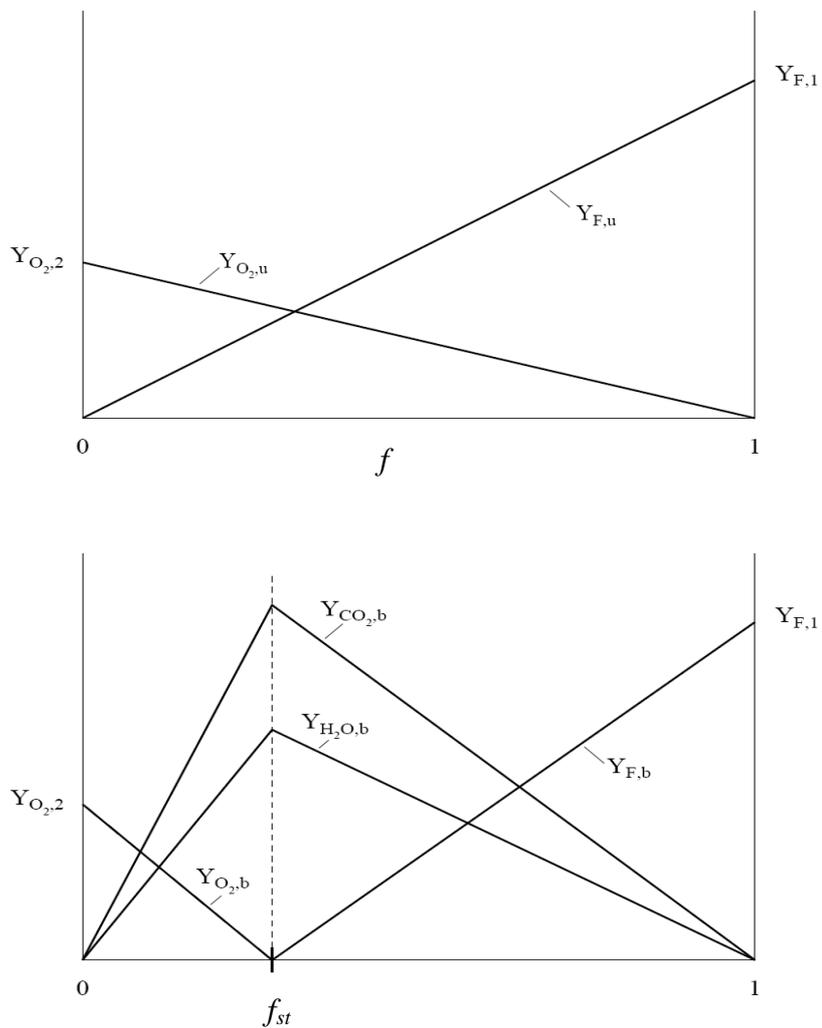
Σχήμα 6.3 Στρωτή φλόγα τύπου συρρέουσας δέσμης



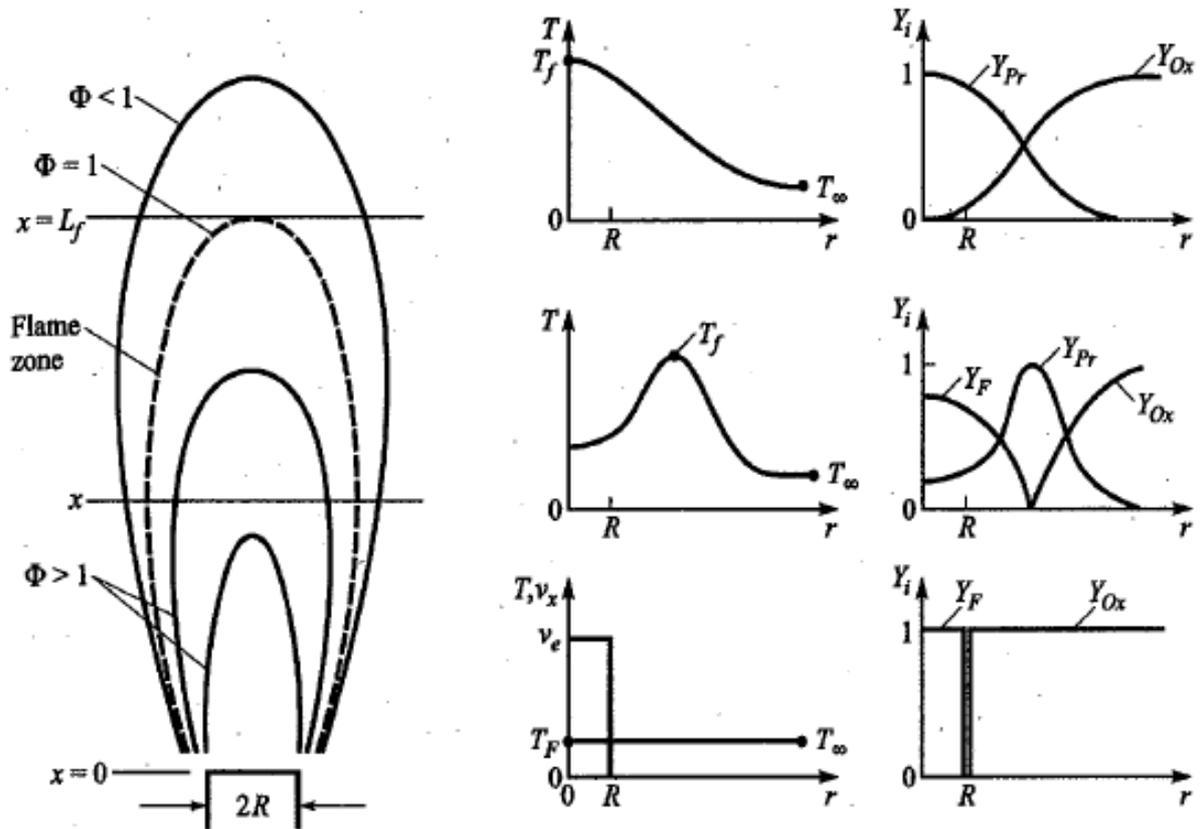
Σχήμα 6.4 Χαρακτηριστικά της ανάπτυξης της ανάμιξης αδρανούς δέσμης



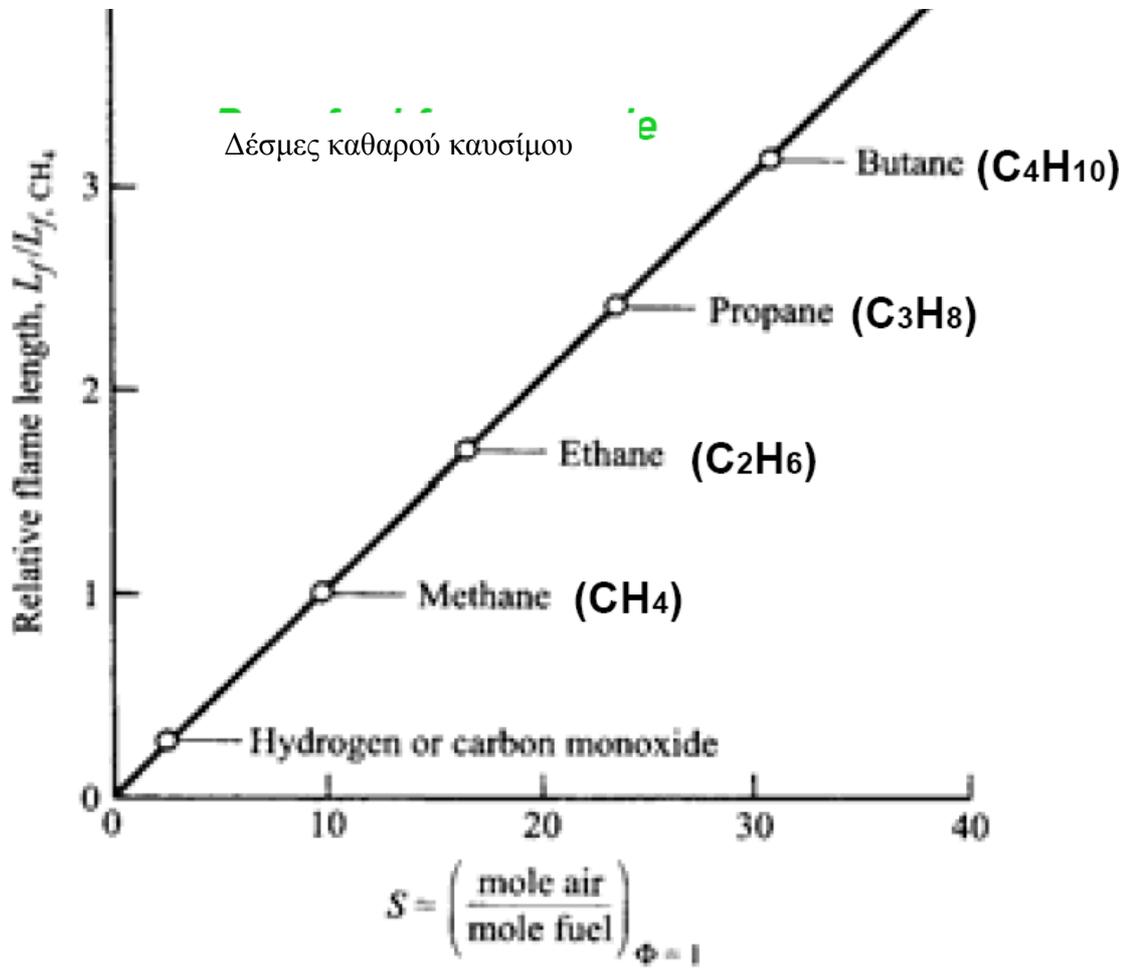
Σχήμα 6.5 Αυτοόμοιες κατανομές ταχύτητας και συγκέντρωσης σε αδρανή δέσμη



Σχήμα 6.6 Η κατάσταση/σύσταση του μίγματος συναρτήσει του κλάσματος μίγματος



Σχήμα 6.7 Διαμόρφωση φακέλου φλόγας τύπου δέσμης και ακτινικές κατανομές των συστατικών και των κλασμάτων μάζας σε διάφορες θέσεις



Σχήμα 6.8 Εμπειρικοί και πειραματικοί συσχετισμοί μήκους φλόγας για μια σειρά από καύσιμα με αναφορά το μεθάνιο