1. Υπολογίστε σε λογισμικό τις παρακάτω πεπερασμένες σειρές για (n>50) και βρείτε την προσέγγιση των άπειρων σειρών με ακρίβεια $\varepsilon = 1.0\times 10^{-3}$

$\alpha)$ *Πεπερασμένες σειρές*

$$r^0 + r^1 + r^2 + ... + r^n = \frac{1-r^n}{1-r}$$

$$1+2+3+.....n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$\beta)$ *Απειρες σειρές − σύγκλιση*

$$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\frac{1}{7\cdot 9}+.....=\frac{1}{2}$$

$$1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+......=\frac{\pi}{4}$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+.....$$

$$\ln x = 2\left\{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3+\frac{1}{5}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5+......\right\}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+.....$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+.....$$

2. Διακριτοποιήστε το χωρίο ορισμού σε $J\max > 50$ διαστήματα και κατασκευάστε τις γραφικές παραστάσεις των παρακάτω αναλυτικών συναρτήσεων.

$$f(x_j) = (10x_j^{\,2} - x_j)e^{-x_j}\ ,\ j = 0,...,J\max \qquad 0 < x < 10$$

$$f(x_j) = x_j^{\,2} - 10x_j + 10[\ \sin(2x_j) - 2\cos(x_j)\,],\ \ j = 0,...,J\max \qquad -1 < x < 10$$

3. Κατασκευάστε την αεροτομή Joukowsky στο μιγαδικό επίπεδο $z = x + iy$ η οποία προκύπτει από τον μετασχηματισμό $z = \zeta + 1/\zeta$ του κύκλου με κέντρο $(c_x,\,c_y)$ και ακτίνας $R = \sqrt{(1-c_x)^2 + c_y^2}$ στο μιγαδικό επίπεδο $\zeta = \xi + i\eta$
Δεδομένου ότι η κυκλοφορία για τον κύλινδρο είναι $\Gamma = 4\pi U_\infty R \sin[\alpha + \sin^{-1}(c_y/R)]$ όπου α είναι η γωνία πρόσπτωσης και το μιγαδικό δυναμικό στα επίπεδα ζ και z δίδονται από

$$W_\zeta = u_\xi - iu_\eta = U_\infty e^{-i\alpha} + \frac{\iota\Gamma}{2\pi(\zeta - c)} - \frac{U_\infty R^2 e^{i\alpha}}{(\zeta - c)^2},\quad W_z = u_x - iu_y = \frac{W_\zeta}{1-\dfrac{1}{\zeta^2}}$$

Βρείτε την κατανομή του συντελεστή πίεσης $C_p = 1 - (U/U_\infty)^2,\ U = \sqrt{u_\xi^2 + u_\eta^2}$ και τον συντελεστή άντωσης $C_l = \Gamma / 2U_\infty^2 b \approx 2\pi \sin\left(\alpha + (\sin^{-1}(c_y/R)\right),$ διότι $R \approx b$