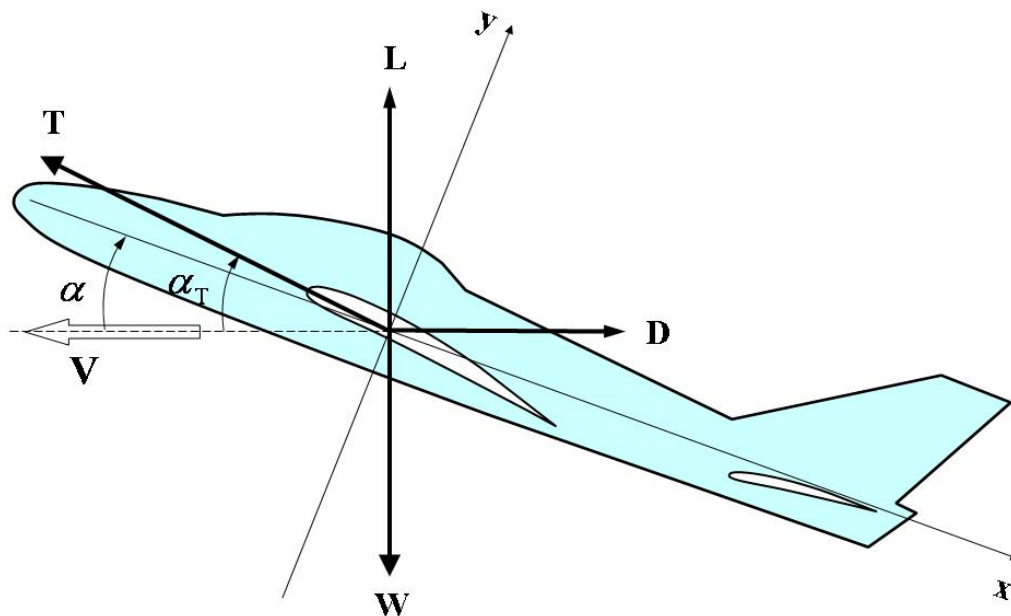


1. Ανάλυση Συμπεριφοράς Αεροσκάφους

Στην ανάλυση συμπεριφοράς, που θα διαπραγματευτούμε σε αυτό το κεφάλαιο, αμελούμε την λεπτομερή αεροδυναμική συμπεριφορά του αεροσκάφους, όπως την επίδραση των επιφανειών ελέγχου. Η ανάλυση της πτητικής κατάστασης, που παρατίθεται στα επόμενα κεφάλαια, ουσιαστικά θεωρεί το αεροσκάφος σαν ένα υλικό σημείο υπό την επίδραση των αεροδυναμικών φορτίων.

1.1 Εισαγωγή

Η μελέτη της συμπεριφοράς αεροσκάφους αποσκοπεί στο να απαντήσει ορισμένα σημαντικά ερωτήματα, όπως πόσο ψηλά μπορεί να πετάξει ένα αεροπλάνο, ποια είναι η ελάχιστη ή μέγιστη ταχύτητα πτήσης που μπορεί να αναπτύξει, πόσο γρήγορα μπορεί να φθάσει σε ορισμένο ύψος. Η συμπεριφορά αεροσκάφους συνδέεται στενά με το προωθητικό σύστημα που εξετάσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο και από τον αεροδυναμικό του σχεδιασμό. Ο σχεδιασμός θεωρείται δεδομένος από αυτόν δε προκύπτουν τα συνολικά αεροδυναμικά φορτία, όπως άντωση L και οπισθέλκουσα D (δες Σχ. 1.1.1), που απαιτούνται στην ανάλυση συμπεριφοράς η οποία είναι το αντικείμενο αυτού του κεφαλαίου.



Σχήμα 1.1.1 Φορτία που αναπτύσσονται κατά την διάρκεια σταθερής πτήσης με ταχύτητα V , γωνία πρόσπτωσης α και γωνία α_T διανύσματος ώσης T με την κατεύθυνση πτήσης V .

1.2 Απαιτούμενη ώση

Η ώση είναι μία σημαντική παράμετρος που πρέπει να υπολογίσουμε ακόμη και όταν επιθυμούμε να επιτύχουμε ισοταχή, δηλαδή αμετάβλητη με τον χρόνο, κίνηση του αεροσκάφους. Για να επιτύχουμε ανεξάρτητη από τον χρόνο, ισοταχή πτήση το άθροισμα όλων των δυνάμεων πρέπει να είναι μηδενικό. Κατά την επίπεδη (χωρίς ανοδική πορεία) ισοταχή πτήση το διάνυσμα της ώσης είναι περίπου συγγραμμικό με την κατεύθυνση πτήσης. Κατά την ισοταχή πτήση οι πτέρυγες (πιο συγκεκριμένα ο συνδυασμός πτερύγων, ουράς, και ατράκτου) πρέπει να δημιουργούν αρκετή άντωση ώστε να εξισορροπούν το βάρος, ενώ οι μηχανές πρέπει να παράγουν αρκετή ώση για να εξισορροπήσουν την αεροδυναμική οπισθέλκουσα.

Για την μελέτη ευθύγραμμης πτήσης αρχίζουμε με την γενική περίπτωση όπου το διάνυσμα της ώσης βρίσκεται υπό γωνία α_T σχετικά με την κατεύθυνση πτήσης όπως φαίνεται στο Σχ. 1.1.1. Η οπισθέλκουσα πρέπει να εξουδετερώνεται από την συνιστώσα της ώσης στην κατεύθυνση πτήσης, δηλαδή

$$D = T \cos \alpha_T \quad 1.2.1$$

ενώ η άντωση είναι

$$L = W - T \sin \alpha_T \quad 1.2.2$$

$$L/D = \frac{W - T \sin \alpha_T}{T \cos \alpha_T} \quad 1.2.3$$

Οπότε η απαιτούμενη ώση είναι

$$T = \frac{W}{(L/D) \cos \alpha_T + \sin \alpha_T} \quad 1.2.4$$

Από την παραπάνω σχέση φαίνεται ότι ώση που απαιτείται για ισοταχή πτήση είναι ανάλογη με το βάρος του αεροσκάφους. Η ώση εξαρτάται επίσης από τον λόγο L/D και την γωνία α_T , που σχηματίζει το διάνυσμα της ώσης με την οριζόντια. Όταν το διάνυσμα ώσης είναι στην κατεύθυνση του άξονα x του συστήματος συντεταγμένων, που είναι προσαρμοσμένο στο αεροσκάφος (δες Σχ. 1.1.1), τότε η ώση εξαρτάται μόνο από την γωνία πτήσης α .

Η ολική οπισθέλκουσα είναι το άθροισμα της παρασιτικής οπισθέλκουσας και της επαγόμενης οπισθέλκουσας και δίνεται από την παρακάτω σχέση

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S_w C_D = \frac{1}{2} \rho V^2 S_w \left(C_{D_p} + \frac{C_L^2}{\pi e_s R_A} \right) \quad 1.2.5$$

Στην Εξ. (1.2.5) S_w , e_s και R_A είναι

S_w : επιφάνεια πτέρυγας

e_s : παράγοντας της κατά μήκος απόδοσης πτέρυγας

R_A : λόγος χορδής ως προς μήκος πτέρυγας (aspect ratio)

Η παρασιτική οπισθέλκουσα μεταβάλλεται παραβολικά με την γωνία πρόσπτωσης και επειδή ο συντελεστής άντωσης μεταβάλλεται γραμμικά με την γωνία προσβολής έχουμε

$$C_{D_p} = C_{D_0} + C_{D_{0,L}} C_L + C_{D_{0,L^2}} C_L^2 \quad 1.2.6$$

Οπότε η συνολική οπισθέλκουσα είναι

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S_w \left(C_{D_0} + C_{D_{0,L}} C_L + \frac{C_L^2}{\pi e R_A} \right) \quad 1.2.7$$

όπου e είναι ο συντελεστής απόδοσης Oswald.

Δηλαδή ο λόγος άντωσης ως προς την οπισθέλκουσα είναι

$$\frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_D} = \frac{C_L}{C_{D_0} + C_{D_{0,L}} C_L + \frac{C_L^2}{\pi e R_A}} \quad 1.2.8$$

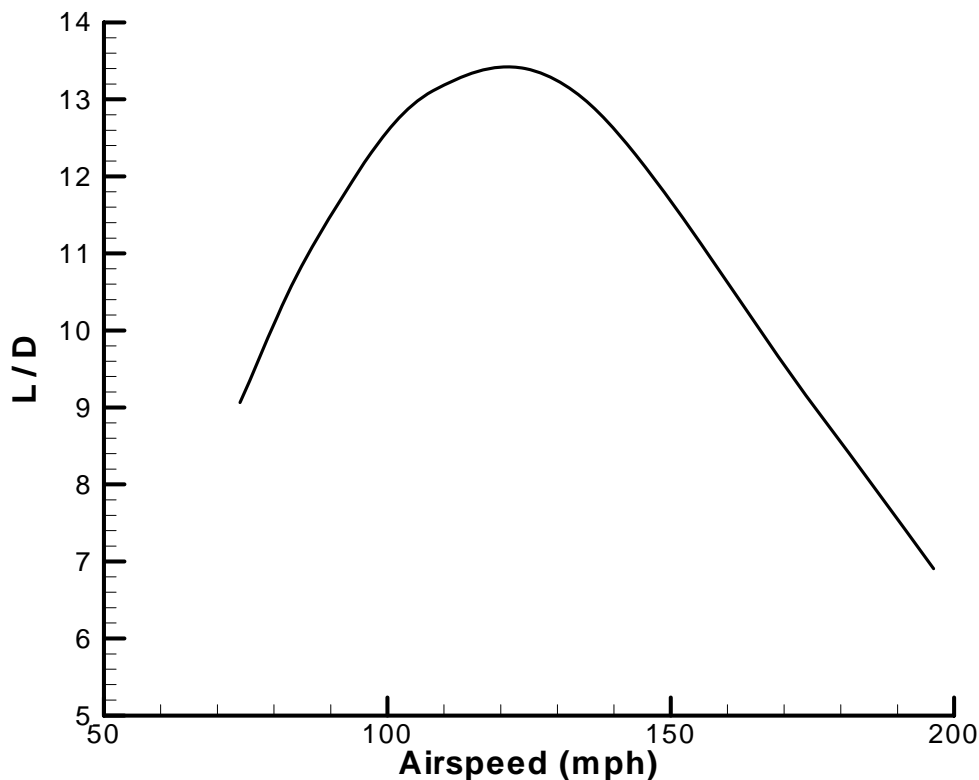
αλλά ο συντελεστής άντωσης δίνεται από

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho V^2 S_w} = \frac{W - T \sin \alpha_T}{\frac{1}{2} \rho V^2 S_w} \quad 1.2.9$$

Μετά από αντικατάσταση της Εξ. (1.2.4) στην Εξ. (1.2.9) βρίσκουμε

$$C_L = \frac{W}{\frac{1}{2}\rho V^2 S_w} \left[\frac{1}{1+(D/L)\tan\alpha_T} \right] \quad 1.2.10$$

Ο όρος μέσα στην αγκύλη στην Εξ. (1.2.10) είναι περίπου ίσος με την μονάδα, οπότε ο συντελεστής άντωσης είναι αντιστρόφως ανάλογος του τετραγώνου της ταχύτητας. Συνεπώς, για ευσταθή πτήση αύξηση της ταχύτητας απαιτεί μείωση της γωνίας πρόσπτωσης ώστε να μειωθεί ο συντελεστής άντωσης. Από τις εξισώσεις (1.2.8) και (1.2.10) μπορούμε να βρούμε τον συντελεστή άντωσης και τον λόγο L/D σαν συνάρτηση της ταχύτητας όπως φαίνεται στο [Σχ. 1.2.1](#).



Σχήμα 1.2 Μεταβολή του λόγου L/D με την ταχύτητα πτήσης.

Ο μέγιστος λόγος L/D και η άντωση για την οποία επιτυγχάνεται αυτή βρίσκεται από το μηδενισμό της παραγώγου της Εξ. (1.2.8)

$$\frac{\partial(L/D)}{\partial C_L} = 0 \Rightarrow C_{D_0} = \frac{C_L^2}{\pi e R_A} \quad 1.2.11$$

οπότε ο μέγιστος λόγος L/D είναι

$$(L/D)_{\max} = \frac{\sqrt{\pi e R_A}}{2\sqrt{C_{D_0} + C_{D_0,L}}\sqrt{\pi e R_A}} \quad 1.2.12$$

Η ταχύτητα με την οποία πρέπει να πετά το αεροπλάνο για να επιτύχει τον μέγιστο λόγο L/D βρίσκεται όταν λύσουμε την Εξ. (1.2.10) ως προς την ταχύτητα V και αντικαταστήσουμε τον λόγο L/D και τον συντελεστή άντωσης C_L από τις Εξ. (1.2.11) και (1.2.12), αντίστοιχα. Η ταχύτητα πτήσης για μέγιστο λόγο L/D είναι

$$V_{(L/D)_{\max}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{\pi e R_A C_{D_0}}} \sqrt{\frac{W/S_W}{\rho}} \sqrt{\frac{1}{1 + \left(2 \sqrt{\frac{C_{D_0}}{\pi e R_A}} + C_{D_0,L} \right) \tan \alpha_T}} \quad 1.2.13$$

Η ταχύτητα που δίνεται από την παραπάνω σχέση αναφέρεται ως *ταχύτητα ελάχιστης οπισθέλκουσας*. Ο όρος W/S_W στην Εξ. (1.2.13) είναι το *φορτίο πτέρυγας* και είναι μια από τις σημαντικές παραμέτρους που πρέπει να λάβουμε υπ' όψη για τον σχεδιασμό της πτέρυγας. Πρέπει ακόμα να σημειωθεί ότι η ταχύτητα ελάχιστης οπισθέλκουσας $V_{(L/D)_{\max}}$ είναι αντίστροφα ανάλογη της πυκνότητας, δηλαδή με την αύξηση του ύψους αυξάνεται και η ταχύτητα $V_{(L/D)_{\max}}$.

Από την Εξ. (1.2.3) φαίνεται ότι ο λόγος L/D είναι ανεξάρτητος από την επιφάνεια της πτέρυγας και το ύψος πτήσης. Η ελάχιστη όμως ώση που απαιτείται για την πτήση εξαρτάται από το ύψος όπως και από την ταχύτητα πτήσης. Υπάρχει συνεπώς μία βέλτιστη ταχύτητα για την οποία επιτυγχάνεται η μέγιστη τιμή του λόγου L/D και για την οποία απαιτείται η ελάχιστη ώση πτήσης. Επί πλέον, από την Εξ. (1.2.4) φαίνεται ότι υπάρχει και μία βέλτιστη τιμή της γωνίας α_T για την οποία η απαιτούμενη ώση μπορεί να ελαχιστοποιηθεί και η τιμή της δίνεται από τον μηδενισμό της παραγώγου ώσης ως προς α_T

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \alpha_T} = \frac{W[(L/D) \sin \alpha_T - \cos \alpha_T]}{(L/D) \cos \alpha_T + \sin \alpha_T} = 0 \quad 1.2.14$$

ή

$$\alpha_T = \tan^{-1}(L/D) \quad 1.2.15$$

Δηλαδή η ελάχιστη ώση επιτυγχάνεται όταν το διάνυσμα ώσης δεν συμπίπτει με την κατεύθυνση πτήσης αλλά έχει μία κλίση προς τα πάνω. Ο λόγος L/D για τα σύγχρονα αεροσκάφη κυμαίνεται μεταξύ $8 < L/D < 24$. Συνεπώς η κλίση του διανύσματος ώσης κυμαίνεται $2^\circ < \alpha_T < 7^\circ$.

Στα συμβατικά αεροσκάφη είναι κανόνας η ύπαρξη μικρής γωνίας α_T του διανύσματος ώσης ως προς την κατεύθυνση πτήσης (δες Σχ. 1.1.1). Όταν όμως η γωνία α_T είναι μικρή

$$\cos \alpha_T = 1 + \frac{\alpha_T^2}{2!} + \frac{\alpha_T^4}{4!} + \dots \approx 1 \quad 1.2.16$$

$$\sin \alpha_T = \alpha_T + \frac{\alpha_T^3}{3!} + \frac{\alpha_T^5}{5!} + \dots \approx \alpha_T \quad 1.2.17$$

$$(D/L) \sin \alpha_T = \alpha_T^2 \quad 1.2.18$$

Η Εξ. (1.2.8), που βρίσκεται με την βοήθεια της Εξ. (1.2.15), ονομάζεται προσέγγιση μικρής γωνίας ώσης. Με την προσέγγιση της μικρής γωνίας ώσης η οπισθέλκουσα $D = T \cos \alpha_T$ (δες Εξ. 1.2.1) και ο συντελεστής άντωσης της Εξ. (1.2.10) απλοποιούνται ως

$$T = D \quad 1.2.19$$

$$L = W \quad 1.2.20$$

Δηλαδή, για οριζόντια πτήσης χωρίς επιτάχυνση και πολύ μικρή γωνία διανύσματος ώσης α_T η άντωση πρέπει να είναι ίση με το βάρος, οπότε η ώση που απαιτείται είναι

$$T = W / (L / D) \quad 1.2.21$$

ή

$$T = \frac{C_D}{C_L} W = \left(\frac{C_{D_0}}{C_L} + C_{D_{0,L}} + \frac{C_L}{\pi e R_A} \right) W \quad 1.2.22$$

όπου

$$C_L = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho V^2 S_W} \quad 1.2.23$$

Οι παραπάνω σχέσεις, που ισχύουν για πολύ μικρές γωνίες ώσης, α_T δίνουν την απαιτούμενη ώση σαν συνάρτηση της ταχύτητας πτήσης

$$T = \frac{C_D}{C_L} W = \left(\frac{C_{D_0} \frac{1}{2} \rho V^2}{W/S_w} + C_{D_{0,L}} + \frac{W/S_w}{\pi e R_A \frac{1}{2} \rho V^2} \right) W \quad 1.2.24$$

Από τις Εξ. (1.2.21) και (1.2.12) βρίσκουμε την ελάχιστη ώση που απαιτείται όταν η γωνία ώσης α_T είναι μικρή δίνεται από

$$T_{\min} = \left(2 \sqrt{\frac{C_{D_0}}{\pi e R_A}} + C_{D_{0,L}} \right) W \quad 1.2.25$$

Από τις Εξ. (1.2.18) και (1.2.13) βρίσκουμε την ταχύτητα πτήσης που δίνει την ελάχιστη οπισθέλκουσα

$$V_{D_{\min}} = \sqrt[4]{\frac{4}{\pi e R_A C_{D_0}}} \sqrt{\frac{W/S_w}{\rho}} \quad 1.2.26$$

1.3 Απαιτούμενη ισχύς

Η ισχύς που απαιτείται για να επιτευχθεί και να διατηρηθεί επίπεδη και μη επιταχυνόμενη κίνηση είναι μια σημαντική παράμετρος συμπεριφοράς του αεροσκάφους. Η απαιτούμενη ισχύς είναι προφανώς συνάρτηση της ταχύτητας πτήσης. Η ισχύς που παρέχουν οι μηχανές turbojet ή οι προπέλες είναι ο ρυθμός έργου που παράγεται από την ώση στο κινούμενο αεροσκάφος. Το έργο είναι δύναμη επί απόσταση. Συνεπώς, η ισχύς (που είναι ρυθμός παραγωγής έργου) είναι το γινόμενο του διανύσματος ώσης με την ταχύτητα δηλαδή

$$P = TV \cos \alpha_T = DV \quad 1.3.1$$

Χρησιμοποιώντας την προσέγγιση μικρής γωνίας ώσης βρίσκουμε ότι

$$C_L = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho V^2 S_w} \quad 1.3.2$$

οπότε η ταχύτητα πτήσης είναι

$$V = \sqrt{\frac{2(W/S_w)}{\rho C_L}} \quad 1.3.3$$

και η απαιτούμενη ισχύ για πτήση με ταχύτητα V δίνεται από

$$P = T \sqrt{\frac{2(W/S_W)}{\rho C_L}} \quad 1.3.4$$

αλλά η απαιτούμενη ώση είναι

$$T = \frac{C_D}{C_L} W = \left(\frac{C_{D_0}}{C_L} + C_{D_{0,L}} + \frac{C_L}{\pi e R_A} \right) W \quad 1.3.5$$

Δηλαδή η απαιτούμενη ισχύς είναι

$$P = \sqrt{2} \left(\frac{C_{D_0}}{C_L^{3/2}} + \frac{C_{D_{0,L}}}{C_L^{1/2}} + \frac{C_L^{1/2}}{\pi e R_A} \right) W \sqrt{\frac{W/S_W}{\rho}} \quad 1.3.6$$

ή σαν συνάρτηση της ταχύτητα πτήσης

$$P = \left(\frac{C_{D_0} \frac{1}{2} \rho V^3}{(W/S_W)} + C_{D_{0,L}} V + \frac{(W/S_W)}{\pi e R_A \frac{1}{2} \rho V} \right) W \quad 1.3.7$$

Όπως φαίνεται από την Εξ. (1.3.7), η απαιτούμενη ισχύς πρέπει να παρουσιάζει κάποιο ελάχιστο για συγκεκριμένη τιμή άντωσης ή ταχύτητας πτήσης. Η ελάχιστη ισχύς βρίσκεται από τον μηδενισμό της παραγώγου της Εξ. (1.3.6)

$$\frac{\partial P}{\partial C_L} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \left[-3 \frac{C_{D_0}}{C_L^{5/2}} + \frac{C_{D_{0,L}}}{C_L^{3/2}} + \frac{1}{\pi e R_A C_L^{1/2}} \right] = 0 \quad 1.3.8$$

ή

$$3C_{D_0} + C_{D_{0,L}} C_L = \frac{C_L^2}{\pi e R_A} \quad 1.3.9$$

Δηλαδή ο συντελεστής άντωσης για πτήση υπό ελάχιστη ισχύ πρέπει να είναι

$$(C_L)_{P_{\min}} = \frac{\pi e R_A}{2} \left(C_{D_{0,L}} + \sqrt{C_{D_{0,L}}^2 + \frac{12C_{D_0}}{\pi e R_A}} \right) \quad 1.3.10$$

Υποθέτοντας ότι $C_{D_{0,L}} \equiv 0$ η ελάχιστη απαιτούμενη ισχύς είναι

$$P_{\min} = (DV)_{\min} \approx W \left[\frac{4\sqrt{2}C_{D_0}}{(3\pi e R_A)^3} \right]^{1/4} \sqrt{\frac{W/S_W}{\rho}} \quad 1.3.11$$

Δηλαδή η ελάχιστη απαιτούμενη ισχύς, όταν το βάρος του αεροσκάφους W είναι καθορισμένο, επιτυγχάνεται με την μείωση της παρασιτικής οπισθέλκουσας, την αύξηση της αποδοτικότητας Oswald, e , ή με την αύξηση του λόγου R_A . Επίσης φαίνεται ότι η ισχύς αυξάνει με την μείωση της πυκνότητας, δηλαδή σε μεγάλα ύψη απαιτείται μεγαλύτερη ισχύς. Η ταχύτητα πτήσης για την οποία η απαιτούμενη ισχύς ελαχιστοποιείται βρίσκεται με την βοήθεια των Εξ. (1.3.3) και (1.3.10)

$$V_{P_{\min}} = \frac{2}{\sqrt{\pi e R_A C_{D_{0,L}} + \sqrt{(\pi e R_A C_{D_{0,L}})^2 + 12\pi e R_A C_{D_0}}}} \sqrt{\frac{W/S_W}{\rho}} \quad 1.3.12$$

Η ταχύτητα αυτή είναι ανάλογη της φόρτισης πτέρυγας W/s_W . Η ταχύτητα ελάχιστης ισχύος, $V_{P_{\min}}$, είναι μικρότερη κατά 75–80 % από την ταχύτητα που πρέπει να αναπτύξει το αεροσκάφος για να επιτύχει την ελάχιστη απαιτούμενη ώση. Η ταχύτητα $V_{P_{\min}}$ αυξάνει με την αύξηση του ύψους πτήσης.

1.4 Ρυθμός ανόδου και διαθέσιμη ισχύς

Ο ρυθμός ανόδου αεροσκάφους εξαρτάται όχι μόνο από τον αεροδυναμικό του σχεδιασμό και το βάρος του αλλά και από την ισχύ του προωθητικού συστήματος. Ο προσδιορισμός του σταθερού ρυθμού ανόδου γίνεται με την βοήθεια του Σχ. 1.4.1 όπου δείχνονται οι δυνάμεις που ασκούνται κατά την διάρκεια ανόδου. Το διάνυσμα της ταχύτητας του αεροσκάφους είναι σε γωνία γ με τον ορίζοντα και η οπισθέλκουσα είναι

$$D = T \cos \alpha_T - W \sin \gamma \quad 1.4.1$$

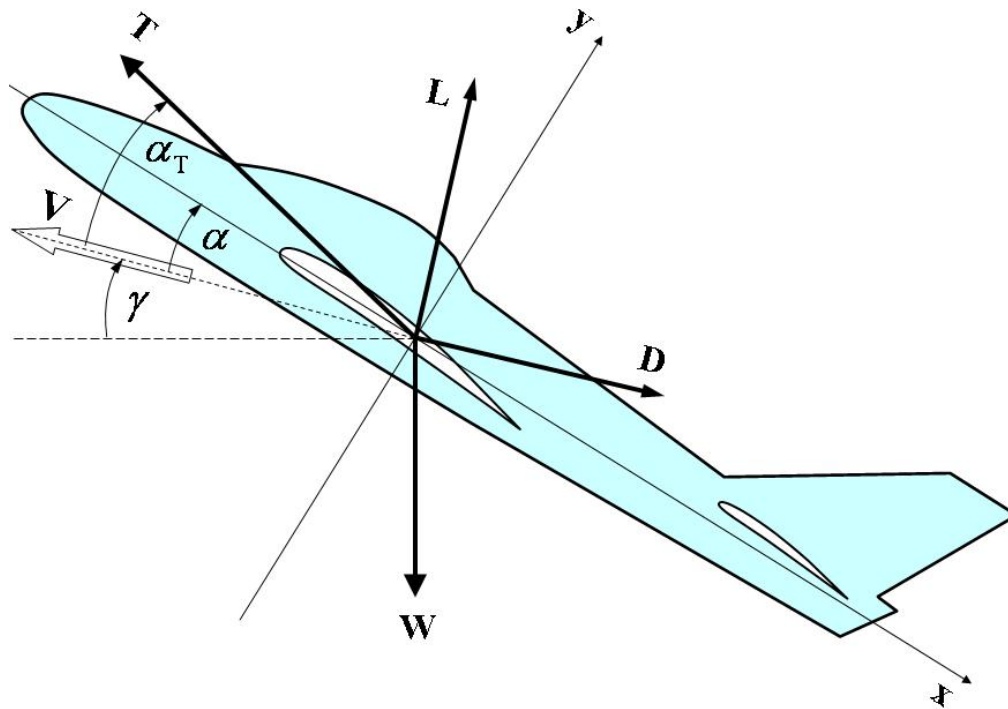
Η άντωση εξισορροπεί μέρος του βάρους και της ώσης δηλαδή

$$L = W \cos \gamma - T \sin \alpha_T \quad 1.4.2$$

χρησιμοποιώντας την σχέση $D = (\rho V^2 S_w / 2) (C_{D_0} + C_{D_{0,L}} C_L + C_L^2 / \pi e R_A)$ για την οπισθέλκουσα βρίσκουμε ότι κατά την διάρκεια ανοδικής πορείας αεροσκάφους ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις

$$\frac{1}{2} \rho V^2 S_w \left(C_{D_0} + C_{D_{0,L}} C_L + \frac{C_L^2}{\pi e R_A} \right) = T \cos \alpha_T - W \sin \gamma \quad 1.4.3$$

$$\frac{1}{2} \rho V^2 S_w C_L = W \cos \gamma - T \sin \alpha_T \quad 1.4.4$$



Σχήμα 1.4.1 Δυνάμεις που αναπτύσσονται κατά την διάρκεια ανοδικής πορείας αεροσκάφους.

Από την τελευταία σχέση (Εξ. 1.4.4) φαίνεται ότι η άντωση για ανοδική πτήση είναι μικρότερη από την άντωση για οριζόντια πτήση. Συνεπώς και η επαγόμενη και η συνολική οπισθέλκουσα είναι πιο μικρή. Όταν μάλιστα το διάνυσμα ώσης είναι στην κατεύθυνση της προς τα άνω πτήσης η άντωση και συνεπώς η επαγόμενη οπισθέλκουσα είναι μηδενικές. Η κάθετη προς τα άνω πτήση (με μηδενική άντωση)

όπως προβλέπει η Εξ. (1.4.3) απαιτεί λόγο ώσης ως προς βάρος μεγαλύτερο της μονάδας.

Από την Εξ. (1.4.1) βρίσκουμε

$$\sin \gamma = \frac{T \cos \alpha_T - D}{W} \quad 1.4.5$$

Ο ρυθμός ανόδου ορίζεται ως η κάθετη συνιστώσα του διανύσματος της ταχύτητας

$$V_C = V \sin \gamma = \frac{VT \cos \alpha_T - VD}{W} \quad 1.4.6$$

Χρησιμοποιώντας την σχέση για οπισθέλκουσα σε ευθύγραμμη πτήση στην παραπάνω εξίσωση έχουμε

$$V_C = \frac{VT \cos \alpha_T - VT_L \cos \alpha_T}{W} \quad 1.4.7$$

Το γινόμενο $VT \cos \alpha_T$ είναι η ισχύς οπότε η παραπάνω σχέση γράφεται

$$V_C = \frac{P_A - P_R}{W} \quad 1.4.8$$

Στην παραπάνω σχέση P_A είναι η διαθέσιμη ισχύς και P_R είναι η απαιτούμενη για ευθύγραμμη πτήση ισχύς. Η διαφορά $P_A - P_R$ ονομάζεται επιπρόσθετη ισχύς (excess power). Η διαθέσιμη και απαιτούμενη ισχύς εξαρτώνται από την ταχύτητα πτήσης και από το ύψος πτήσης. Για πολύ μεγάλες ταχύτητες η απαιτούμενη ισχύς P_R είναι μεγαλύτερη από την διαθέσιμη ισχύ P_A . Σαν αποτέλεσμα για μεγάλες ταχύτητες πτήσης ο ρυθμός ανόδου είναι αρνητικός.

1.5 Κατανάλωση καυσίμου και χρόνος παραμονής

Η κατανάλωση καυσίμου είναι μια ακόμα σημαντική παράμετρος πτήσης και πολλές φορές εκφράζεται και ως ο συνολικός χρόνος για τον οποίο το αεροσκάφος μπορεί να παραμείνει στον αέρα πριν να χρειαστεί ανεφοδιασμό. Ο χρόνος παραμονής μπορεί να μεγιστοποιηθεί όταν ελαχιστοποιήσουμε την κατανάλωση ανά μονάδα χρόνου.

Η ειδική κατανάλωση μηχανής, q_p , ορίζεται ως το βάρος καυσίμου που καταναλώνεται ανά μονάδα χρόνου \dot{Q} , και ανά μονάδα διαθέσιμης ισχύος ώσης P_A .

$$q_p = \frac{\dot{Q}}{P_A} = q_p(\tau, \rho, V) \quad 1.5.1$$

και εξαρτάται από την πυκνότητα, την ταχύτητα πτήσης και από την συγκεκριμένη ρύθμιση (throttle setting) της μηχανής πρόωσης τ . Η διαθέσιμη ισχύς είναι επίσης συνάρτηση της ταχύτητας, της πυκνότητας και της ρύθμισης μηχανής που δίνεται από μία συναρτησιακή σχέση.

$$P_A = P_A(\tau, \rho, V) \quad 1.5.2$$

Σε ευθύγραμμη σταθερή πτήση η διαθέσιμη ισχύς είναι ίση με την απαιτούμενη ισχύ. Χρησιμοποιώντας την προσέγγιση μικρής γωνίας του διανύσματος ώσης (δες Εξ. (1.3.7)) βρίσκουμε ότι η συναρτησιακή σχέση της Εξ. (1.5.2) έχει την παρακάτω απλή μορφή

$$P_A(\tau, \rho, V) = P_R = \left[\frac{C_{D_0} \rho V^3}{2(W/S_W)} + C_{D_{0,L}} V + \frac{W/S_W}{\pi e R_A \frac{1}{2} \rho V} \right] W \quad 1.5.3$$

Η παραπάνω εξίσωση επιβάλλει μια σχέση μεταξύ πυκνότητας, ταχύτητας και ρύθμισης μηχανής που για κάθε ύψος πτήσης και ταχύτητα προσδιορίζει την απαραίτητη ρύθμιση μηχανής για ευθύγραμμη σταθερή πτήση.

Το βάρος όμως του αεροσκάφους μειώνεται με τον χρόνο λόγω του καυσίμου που καταναλώνεται. Σαν αποτέλεσμα, ο ρυθμός μεταβολής του βάρους αεροσκάφους είναι ο ρυθμός κατανάλωσης με αρνητικό πρόσημο, δηλαδή

$$\frac{dW}{dt} = -\dot{Q} \quad 1.5.4$$

Η μέγιστη αντοχή E_{\max} , ορίζεται ως ο χρόνος που απαιτείται για να μειωθεί το βάρος του αεροσκάφους με πλήρεις δεξαμενές, W_f , στο βάρος του αεροσκάφους με άδειες δεξαμενές, W_e . Από ολοκλήρωση της Εξ. (1.5.4) βρίσκουμε ότι η μέγιστη αντοχή είναι

$$E_{\max} = \int_0^{E_{\max}} dt = \int \frac{1}{\dot{Q}} dW = \int_{W_e}^{W_f} \frac{1}{\dot{Q}} dW \quad 1.5.5$$

Δηλαδή η μέγιστη ολική αντοχή είναι το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη \dot{Q} μεταξύ W_f και W_e .

Παράδειγμα :

Σε συνδυασμούς μηχανής εσωτερικής καύσης και προπέλας που έχουν μεταβλητό βήμα μπορεί να γίνουν ρυθμίσεις (αυτόματες ή χειροκίνητες) έτσι ώστε η παραγόμενη ισχύς να είναι περίπου ανεξάρτητη από την ταχύτητα για ένα εύρος ταχυτήτων. Στην περίπτωση αυτή η ειδική κατανάλωση καυσίμου είναι

$$q_p = \frac{\dot{Q}}{P_A} = \frac{\dot{Q}}{\eta_p P_B} = \frac{q_B}{\eta_p}$$

όπου η_p είναι η απόδοση προπέλας, P_B είναι η ισχύς πέδησης μηχανής και q_B είναι η ειδική κατανάλωση καυσίμου μηχανής βασιζόμενη στην ισχύ πέδησης.

Υποθέτοντας ότι $q_B = 0.5 \text{ lb fuel} / \text{HP} / \text{hr}$, $\eta_p = 80\%$, $W_e = 2.300 \text{ lbf}$, η χωρητικότητα δεξαμενών είναι 400 lbf και ότι ο πιλότος διατηρεί ταχύτητα που να εξασφαλίζει μέγιστη αντοχή E_{\max} θα βρούμε την ολική αντοχή στο επίπεδο της θάλασσας.

$$S_w = 180 \text{ ft}^2, b_w = 33 \text{ ft}$$

Δίνεται ακόμη ότι: $C_{D_o} = 0.023$, $C_{D_{o,L}} = 0.0$, $e = 0.82$, $R_A = 6.05$

$$q_p = \eta_B / \eta_p = 0.625 \text{ lbf} / \text{HP} / \text{hr} = 3.157 \times 10^{-7} \text{ ft}^{-1}$$

Η ειδική αντοχή είναι το αντίστροφο του ολικού ρυθμού κατανάλωσης και για σταθερή πτήση στο επίπεδο της θάλασσας.

$$1/\dot{Q} = 1/q_p P_A = 1/q_p P_R$$

Η απαιτούμενη ισχύς είναι

$$\begin{aligned}
P_R = DV &= \frac{1}{2} \rho V^2 S_w \left(C_{D_o} + \frac{C_L^2}{\pi e R_A} \right) V = \\
&= \frac{1}{2} \rho V^2 S_w \left[C_{D_o} + \frac{1}{\pi e R_A} \left(\frac{W}{\frac{1}{2} \rho V^2 S_w} \right)^2 \right] V \\
&= \left(\frac{C_{D_o} \rho V^3}{2(W/S_w)} + \frac{2(W/S_w)}{\pi e R_A \rho V} \right) W \\
&= \left(\frac{C_{D_o}}{2} R_v^3 + \frac{2}{\pi e R_A R_v} \right) W \sqrt{\frac{W/S_w}{\rho}}
\end{aligned}$$

όπου R_v είναι ο λόγος ταχυτήτων που δίνει την μέγιστη ειδική αντοχή και βρίσκεται με μηδενισμό της παραγώγου ειδικής αντοχής

$$R_v = \left(\frac{4}{3\pi e R_A C_{D_o}} \right)^{1/4}$$

που όταν αντικατασταθεί στην εξίσωση ειδικής αντοχής βρίσκουμε

$$\frac{1}{\dot{Q}} = \frac{(3\pi e R_A)^{3/4}}{q_p C_{D_o}^{1/4} W} \sqrt{\frac{\rho}{32W/S_w}}$$

Η μέγιστη αντοχή είναι

$$\begin{aligned}
E_{\max} &= \int_{w_e}^{w_f} \frac{1}{\dot{Q}} dW = \int_{w_e}^{w_f} \frac{(3\pi e R_A)^{3/4}}{q_p C_{D_o}^{1/4}} \sqrt{\frac{\rho}{32W^3/S_w}} dW \\
&= \frac{2(3\pi e R_A)^{3/4}}{\sqrt{32} C_{D_o}^{1/4} q_p} \sqrt{S_w \rho} \left(\frac{1}{\sqrt{W_e}} - \frac{1}{\sqrt{W_f}} \right) \\
&= \frac{2 \left[(3\pi (0.82)(6.05)) \right]^{3/4}}{\sqrt{32} (0.023)^{1/4}} \times \frac{\sqrt{0.00237 \text{ slug} / \text{ft}^3 \times 180 \text{ ft}^2}}{3.157 \times 10^{-7} \text{ ft}^{-1}} \times \left(\frac{1}{\sqrt{2300 \text{ lbf}}} - \frac{1}{\sqrt{2700 \text{ lbf}}} \right) \\
&= 54030 \text{ sec} = 15 \text{ hr}
\end{aligned}$$

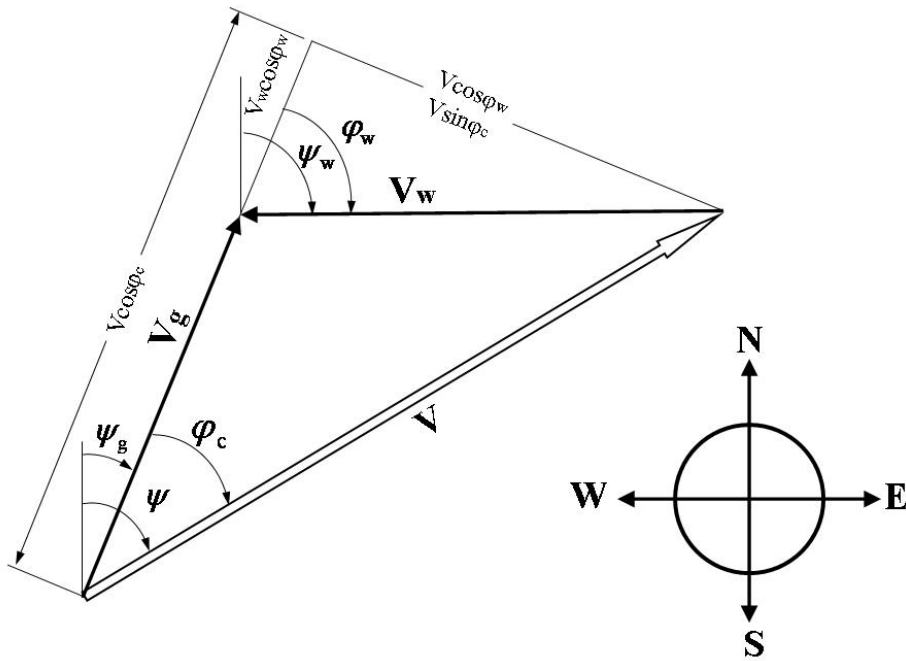
όπως φαίνεται η μέγιστη αντοχή είναι ανάλογη της πυκνότητας. Δηλαδή με την αύξηση του ύψους πτήσης η μέγιστη αντοχή μειώνεται.

1.6 Κατανάλωση καυσίμου και διαδρομή

Στις περισσότερες εφαρμογές ενδιαφέρει να βελτιστοποιήσουμε την κατανάλωση καυσίμου για καθορισμένη διαδρομή (range), που ορίζεται σαν η ολική απόσταση που μπορεί να διανύσει το αεροσκάφος με γεμάτες δεξαμενές. Η διαδρομή ενός συγκεκριμένου αεροσκάφους μεγιστοποιείται με την ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου ανά μονάδα διανυόμενης απόστασης. Η κατανάλωση σε ορισμένο διάστημα χρόνου συνήθως εκφράζεται σαν ρυθμός κατανάλωσης καυσίμου, δηλαδή λίτρα ανά ώρα. Για τον προσδιορισμό της μέγιστης διαδρομής αεροσκάφους όμως η κατανάλωση δεν εκφράζεται σαν ποσότητα όγκου καυσίμου μονάδα απόστασης (που για συνήθη οχήματα όπως το αυτοκίνητο είναι απόσταση ανά όγκο καυσίμου π.χ. km/liter), αλλά σαν η διανυόμενη απόσταση ανά μονάδα βάρους του καταναλισκόμενου καυσίμου. Η σύμβαση αυτή είναι αναγκαία επειδή το βάρος για τα αεροσκάφη είναι πιο σημαντική παράμετρος από τον όγκο, οπότε η απόσταση ανά μονάδα κατανάλωσης δίνεται σαν διανυόμενη απόσταση ανά μονάδα βάρους καυσίμου. Η απόσταση που διανύεται από το αεροσκάφος ανά μονάδα βάρους καυσίμου που καταναλώνεται συμβολίζεται ως r_s , είναι η απόσταση ανά μονάδα χρόνου δηλαδή η ταχύτητα ως προς το έδαφος V_g , διαιρεμένη με το βάρος καυσίμου που καταναλώνεται ανά μονάδα χρόνου.

$$\begin{array}{l} \text{απόσταση ανά μονάδα κατανάλωσης, } r_s \\ \frac{\text{διανυόμενη απόσταση}}{\text{μονάδα βάρους καυσίμου}} \end{array} \quad r_s = \frac{V_g}{\dot{Q}} \quad 1.6.1$$

Όπως φαίνεται από την παραπάνω σχέση η μέγιστη διαδρομή αεροσκάφους δεν εξαρτάται μόνο από την ταχύτητά του αλλά από την σχετική ως προς το έδαφος ταχύτητα και διεύθυνση του ανέμου.



Σχήμα 1.6.1 Διάγραμμα ταχυτήτων αεροσκάφους

Η σχέση μεταξύ ταχύτητας αεροσκάφους και ταχύτητας αέρα φαίνεται στο Σχ. 1.6.1 όπου η γωνία ψ_g είναι γωνία ως προς το έδαφος, η γωνία ψ είναι η γωνία πρόσπτωσης, και η γωνία ψ_w είναι η γωνία κατεύθυνσης ανέμου. Όλες οι γωνίες μετρούνται στο Σχ. 1.6.1 σχέση με την κατεύθυνση του βορρά

Η ταχύτητα αεροσκάφους ως προς το έδαφος σχετίζεται με την ταχύτητα αεροσκάφους V και την ταχύτητα ανέμου V_w με την σχέση

$$V_g = \sqrt{V^2 - V_w^2 \sin^2 \phi_w} - V_w \cos \phi_w \quad 1.6.2$$

Η κατανάλωση καυσίμου ανά μονάδα χρόνου για σταθερή και επίπεδη πτήση είναι

$$\frac{dQ}{dt} = q_p DV \quad 1.6.3$$

Υποθέτοντας και πάλι ότι η οπισθέλκουσα είναι ίση με την ώση βρίσκουμε ότι η οπισθέλκουσα δίνεται από την σχέση

$$D = \left(\frac{(0.5 \rho V^2) C_{D_0}}{W / S_w} + C_{D_{0,L}} + \frac{W / S_w}{\pi e R_A (0.5 \rho V^2)} \right) W \quad 1.6.4$$

οπότε

$$r_s = \frac{V_g}{q_p DV} \quad 1.6.5$$

Δηλαδή η μέγιστη διαδρομή επιτυγχάνεται για κάποια ταχύτητα πτήσης που δεν είναι κατ' ανάγκη η ίδια με την ταχύτητα που δίνει την ελάχιστη οπισθέλκουσα. Η ταχύτητα αυτή βρίσκεται από τον μηδενισμό της παραγώγου απόστασης ανά μονάδα κατανάλωσης r_s ως προς την ταχύτητα, $\partial r_s / \partial V = 0$ δηλαδή

$$\frac{\partial r_s}{\partial V} = \frac{1}{q_p DV} \frac{\partial V_g}{\partial V} - \frac{V_g}{q_p^2 DV} \frac{\partial q_p}{\partial V} - \frac{V_g}{q_p^2 DV} \frac{\partial D}{\partial V} - \frac{V_g}{q_p DV^2} = 0 \quad 1.6.6$$

ή

$$\frac{V}{D} \frac{\partial D}{\partial V} = \frac{V}{V_g} \frac{\partial V_g}{\partial V} - \frac{V}{q_p} \frac{\partial q_p}{\partial V} - 1 \quad 1.6.7$$

από την Εξ. (1.6.2) βρίσκουμε

$$\frac{V}{V_g} \frac{\partial V_g}{\partial V} = \frac{V}{\sqrt{V^2 - V_w^2 \sin^2 \phi_w} - V_w \cos \phi_w} \left(\frac{V}{\sqrt{V^2 - V_w^2 \sin^2 \phi_w}} \right) = \frac{V}{V - V_{ef}} \quad 1.6.8$$

όπου V_{ef} είναι η ταχύτητα του προσπίπτοντας κάθετα ανέμου που θα προξενούσε την ίδια ταχύτητα ως προς το έδαφος και δίνεται από

$$V_{ef} = V_w \left[\cos \phi_w \sqrt{1^2 - (V_w / V)^2 \sin^2 \phi_w} + (V_w / V) \sin^2 \phi_w \right] \quad 1.6.9$$

Με αντικατάσταση των Εξ. (1.6.4) και (1.6.8) στην Εξ. (1.6.7) βρίσκουμε ότι μέγιστη διαδρομή επιτυγχάνεται όταν

$$\begin{aligned} \frac{V}{D} \frac{\partial D}{\partial V} &= \left(\frac{\rho V^2 C_{D_0}}{W / S_w} - \frac{4W / S_w}{\pi e R_A \rho V^2} \right) / \left(\frac{1}{2} \frac{\rho V^2 C_{D_0}}{W / S_w} + C_{D_0, L} + \frac{W / S_w}{\pi e R_A \frac{1}{2} \rho V^2} \right) = \\ &= \frac{V}{V - V_{ef}} - \frac{V}{q_p} \frac{\partial q_p}{\partial V} - 1 = \frac{V_{ef}}{V - V_{ef}} - \frac{V}{q_p} \frac{\partial q_p}{\partial V} \end{aligned} \quad 1.6.10$$

Το αριστερό μέλος της παραπάνω σχέσης είναι αύξουσα συνάρτηση της ταχύτητας αεροσκάφους. Συνεπώς αύξηση του δεξιού μέλους $V_{ef} / (V - V_{ef}) - V / q_p \partial q_p / \partial V$ έχει σαν αποτέλεσμα την βελτίωση της μέγιστης διαδρομής.

Η διανυόμενη απόσταση δίνεται από την λύση της απλής διαφορικής εξίσωσης

$$\frac{dx}{dW} = -r_s \quad 1.6.11$$

και η μέγιστη διανυόμενη απόσταση, R_{\max} , βρίσκεται με ολοκλήρωση της παραπάνω σχέσης

$$R_{\max} = \int_0^{R_{\max}} dx = - \int_{W_f}^{W_e} r_s dW = \int_{W_e}^{W_f} r_s dW \quad 1.6.12$$

1.7 Απώλεια ισχύος

Ο ρυθμός ανόδου αεροσκάφους εξαρτάται από την ισχύ που παράγει το προωθητικό σύστημα. Επίσης η ταχύτητα που μπορεί να αναπτύξει ένα αεροσκάφος σε ευθύγραμμη πτήση εξαρτάται από την ισχύ. Ο ρυθμός ανόδου που προκύπτει με μηδενική ισχύ πρόωσης βρίσκεται από τις Εξ. (1.4.8) και (1.3.1).

$$R_C = -\frac{P_R}{W} = -\frac{DV}{W} \quad 1.7.1$$

και επειδή D , V και W είναι θετικές ποσότητες, ο ρυθμός ανόδου για μηδενική ισχύ είναι πάντα αρνητικός και ονομάζεται ρυθμός βύθισης (sing rate) και συμβολίζεται με R_S

$$R_S = \frac{P_R}{W} = \frac{DV}{W} \quad 1.7.2$$

Ο ρυθμός βύθισης ελαχιστοποιείται με την ελαχιστοποίηση του γινομένου DV ή της απαιτούμενης ισχύος. Με την βοήθεια της Εξ. (1.3.7) βρίσκουμε ότι ο ρυθμός βύθισης είναι

$$R_S = \frac{P_R}{W} = \frac{(0.5\rho V^3) C_{D_0}}{W/S_w} + C_{D_{0,L}} V + \frac{W/S_w}{\pi e R_A (0.5\rho V)} \quad 1.7.3$$

Η ελάχιστη ταχύτητα βύθισης V_{SM} είναι η ίδια με την ταχύτητα που πρέπει να έχει το αεροσκάφος για να εκτελεί πτήση με ελάχιστη ισχύ και δίνεται από την σχέση

$$V_{SM} = \frac{2}{\sqrt{\pi e R_A C_{D_{0,L}} + \sqrt{(\pi e R_A C_{D_{0,L}})^2 + 12 \pi e R_A C_{D_0}}}} \sqrt{\frac{W}{S_W} \rho} \quad 1.7.4$$

Αντικαθιστώντας την ταχύτητα V στην Εξ. (1.7.3) με την τιμή της ελάχιστης ταχύτητας καθόδου από την Εξ. (1.7.4) βρίσκουμε τον ελάχιστο ρυθμό καθόδου

$$(R_S)_{\min} = \frac{(DV)_{\min}}{W} \simeq \frac{\sqrt{32} C_{D_0}^{1/4}}{(3 \pi e R_A)^{3/4}} \sqrt{\frac{W}{S_W} \rho} \quad 1.7.5$$

στην παραπάνω σχέση υποθέσαμε ότι $C_{D_{0,L}} \equiv 0$

Εκτελώντας πτήση με τον ελάχιστο ρυθμό καθόδου R_{SM} μετά την απώλεια ισχύος μεγιστοποιούμε τον χρόνο παραμονής του αεροπλάνου στον αέρα. Σε πολλές περιπτώσεις όμως θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε την απόσταση πτήσης και όχι τον χρόνο παραμονής στον αέρα. Χρησιμοποιώντας τις Εξ. (1.4.1) και (1.4.2) για μηδενική ώση έχουμε

$$D = W \sin \gamma \quad 1.7.6$$

$$L = W \cos \gamma \quad 1.7.7$$

Η οριζόντια συνιστώσα του διανύσματος ταχύτητας V_h είναι

$$V_h = V \cos \gamma \quad 1.7.8$$

Ενώ η κάθετη συνιστώσα είναι η ταχύτητα βύθισης

$$V_s = -V \sin \gamma \quad 1.7.9$$

$$\sin \gamma = -\frac{D}{W} \quad 1.7.13$$

$$\cos \gamma = \frac{L}{W} \quad 1.7.14$$

και αντικαθιστώντας στην Εξ. (17.12) βρίσκουμε

$$\begin{aligned} r_g &= \frac{\sqrt{V^2(L/W) - V_W^2 \sin^2 \phi_W} - V_W \cos \phi_W}{V(D/W)} = \\ &= \frac{L}{D} \left[\sqrt{1 - \frac{V_W^2 \cos \phi_W}{V^2(D/W)^2} - \frac{V_W \cos \phi_W}{V(L/W)}} \right] \end{aligned} \quad 1.7.15$$

Ο λόγος άντωσης προς οπισθέλκουσα είναι μεγάλος οπότε η γωνία γ (glide angle) είναι μικρή και η άντωση είναι περίπου ίση με το βάρος οπότε ο λόγος r_g προσεγγίζεται από την παρακάτω σχέση

$$\begin{aligned} r_g &= \frac{\sqrt{V^2(L/W) - V_W^2 \sin^2 \phi_W} - V_W \cos \phi_W}{V(D/W)} = \\ &= \frac{L}{D} \left[\sqrt{1 - \frac{V_W^2 \cos \phi_W}{V^2(D/W)^2} - \frac{V_W \cos \phi_W}{V(L/W)}} \right] \end{aligned} \quad 1.7.16$$

Η σχέση αυτή δείχνει ότι για μηδενική ταχύτητα αέρα $r_g \equiv r_{g_0} = L/D$. Επί πλέον, πρόσθιος ή πλάγιος άνεμος μειώνει τον λόγο r_g ενώ άνεμος από την ουρά (tailwind) αυξάνει τον λόγο r_g . Από την Εξ. (1.2.8) έχουμε

$$\frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_D} = \frac{C_L}{C_{D_0} + C_{D_{0,L}} C_L + \frac{C_L^2}{\pi e R_A}} = \left(\frac{C_{D_0}}{C_L} + C_{D_{0,L}} + \frac{C_L}{\pi e R_A} \right)^{-1} \quad 1.7.17$$

Για μικρή γωνία γ η παραπάνω σχέση είναι

$$\frac{C_L}{C_D} \approx \left(\frac{(\rho V^2 / 2) C_{D_0}}{S_W / W} + C_{D_{0,L}} + \frac{S_W / W}{\pi e R_A (\rho V^2 / 2)} \right)^{-1} \quad 1.7.18$$

Ο μέγιστος λόγος r_g όταν η ταχύτητα ανέμου είναι μηδέν είναι ο μέγιστος λόγος C_L / C_D που δίνεται από την Εξ. (1.2.13) ως

$$(r_{g_o})_{\max} = (C_L / C_D)_{\max} = \frac{\sqrt{\pi e R_A}}{2\sqrt{C_{D_0} + C_{D_{0,L}}\sqrt{\pi e R_A}}} \quad 1.7.19$$

και η ταχύτητα πτήσης που παρέχει μέγιστο C_L / D_D είναι

$$V_{g_o} = \frac{\sqrt{2}}{(\pi e R_A C_{D_0})^{1/4}} \sqrt{\frac{W / S_w}{\rho}} \quad 1.7.20$$

Από τις παραπάνω σχέσεις είναι φανερό ότι λόγος $(r_{g_o})_{\max}$ δεν εξαρτάται από την φόρτιση πτέρυγας και την ταχύτητα V_{g_o} εξαρτάται όμως από το εύρος της πτέρυγας R_A .

Ο λόγος r_g με την παρουσία ταχύτητας αέρα προσεγγίζεται από τις Εξ. (1.7.16) ως

$$r_{g_w} \approx \frac{\sqrt{1 - \frac{(V_w \cos \phi_w)^2}{V^2}} - \frac{V_w \cos \phi_w}{V}}{\left[\frac{(\rho V^2 / 2) C_{D_0}}{W / S_w} + C_{D_{0,L}} \frac{W / S_w}{\pi e R_A (\rho V^2 / 2)} \right]} \quad 1.7.21$$

Η βέλτιστη ταχύτητα βρίσκεται από τον μηδενισμό της παραγώγου της Εξ. (1.7.21)

1.8 Ταχύτητα, φορτίο πτέρυγας και απώλεια άντωσης (stall)

Στα προηγούμενα κεφάλαια δείξαμε ότι η ταχύτητα αεροσκάφους για την ελάχιστη τιμή της οπισθέλκουσας, V_{MDV} , και η ταχύτητα ελάχιστης οπισθέλκουσας με διάνυσμα ώσης συγγραμμικό με την ταχύτητα αεροσκάφους V_{MD} είναι ανεξάρτητες της ώσης

$$V_{MDV} = \frac{2}{\sqrt{\pi e R_A C_{D_{0,L}} + \sqrt{(\pi e R_A C_{D_{0,L}})^2 + 12 \pi e R_A C_{D_{0,L}}}}} \sqrt{\frac{W / S_w}{\rho}} \quad 1.8.1$$

$$V_{MD} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{\pi e R_A C_{D_0}}} \sqrt{\frac{W / S_w}{\rho}} \quad 1.8.2$$

Πτήση με ταχύτητα V_{MDV} απαιτεί την ελάχιστη ισχύ για ευθύγραμμη οριζόντια πτήση και παρέχει τον μικρότερο ρυθμό καθόδου σε πτήση χωρίς ισχύ (gliding). Παρέχει ακόμα τον μέγιστο χρόνο πτήσης (endurance). Η ειδική κατανάλωση καυσίμου q_p είναι ανεξάρτητη από την ταχύτητα πτήσης. Η πτήση με ταχύτητα V_{MD} απαιτεί την ελάχιστη ώση και παρέχει την μέγιστη διαδρομή πτήσης (για μηδενική ταχύτητα ανέμου) όταν η ειδική κατανάλωση καυσίμου είναι ανεξάρτητη της ταχύτητας.

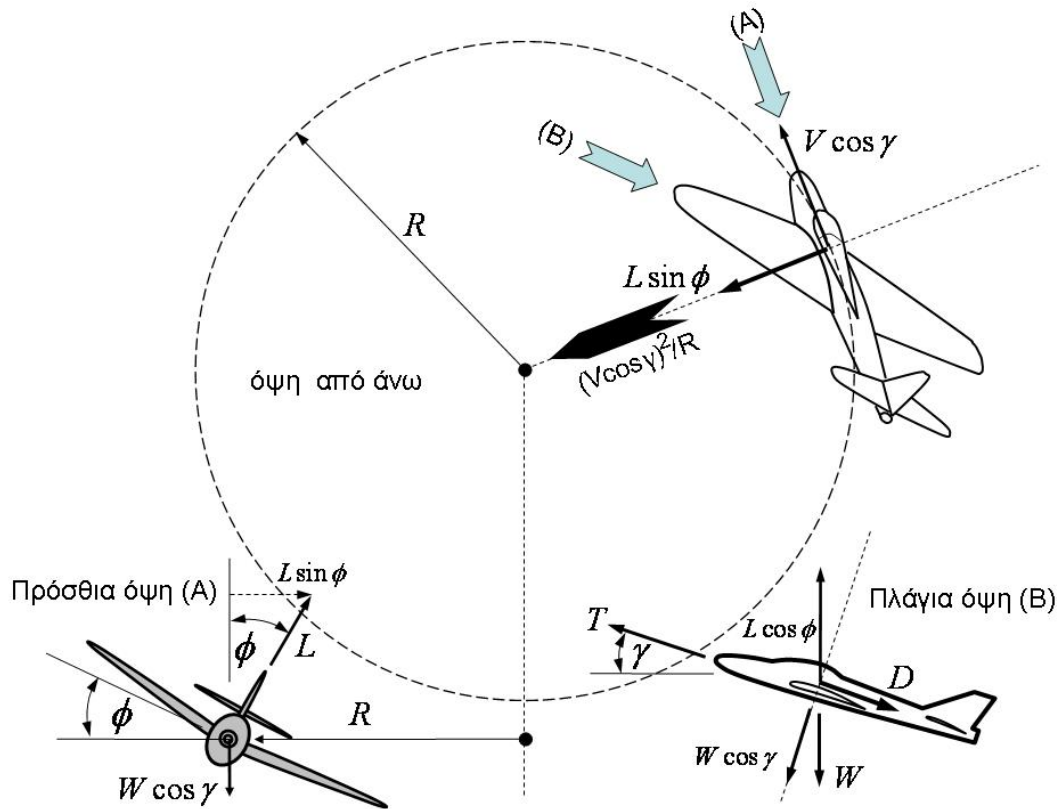
Μια ακόμα ταχύτητα πτήσης που είναι και αυτή ανεξάρτητη από την ώση είναι η ταχύτητα ευθύγραμμης πτήσης όπου έχουμε απώλεια άντωσης (stall) όταν το διάνυσμα ώσης είναι ευθυγραμμισμένο με την ταχύτητα πτήσης. Η ταχύτητα αυτή είναι προφανώς η ελάχιστη ταχύτητα με την οποία το αεροσκάφος μπορεί να πετάξει. Βρίσκεται δε από την Εξ. (1.3.3) όταν η τιμή του C_L αντικατασταθεί με $C_{L_{max}}$

$$V_{\min} = \sqrt{\frac{2}{C_{L_{\max}}}} \sqrt{\frac{W/S_w}{\rho}} \quad 1.8.3$$

Οι τρεις ταχύτητες που υπολογίσαμε παραπάνω εξαρτώνται από την φόρτιση πτέρυγας που είναι και ο βασικός παράγοντας που χρησιμοποιούν οι σχεδιαστές για να καθορίσουν την ταχύτητα του αεροσκάφους.

Ο λόγος χορδής προς μήκος πτέρυγας R_A , στα αεροσκάφη είναι $5 < R_A < 24$ με πιο συνήθη τιμή $6 < R_A < 8$. Η αποδοτικότητα Oswald μεταβάλλεται στο εύρος $0.7 < e < 0.95$ και συνήθως είναι $e = 0.8$. Ο συντελεστής παρασιτικής οπισθέλκουσας για μηδενική άντωση είναι 0.01 μέχρι 0.1. Ο συντελεστής άντωσης μεταβάλλεται στο εύρος $0.8 < C_L < 5$ όπου οι μεγάλες τιμές επιτυγχάνονται για αεροτομές με flaps. Σε σταθερή πορεία ο συντελεστής άντωσης μεταβάλλεται σε μεγάλο εύρος. Τα αεροσκάφη που είναι σχεδιασμένα για μικρές ταχύτητες προσγείωσης και απογείωσης έχουν μικρή φόρτιση πτέρυγας ενώ τα αεροσκάφη που έχουν μεγάλη ταχύτητα πορείας (cruise speed) έχουν μεγάλη φόρτιση πτέρυγας.

1.9 Σταθερή περιστροφή σε κυκλική τροχιά



Σχήμα 1.9.1 Διάγραμμα δυνάμεων για πτήση σε κυκλική τροχιά.

Ο ελιγμός σταθερής κυκλικής τροχιάς εκτελείται όταν οι πτέρυγες του αεροσκάφους έχουν κλίση ϕ ως προς το οριζόντιο επίπεδο όπως φαίνεται στο Σχ. 1.9.1 Το διάνυσμα άντωσης κατά την διάρκεια της πτήσης σε κυκλική τροχιά έχει επίσης κλίση ϕ και η οριζόντια συνιστώσα της άντωσης παράγει μια σταθερή επιτάχυνση σε κατεύθυνση που είναι κάθετη στην τροχιά. Η επιτάχυνση αυτή εξαναγκάζει το αεροσκάφος να κινηθεί σε μια κυκλική ή ελικοειδή τροχιά με ακτίνα R . Από την ισορροπία των δυνάμεων στην ακτινική κατεύθυνση βρίσκουμε

$$L \sin \phi = \frac{W (V \cos \gamma)^2}{g R} \quad 1.9.1$$

Εφαρμόζοντας και πάλι την προσέγγιση μικρής γωνίας ώσης η ισορροπία δυνάμεων στην κατεύθυνση πτήσης είναι

$$T = D + W \sin \gamma = \frac{1}{2} \rho V^2 S_w \left(C_{D_0} + C_{D_{0,L}} C_L + \frac{C_L^2}{\pi e R_A} \right) + W \sin \gamma \quad 1.9.2$$

Επί πλέον, από την ισορροπία των δυνάμεων στην κατεύθυνση που είναι κάθετη στην τροχιά και στην ακτίνα βρίσκουμε

$$L \cos \phi = W \cos \gamma \quad 1.9.3$$

ή

$$L = \frac{W \cos \gamma}{\cos \phi} \quad 1.9.4$$

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho V^2 S_w} = \frac{W \cos \gamma}{\frac{1}{2} \rho V^2 S_w \cos \phi} \quad 1.9.5$$

Από τις Εξ. (1.9.4) και (1.9.1) βρίσκουμε ότι η ακτίνα περιστροφής είναι

$$R = \frac{V^2 \cos \gamma}{g \tan \phi} \quad 1.9.6$$

Από τις Εξ. (1.9.5) και (1.9.2) βρίσκουμε ότι η απαιτούμενη ισχύς για να εκτελεσθεί κυκλική τροχιά είναι

$$T = \frac{1}{2} \rho V^2 S_w C_{D_0} + C_{D_{0,L}} \frac{W \cos \gamma}{\cos \phi} + \frac{1}{\pi e R_A (\rho V^2 / 2) S_w} \left(\frac{W \cos \gamma}{\cos \phi} \right)^2 + W \sin \gamma \quad 1.9.7$$

ενώ η γωνία κλίσης γ του αεροσκάφους (δες Σχ. 1.9.1) είναι

$$\gamma = \frac{1}{W} \left[T - \left(\frac{1}{2} \rho V^2 S_w C_{D_0} + C_{D_{0,L}} \frac{W \cos \gamma}{\cos \phi} + \frac{1}{\pi e R_A (\rho V^2 / 2) S_w} \left(\frac{W \cos \gamma}{\cos \phi} \right)^2 \right) \right] \quad 1.9.8$$

Ο ρυθμός ανόδου V_c είναι $V_c = V \sin \gamma$ και η διαθέσιμη ισχύς P_A είναι $P_A = TV$ οπότε

$$V_c = V \sin \gamma = \frac{1}{W} \left\{ P_A - \left[\frac{1}{2} \rho V^3 S_w C_{D_0} + C_{D_{0,L}} V \frac{W \cos \gamma}{\cos \phi} + \frac{(W \cos \gamma / \cos \phi)^2}{\pi e R_A (\rho V / 2) S_w} \right] \right\} \quad 1.9.9$$

Όταν η γωνία γ είναι μικρή $\cos\gamma \approx 1$, οπότε βρίσκουμε ότι

$$R = \frac{V^2}{g \tan \phi} \quad 1.9.10$$

$$V_C = V \sin \gamma = \frac{1}{W} \left\{ P_A - \left[\frac{1}{2} \rho V^3 S_W C_{D_0} + C_{D_0,L} V \frac{W}{\cos \phi} + \frac{(W / \cos \phi)^2}{\pi e R_A (\rho V / 2) S_W} \right] \right\} \quad 1.9.11$$

Η Εξ. (1.9.10) δείχνει ότι η ακτίνα περιστροφής είναι ανεξάρτητη από την ώση και την διαθέσιμη ισχύ αλλά από την Εξ. (1.9.11) φαίνεται ότι ο ρυθμός ανόδου είναι συνάρτηση της διαθέσιμης ισχύος. Ο όρος μέσα στην μεγάλη παρένθεση της Εξ (1.9.11) είναι η απαιτούμενη ισχύς για την εκτέλεση κυκλικής τροχιάς και η διαφορά στην αγκύλη είναι επιπλέον ισχύς για την εκτέλεση κυκλικής τροχιάς είναι πάντοτε μικρότερη από την ισχύ που απαιτείται για να εκτελέσουμε ευθεία πτήση. Η άντωση που απαιτείται για την εκτέλεση περιστροφής είναι μεγαλύτερη από την άντωση για ευθεία πτήση για τον ίδιο ρυθμό ανόδου συνεπώς η οπισθέλκουσα και η ισχύς που απαιτείται για την εκτέλεση καμπύλης τροχιάς είναι μεγαλύτερη. Η ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς εξαρτάται από την γωνία ϕ και γίνεται μικρότερη όσο αυξάνεται η γωνία ϕ . Το ελάχιστο όριο της ακτίνας καμπυλότητας εξαρτάται από την άντωση όπως θα δείξουμε παρακάτω.

Η Εξ. (1.9.5) δείχνει ότι η απαιτούμενη άντωση για την εκτέλεση κυκλικής τροχιάς εξαρτάται από την γωνία ϕ . Επειδή όμως η τιμή της απαιτούμενης άντωσης δεν μπορεί να υπερβεί την μέγιστη τιμή $C_{L_{\max}}$ βρίσκουμε ότι η μέγιστη γωνία κλίσης ϕ είναι

$$\cos \phi_{\max} = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho V^2 S_W C_{L_{\max}}} \quad 1.9.12$$

Η γωνία ϕ_{\max} ονομάζεται γωνία κλίσης απώλειας άντωσης (stall-limit bank angle).

Υπάρχει όμως και ακόμα ένα όριο που δεν πρέπει να υπερβούμε κατά την εκτέλεση πορείας με κυκλική τροχιά. Το όριο αυτό καθορίζεται από την δομική αντοχή του αεροσκάφους που καταπονείται επιπρόσθετα από την επιτάχυνση που είναι κάθετη στην κυκλική τροχιά. Η καταπόνηση αυτή εκφράζεται με τον παράγοντα φορτίου n

$$n = \frac{L}{W} = \frac{\frac{1}{2} \rho V^2 S_w C_L}{W} = \frac{\rho V^2 / 2}{W / S_w} C_L \quad 1.9.13$$

Ο παράγοντας φορτίου n εκφράζεται συνήθως σαν πολλαπλάσιο της δύναμης βαρύτητας g .

Από την Εξ. (1.9.3) και την παραπάνω σχέση που ισχύει για μικρή γωνία γ έχουμε

$$n = \frac{L}{W} = \frac{1}{\cos \phi} \quad 1.9.14$$

Επειδή η αντοχή πτέρυγας σε θετικό και αρνητικό φορτίο είναι διαφορετική ορίζουμε ξεχωριστά παράγοντα φορτίου για αρνητική και θετική φόρτιση

$$n^+ = \frac{L^+}{W} \quad 1.9.15$$

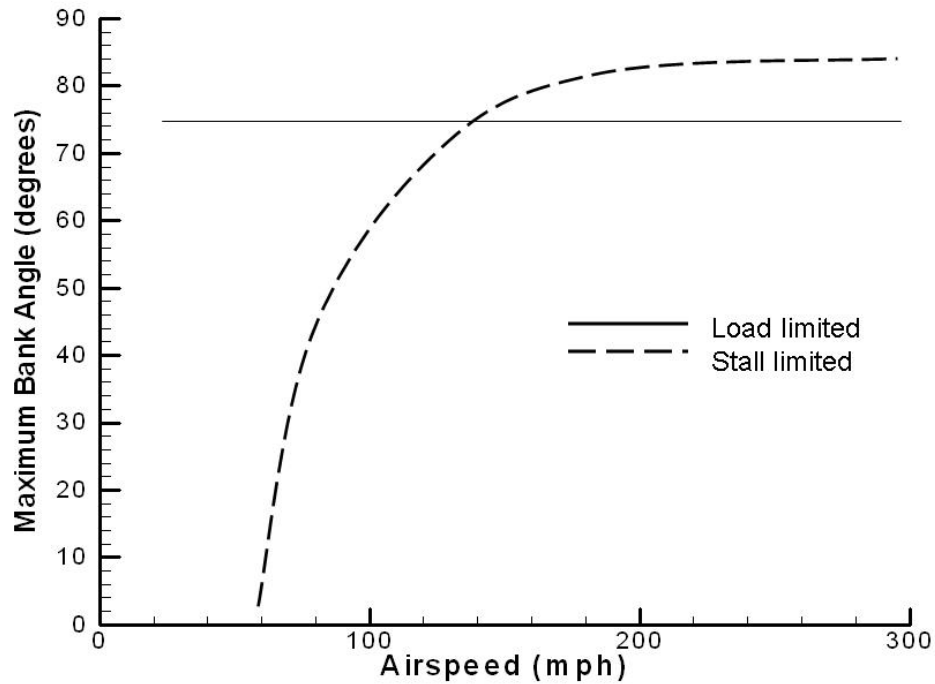
και

$$n^- = \frac{L^-}{W} \quad 1.9.16$$

όπου L^+ και L^- αντιστοιχούν στο μέγιστο επιτρεπτό θετική και αρνητική άντωση. Δηλαδή η μέγιστη γωνία ϕ που μπορούμε να έχουμε χωρίς να υπερβούμε το όριο δομικής αντοχής είναι

$$\cos \phi_{\max} = \frac{1}{n_{\max}} = \frac{W}{L^+} = \frac{W}{n^+ W_{\max}} \quad 1.9.17$$

Το Σχ. 1.9.2 δείχνει την εξάρτηση του παράγοντα φόρτισης (συνεπώς και της γωνίας ϕ) από τα όρια stall και τα όρια φορτίου.



Σχήμα 1.9.2 Εξάρτηση της γωνίας ϕ από την ταχύτητα πτήσης.

Είναι προφανές ότι η ακτίνα περιστροφής μπορεί επίσης να εκφραστεί μέσω του παράγοντα φορτίου. Από τις Εξ. (1.9.1) και (1.9.3) έχουμε

$$L^2 (\sin^2 \phi + \cos^2 \phi) = \left(\frac{WV^2 \cos^2 \gamma}{gR} \right) + W^2 \cos^2 \gamma \quad 1.9.18$$

ή

$$R = \frac{WV^2 \cos^2 \gamma}{g\sqrt{L^2 - W^2 \cos^2 \gamma}} = \frac{V^2 \cos^2 \gamma}{g\sqrt{n^2 - \cos^2 \gamma}} \quad 1.9.19$$

Για μικρή γωνία γ η παραπάνω σχέση είναι

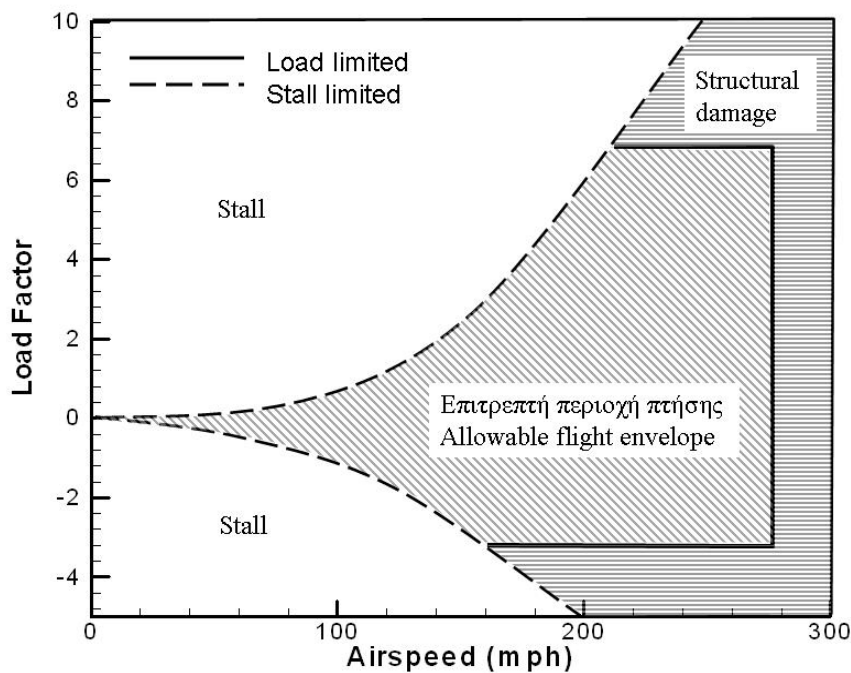
$$R \approx \frac{V^2}{g\sqrt{n^2 - 1}} \quad 1.9.20$$

Σε χαμηλές ταχύτητες η τιμή του παράγοντα φορτίου περιορίζεται από την απώλεια άντωσης δηλαδή

$$n_{\max} = \frac{L_{\max}}{W} = \frac{\rho V^2 / 2}{W / S_w} C_{L_{\max}} \quad 1.9.21$$

και από την ελάχιστη τιμή για αρνητική πρόσπτωση

$$n_{\min} = \frac{L_{\min}}{W} = \frac{\rho V^2 / 2}{W / S_w} C_{L_{\min}} \quad 1.9.22$$



Σχήμα 1.9.3 Εξάρτηση του παράγοντα φόρτισης από την ταχύτητα πτήσης.

Για μεγάλες ταχύτητες πτήσης ο λόγος φόρτισης περιορίζεται από την δομική καταπόνηση του αεροσκάφους οπότε

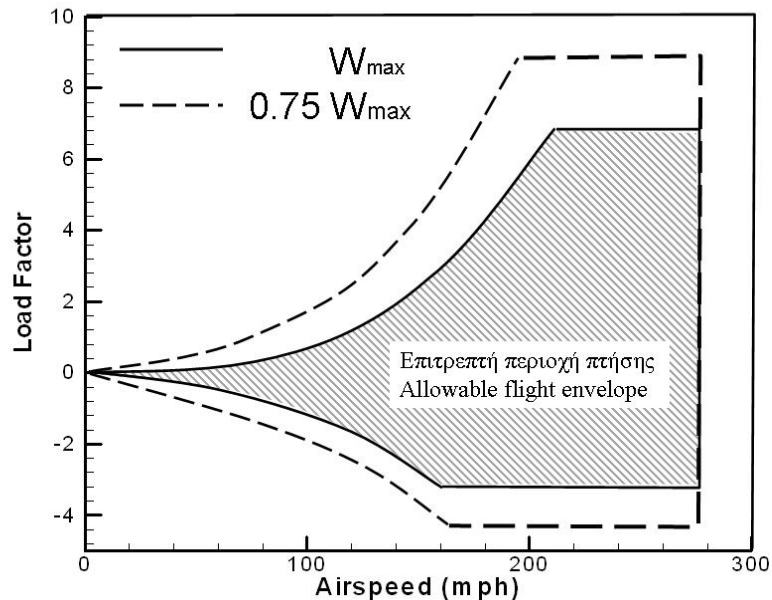
$$n_{\max} = \frac{L^+}{W} = \frac{L^+}{W_{\max}} \frac{W_{\max}}{W} = n^+ \frac{W_{\max}}{W} \quad 1.9.23$$

και

$$n_{\min} = \frac{L^-}{W} = \frac{L^-}{W_{\max}} \frac{W_{\max}}{W} = n^- \frac{W_{\max}}{W} \quad 1.9.24$$

Τα όρια stall και φορτίου σαν συνάρτηση της ταχύτητας πτήσης δείχνοντας στο Σχ. 1.9.3. Το διάγραμμα του Σχ. 1.9.3 ονομάζεται V – n

διάγραμμα και δείχνει την επιτρεπτή περιοχή πτήσης. Η κάθετη γραμμή δείχνει την μέγιστη ταχύτητα πέραν την οποία είναι σχεδιασμένο το αεροσκάφος

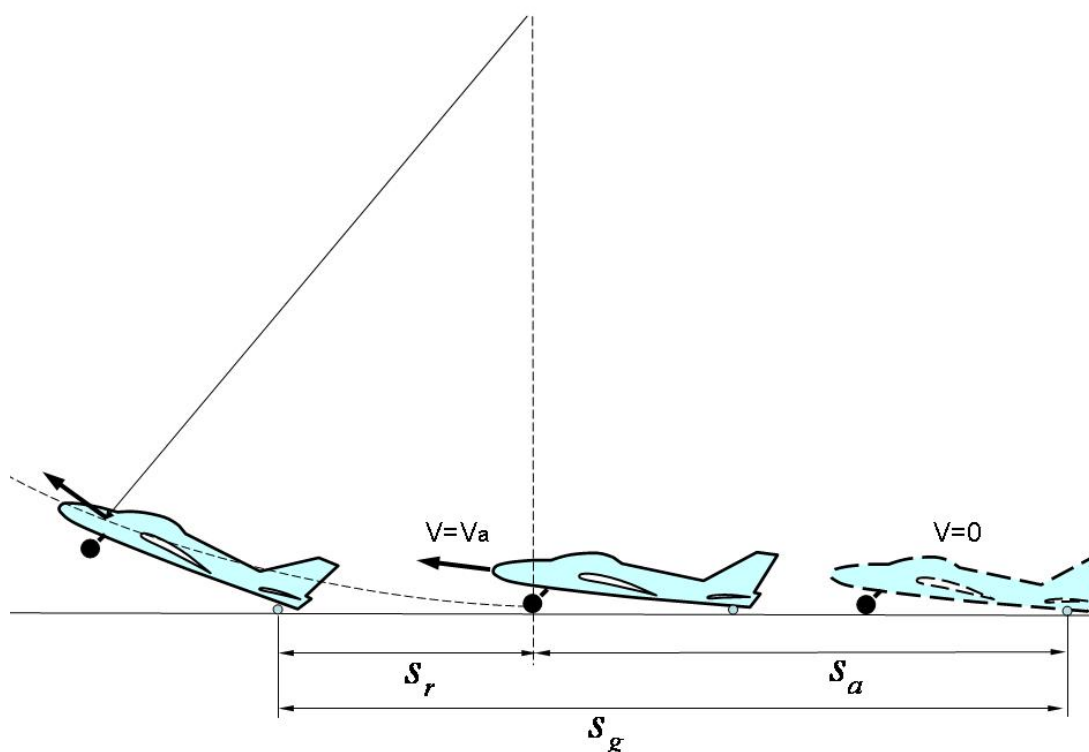


Σχήμα 1.9.4 Επιτρεπτή περιοχή πτήσης αεροσκάφους.

Η επιτρεπτή περιοχή πτήσης του αεροσκάφους μεταβάλλεται με την μεταβολή του βάρους. Σαν αποτέλεσμα, όταν το βάρος μειώνεται από το μέγιστο επιτρεπτό βάρος η επιτρεπτή περιοχή πτήσης διευρύνεται. Το Σχ. 1.9.4 δείχνει την επιτρεπτή περιοχή πτήσης για $0.75 W_{max}$. Πρέπει να σημειωθεί ότι η μείωση του βάρους δεν αυξάνει την μέγιστη επιτρεπτή ταχύτητα.

1.10 Συμπεριφορά σε προσγείωση και απογείωση

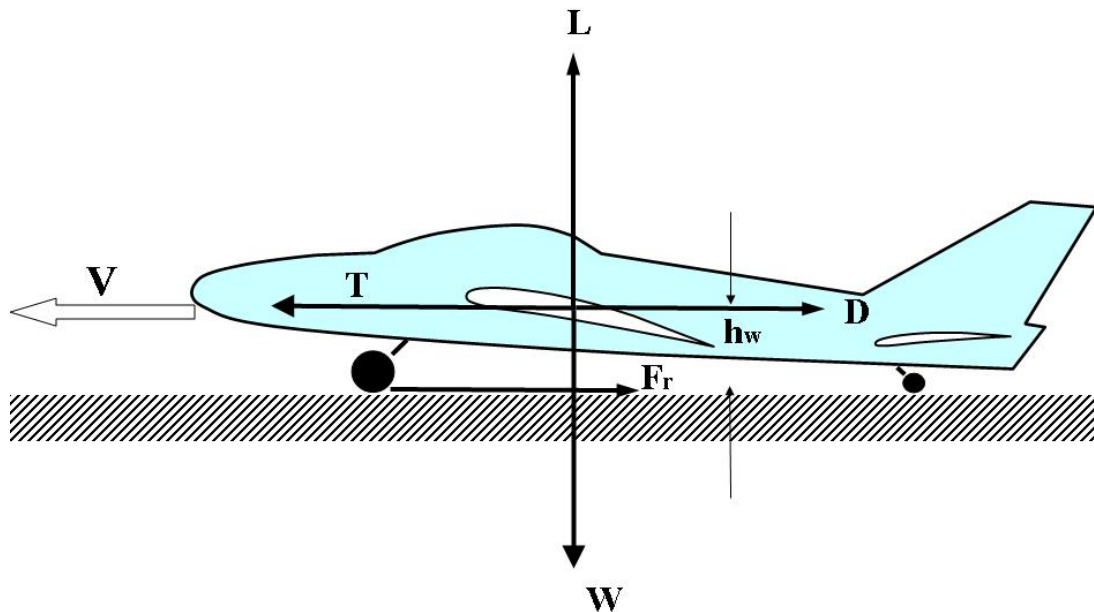
Η απόσταση προσγείωσης και απογείωσης αποτελούν σημαντικές παραμέτρους της συμπεριφοράς αεροσκαφών. Η απόσταση απογείωσης, S_g , ορίζεται ως η απόσταση που απαιτείται να διανύσει το αεροσκάφος που ξεκινά από μηδενική ταχύτητα μέχρι να αποκολληθεί από το έδαφος. Η απόσταση απογείωσης S_g αποτελείται από δυο τμήματα την απόσταση επιτάχυνσης S_a και την απόσταση περιστροφής S_r , όπως φαίνεται στο Σχ. 1.10.1.



Σχήμα 1.10.1 Απογείωση αεροσκάφους.

Μόλις το αεροσκάφος επιταχυνθεί στην ταχύτητα απογείωσης ο πιλότος αρχίζει την περιστροφή του ανυψωτήρα και περιστρέφει το αεροσκάφος αυξάνοντας συγχρόνως την γωνία πρόσπτωσης. Κατά την διάρκεια της περιστροφής η γωνία πρόσπτωσης και ο συντελεστής άντωσης αυξάνοντας συνεχώς λόγω της ροπής που εξασκείται από τον ανυψωτήρα. Μόλις ο συντελεστής άντωσης μπορεί να εξισορροπήσει το βάρος το αεροσκάφος σηκώνεται από το έδαφος.

Κατά την διάρκεια της απογείωσης χρησιμοποιείται μέγιστη ώση ενώ οι συντελεστές άντωσης και οπισθέλκουσας εξαρτώνται μόνο από τον σχεδιασμό του αεροσκάφους. Σαν αποτέλεσμα, η απόσταση επιτάχυνσης εξαρτάται μόνο από τον σχεδιασμό του αεροσκάφους. Η μέγιστη επιτρεπτή περιστροφή του ανυψωτήρα δεν χρησιμοποιείται ποτέ κατά την απογείωση και η απόσταση περιστροφής εξαρτάται κυρίως από τους χειρισμούς του κυβερνήτη.



Σχήμα 1.10.2 Διάγραμμα δυνάμεων κατά την απογείωση.

Η απόσταση επιτάχυνσης βρίσκεται από την εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Newton κατά την κατεύθυνση της κίνησης. Υποθέτοντας ότι η γωνία ώσης είναι μηδενική και ότι ο αντίθετος άνεμος είναι V_n έχουμε

$$\frac{W}{g} \frac{dV_g}{dt} = \frac{W}{g} \frac{d}{dt} (V - V_h) = T - D - F_r \quad 1.10.1$$

$$\frac{W}{g} \frac{dV}{dt} = T - D - F_r$$

Όπου V_g είναι η ταχύτητα ως προς το έδαφος και F_r είναι η δύναμη τριβής όπως φαίνεται στο Σχ. 1.10.2. Η αλλαγή της ταχύτητας είναι

$$\frac{dV}{dt} = \frac{ds}{dt} \frac{dV}{ds} = (V - V_h) \frac{dV}{ds} \quad 1.10.2$$

όπου s είναι το διάστημα που διανύεται στο έδαφος από τις παραπάνω σχέσεις βρίσκουμε

$$\frac{ds}{dV} = \frac{W(V - V_h)}{g(T - D - F_r)} \quad 1.10.3$$

$$s_{i+1} - s_i = \frac{W}{g} \int_{V_i}^{V_{i+1}} \frac{(V - V_h)}{T - D - F_r} dV \quad 1.10.4$$

Το παραπάνω ολοκλήρωμα υπολογίζεται αριθμητικά όταν γνωρίζουμε τις συναρτήσεις που εκφράζουν την μεταβολή της οπισθέλκουσας, ώσης και δύναμης τριβής με την ταχύτητα.

Η ολική οπισθέλκουσα είναι το άθροισμα της παρασιτικής και επαγόμενης οπισθέλκουσας. Κατά την διάρκεια όμως της απογείωσης η επαγόμενη οπισθέλκουσα μειώνεται λόγω της παρουσίας του εδάφους (ground effect). Η οπισθέλκουσα κατά την διάρκεια της απογείωσης προσεγγίζεται από

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S_w C_D \approx \frac{1}{2} \rho V^2 S_w \left(C_{D_0} + C_{D_{0,L}} C_L + \frac{(16h_w / b_w)^2}{(1+16h_w / b_w)^2} \frac{C_L^2}{\pi e R_A} \right) \quad 1.10.5$$

όπου h_w είναι το ύψος της πτέρυγας πάνω από το έδαφος και b_w είναι το εύρος της πτέρυγας.

Πρέπει να σημειωθεί ακόμη ότι κατά την διάρκεια της απογείωσης η οπισθέλκουσα για μηδενική άντωση είναι γενικά μεγαλύτερη από την αντίστοιχη για κανονική πτήση λόγω της παρουσίας του μηχανισμού απογείωσης/προσγείωσης και των πτερύγων μεγάλης άντωσης.

Η αντίσταση τριβής κατά τον χρόνο που το αεροσκάφος βρίσκεται ακόμα στο έδαφος είναι

$$F_r = \mu_r (W - L) = \mu_r \left(W - \frac{1}{2} \rho V^2 S_w C_L \right) \quad 1.10.6$$

Όπου μ_r είναι ο συντελεστής τριβής, που βρέθηκε από μετρήσεις ότι έχει τιμές $0.04 < \mu_r < 0.1$.

Ο συντελεστής άντωσης παραμένει σταθερός κατά την διάρκεια της φάσης επιτάχυνσης και η άντωση καθώς και η οπισθέλκουσα μεταβάλλονται ανάλογα με την ταχύτητα. Η τιμή του συντελεστή άντωσης είναι χαρακτηριστικό του σχεδιασμού κάθε αεροσκάφους και παίρνει τιμές από $0.1 - 0.7 C_{l_{max}}$.

Η ώση κατά την απογείωση είναι ανεξάρτητη της ταχύτητας για μηχανές turbojet, ενώ μειώνεται γραμμικά με την αύξηση της ταχύτητας για προπέλες σταθερού βήματος. Η ώση κατά την απογείωση μπορεί να προσδιορισθεί από την παρακάτω σχέση

$$T = (T_0)_i + (T_1)_i V + (T_2)_i V^2 \quad 1.10.7$$

όπου οι συντελεστές T_0 , T_1 και T_2 προσδιορίζονται πειραματικά για κάθε μέρος της φάσης απογείωσης.

Χρησιμοποιώντας τις εξ. (1.10.5) – (1.10.7) στην Εξ. (1.10.4) βρίσκουμε

$$s_{i+1} - s_i = \frac{1}{g} \int_{V_i}^{V_{i+1}} \frac{(V - V_h)}{(K_0)_i + (K_1)_i V + (K_2)_i V^2} dV \quad 1.10.8$$

όπου

$$(K_0)_i = \frac{(T_0)_i}{W} - \mu_r \quad 1.10.9$$

$$(K_1)_i = \frac{(T_1)_i}{W} \quad 1.10.10$$

$$(K_2)_i = \frac{(T_2)_i}{W} + \frac{\rho}{2W/S_w} (C_L \mu_r - C_D) \quad 1.10.11$$

Το αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης είναι

$$s_{i+1} - s_i = \frac{(K_T)_i + (K_W)_i V_h}{g} \quad 1.10.12$$

όταν $(K_2)_i = 0$ τότε

$$(K_T)_i = \begin{cases} \frac{(V^2)_{i+1} - (V^2)_i}{(2K_0)_i} & (K_1)_i = 0 \\ \frac{(K_0)_i}{(K_1)_i^2} \ln \left(\frac{f_i}{f_{i+1}} \right) - \frac{(V)_{i+1} - (V)_i}{(K_1)_i} & (K_1)_i \neq 0 \end{cases} \quad 1.10.13$$

και όταν $(K_2)_i \neq 0$

$$(K_T)_i = \frac{1}{2(K_2)_i} \ln \left(\frac{f_{i+1}}{f_i} \right) - \frac{(K_1)_i (K_W)_i}{2(K_2)_i} \quad 1.10.14$$

$$f_i = (K_0)_i + (K_1)_i (V)_i + (K_2)_i (V^2)_i \quad 1.10.15$$

$$f_{i+1} = (K_0)_i + (K_1)_i (V)_{i+1} + (K_2)_i (V^2)_{i+1}$$

όταν $(K_2)_i = 0$ τότε

$$(K_W)_i = \begin{cases} \frac{(V)_{i+1} - (V)_i}{(K_0)_i} & (K_1)_i = 0 \\ \frac{1}{(K_1)_i^2} \ln \left(\frac{f_i}{f_{i+1}} \right) & (K_1)_i \neq 0 \end{cases} \quad 1.10.16$$

και όταν $(K_2)_i \neq 0$

$$(K_R)_i = 4(K_0)_i(K_2)_i - (K_1)_i$$

$$(K_W)_i = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{-(K_R)_i}} \ln \left[\frac{f'_{i+1} - \sqrt{-(K_R)_i} (f'_i + \sqrt{-(K_R)_i})}{f'_{i+1} + \sqrt{-(K_R)_i} (f'_i - \sqrt{-(K_R)_i})} \right] & (K_R)_i < 0 \\ \frac{2}{f'_i} - \frac{2}{f'_{i+1}} & (K_R)_i = 0 \\ \frac{2}{\sqrt{(K_R)_i}} \left[\tan^{-1} \left(\frac{f'_{i+1}}{\sqrt{(K_R)_i}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{f'_i}{\sqrt{(K_R)_i}} \right) \right] & (K_R)_i > 0 \end{cases} \quad 1.10.17$$

$$f'_i = (K_1)_i + 2(K_2)_i(V)_i \quad 1.10.18$$

$$f'_{i+1} = (K_1)_i + 2(K_2)_i(V)_{i+1} \quad 1.10.19$$

Η απόσταση επιτάχυνσης βρίσκεται από την Εξ. (1.10.4) όταν ολοκληρώσουμε από μηδενική ταχύτητα μέχρι την τιμή της ταχύτητας που έχει το αεροσκάφος όταν αρχίζει την περιστροφή ανόδου. Επειδή η μεταβολή της ταχύτητας κατά την περιστροφή ανόδου είναι μικρή υποθέτουμε ότι η ταχύτητα περιστροφής είναι η τελική ταχύτητα της φάσης επιτάχυνσης. Η ταχύτητα απογείωσης (liftoff speed) είναι περίπου δέκα τις εκατό μεγαλύτερη από την ταχύτητα μεγίστης άντωσης (stall speed)

$$V_{LO} = 1.1 \sqrt{\frac{2}{C_{L_{\max}}}} \sqrt{\frac{W/S_w}{\rho}} \quad 1.10.20$$

Ο υπολογισμός της απόστασης εδάφους με την βοήθεια της Εξ. (1.10.12) επιτυγχάνεται όταν διαιρέσουμε την απόσταση σε πολλά τμήματα έτσι ώστε να λάβουμε υπ' όψη την μεταβολή της ώσης για κάθε διάστημα. Η μεταβολή της ώσης μπορεί να θεωρηθεί γραμμική ή

παραβολική για όλο το εύρος της φάσης επιτάχυνσης. Σαν αποτέλεσμα, η Εξ. (1.10.12) μπορεί να εφαρμοσθεί σε ένα μόνο βήμα. Παραβολική προσέγγιση της ώσης γίνεται με τις παρακάτω σχέσεις

$$T_0 = T_s \quad 1.10.21$$

$$T_1 = \frac{6\bar{T} - 4T_s - 2T_{LO}}{V_{LO}} \quad 1.10.22$$

$$T_2 = \frac{3T_s + 3T_{LO} - 6\bar{T}}{V_{LO}^2} \quad 1.10.23$$

όπου T_s είναι η στατική ώση, T_{LO} είναι η ώση κατά την αποκόλληση από το έδαφος (lift off) και \bar{T} είναι η μέση ώση V_{LO}

$$\bar{T} = \frac{1}{V_{LO}} \int_0^{V_{LO}} T dV \quad 1.10.24$$

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω σχέσεις και υποθέτοντας ότι η ταχύτητα του ανέμου είναι μηδενική η απόσταση επιτάχυνσης s_a είναι

$$s_a = K_T / g \quad 1.10.25$$

Όπου όταν $K_2 = 0$ τότε

$$K_T = \begin{cases} \frac{(V_{LO}^2)}{(2K_0)_i} & K_1 = 0 \\ \frac{K_0}{K_1} \ln\left(\frac{f_s}{f_{LO}}\right) - \frac{V_{LO}}{K_1} & K_1 \neq 0 \end{cases} \quad 1.10.26$$

και όταν $K_2 \neq 0$

$$K_T = \frac{1}{2K_2} \ln\left(\frac{f_{LO}}{f_s}\right) - \frac{K_1 K_w}{2K_2} \quad 1.10.27$$

$$f_s = K_0 = \frac{T_s}{W} - \mu_r \quad 1.10.28$$

$$f_{LO} = K_0 + K_1 V_{LO} + K_2 V_{LO}^2 = \frac{T_{LO}}{W} - \mu_r + \frac{\rho V_{LO}^2}{2W/S_w} (\mu_r C_L - C_D)$$

και ο όρος K_w δίνεται από

$$K_R = 4K_0 K_2 - K_1^2 \quad 1.10.29$$

$$K_w = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{-K_R}} \ln \left[\frac{f'_{LO} - \sqrt{-K_R} (f'_s + \sqrt{-K_R})}{f'_{LO} + \sqrt{-K_R} (f'_s - \sqrt{-K_R})} \right] & K_R < 0 \\ \frac{2}{f'_s} - \frac{2}{f'_{LO}} & K_R = 0 \\ \frac{2}{\sqrt{K_R}} \left[\tan^{-1} \left(\frac{f'_{LO}}{\sqrt{K_R}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{f'_s}{\sqrt{K_R}} \right) \right] & K_R > 0 \end{cases} \quad 1.10.30$$

$$f'_s = K_1 = \frac{6\bar{T} - 4T_s - 2T_{LO}}{W V_{LO}} \quad 1.10.31$$

$$f'_{LO} = K_1 + 2K_2 V_{LO} = \frac{2T_s + 4T_{LO} - 6\bar{T}}{W V_{LO}} + \frac{6V_{LO}}{W/S_w} (C_L \mu_r - C_D) \quad 1.10.32$$

$$K_0 = \frac{T_s}{W} - \mu_r \quad 1.10.33$$

$$K_1 = \frac{T_1}{W} = \frac{6\bar{T} - 4T_s - 2T_{LO}}{W V_{LO}} \quad 1.10.34$$

$$K_2 = \frac{T_2}{W} + \frac{\rho}{2W/S_w} (C_L \mu_r - C_D) = \frac{3T_s + 3T_{LO} - 6\bar{T}}{W V_{LO}^2} + \frac{\rho}{2W/S_w} (C_L \mu_r - C_D) \quad 1.10.35$$

Η περιστροφή κατά την απογείωση εκτελείται με την ταχύτητα που υπολογίζεται από την Εξ. (1.10.20) και διαρκεί από $t_r = 1\text{sec}$ μέχρι 3sec οπότε η απόσταση περιστροφής είναι

$$s_r = (V_{LO} - V_h) t_r \quad 1.10.36$$

$$s_g = s_a + s_r \quad 1.10.37$$

Υποθέτοντας ότι $K_1 = K_2 = 0$ η απόσταση επιτάχυνσης είναι

$$s_a = \frac{K_T}{g} \approx \frac{V_{LO}^2}{2gK_0} = \frac{WV_{LO}^2}{2g(T-D-F_r)} \quad 1.10.38$$

οπότε

$$s_g \approx \frac{1.21W^2}{\rho g S_W C_{L_{\max}} (t-D-F_r)_{0.7V_{LO}}} + 1.1t_r \sqrt{\frac{2W/S_W}{C_{L_{\max}} \rho}} \quad 1.10.39$$

Από την παραπάνω σχέση φαίνεται η σημαντική εξάρτηση της απόστασης εδάφους από την πυκνότητα. Η εξάρτηση αυτή είναι πιο σημαντική από όσο φαίνεται από όσο φαίνεται από την Εξ. (1.10.39) διότι πρέπει να ληφθεί υπ' όψη ότι η ώση επίσης μεταβάλλεται σημαντικά με την πυκνότητα.

1.11 Άνοδος αεροσκάφους με επιτάχυνση

Επιταχυνόμενη άνοδος του αεροσκάφους πρέπει να συνεχισθεί μέχρι να φθάσει ύψος 10-20 m από το έδαφος. Εφαρμόζοντας τον δεύτερο νόμο του Newton για την κατεύθυνση ανόδου έχουμε

$$\frac{W}{g} \frac{dV}{dt} = T - D - W \sin \gamma \quad 1.11.1$$

Επί πλέον λόγω της επιτάχυνσης που αναπτύσσεται από την καμπύλη τροχιά βρισκουμε

$$\frac{W}{g} \frac{V^2}{R} = \frac{W}{g} \frac{V^2}{V/\Omega} = \frac{W}{g} V \frac{d\gamma}{dt} = L - W \cos \gamma \quad 1.11.2$$

όπου R είναι η ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς και $Q = d\gamma/dt$ είναι η γωνιακή επιτάχυνση. Από την Εξ. (1.11.1) έχουμε

$$\sin \gamma = \frac{T-D}{W} - \frac{1}{g} \frac{dV}{dt} \quad 1.11.3$$

κα για τις κάθετες και οριζόντιες συνιστώσες της ταχύτητας έχουμε

$$\frac{dh}{dt} = V \sin \gamma \quad 1.11.4$$

$$\frac{ds}{dt} = V \cos \gamma \quad 1.11.5$$

χρησιμοποιώντας την Εξ. (1.11.3) βρίσκουμε

$$\frac{dh}{dt} = \frac{T-D}{W} V - \frac{V}{g} \frac{dV}{dt} \quad 1.11.6$$

$$\frac{T-D}{\cos \gamma} \frac{ds}{dt} = W \frac{dh}{dt} + \frac{V}{g} V \frac{dV}{dt} \quad 1.11.7$$

Ολοκληρώνοντας την παραπάνω σχέση από την κάθετη απόσταση S_{Lo} μέχρι την απόσταση ασφαλείας S_{oL} βρίσκουμε

$$\int_{S_{Lo}}^{S_{oC}} \frac{T-D}{\cos \gamma} ds = \int_0^{h_{oC}} W dh + \frac{1}{g} \int_{V_{Lo}}^{V_{oC}} W V dV \quad 1.11.8$$

Υποθέτοντας σταθερό βάρος βρίσκουμε

$$\int_{S_{Lo}}^{S_{oC}} \frac{T-D}{\cos \gamma} ds = W h_{oC} + \frac{W}{2g} (V_{oC}^2 - V_{Lo}^2) \quad 1.11.9$$

Η οπισθέλκουσα αυξάνεται με την άντωση κατά την άνοδο. Λύνοντας την Εξ. (1.11.2) για τον παράγοντα βάρους έχουμε

$$\frac{L}{W} = \cos \gamma + \frac{V}{g} \frac{d\gamma}{dt} \quad 1.11.10$$

Από την παραπάνω σχέση παρατηρούμε ότι ελάττωσης της γωνίας ανόδου μειώνει παράγοντα βέρους ενώ μεταβολή της γωνίας ανόδου και αύξηση της ταχύτητας μεγαλώνει τον παράγοντα βάρους.