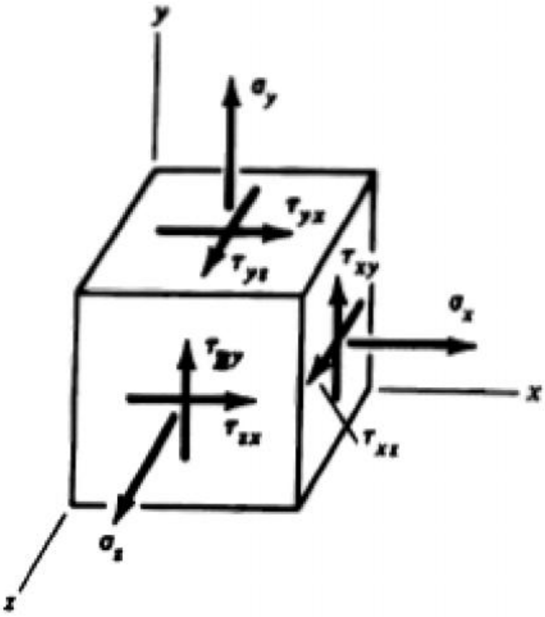
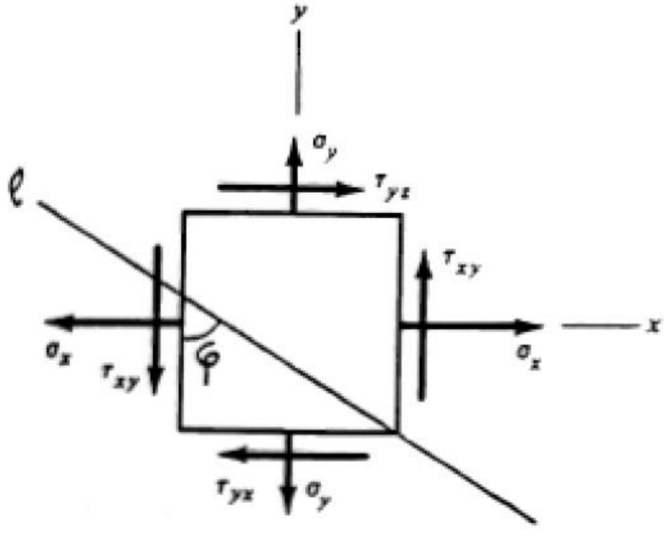
ΤΑΣΕΙΣ



ΤΡΙΔΙΑΣΤΑΤΟ ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΤΑΣΕΩΝ

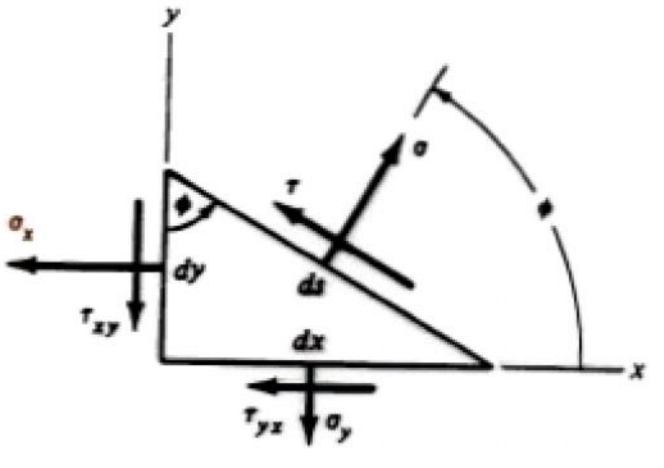


ΔΙΔΙΑΣΤΑΤΟ ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΤΑΣΕΩΝ

ΟΛΕΣ ΟΙ ΤΑΣΕΙΣ ΘΕΤΙΚΕΣ

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΑΣΕΩΝ

- Κόβουμε το διδιάστατο
- Ισορροπία δυνάμεων
- Προσδιορισμός σ, τ.



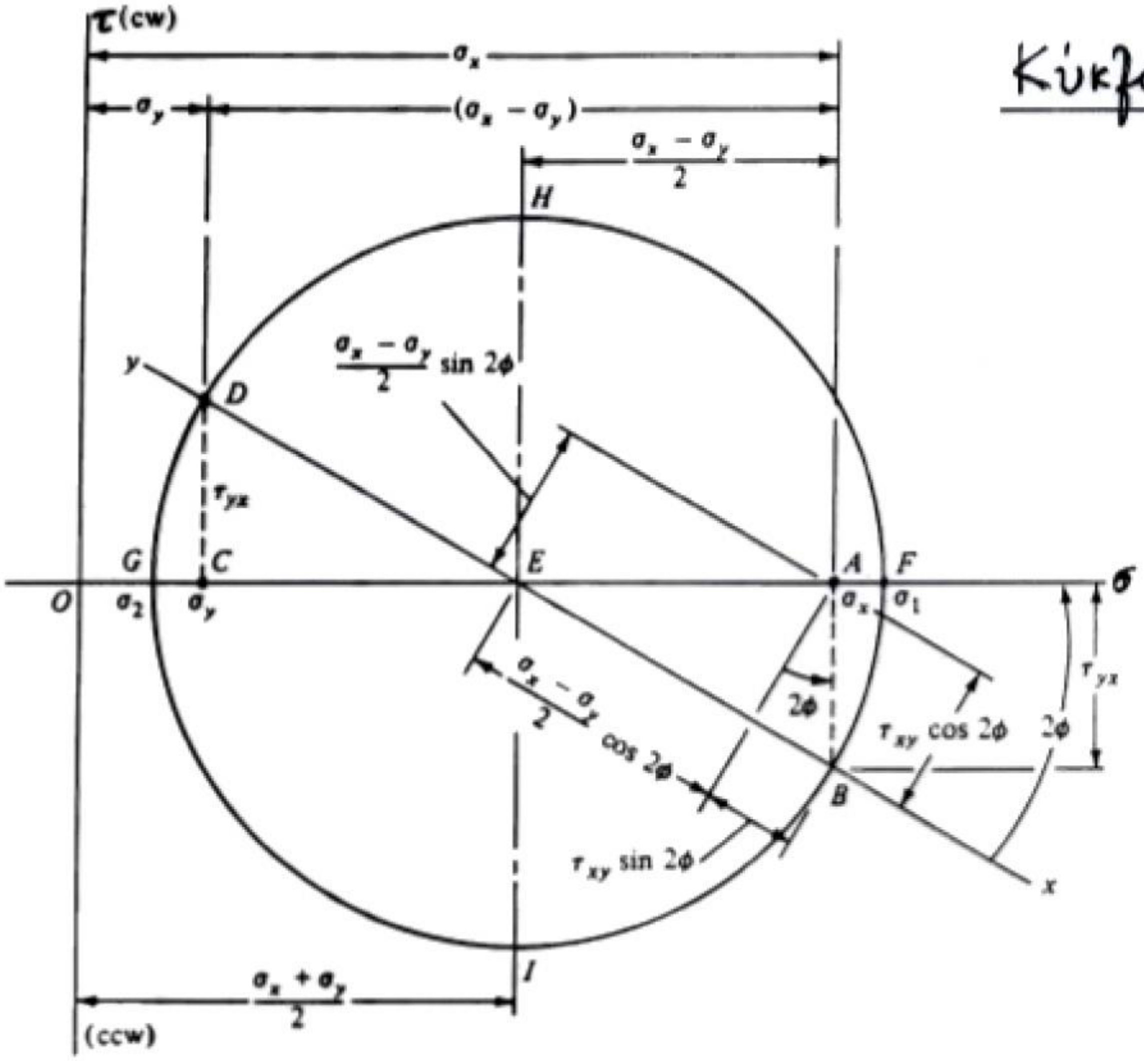
$$\sigma = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\varphi + \tau_{xy}\sin 2\varphi$$

$$\tau = -\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin 2\varphi + \tau_{xy}\cos 2\varphi$$

- $\frac{d\sigma}{d\varphi}=0$ ή $\tan 2\varphi = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x-\sigma_y}$ οπότε $\begin{cases} \sigma_1,\sigma_2 = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2} \\ \tau = 0 \end{cases}$

- $\frac{d\tau}{d\varphi}=0$ ή $\tan 2\varphi = -\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2\tau_{xy}}$ οπότε $\begin{cases} \tau_1,\tau_2 = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2} \\ \sigma = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \text{ ή } \sigma_1=\sigma_2 \end{cases}$

Κύκλος Mohr's



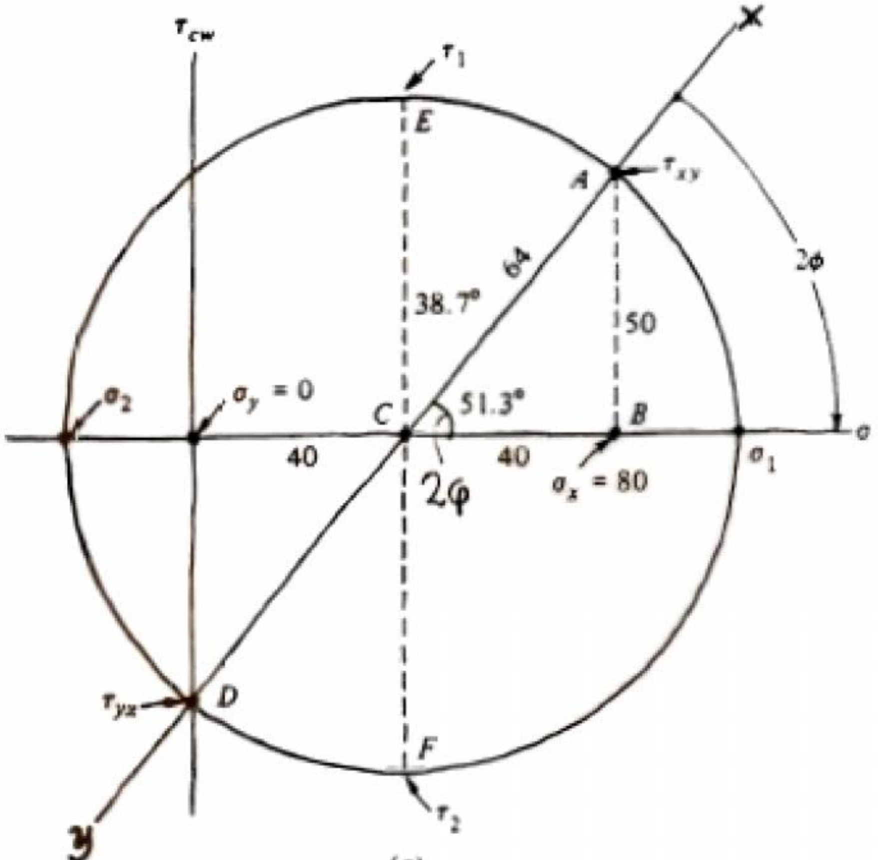
Γραφική αναπαράσταση των συναρτήσεων

$$\begin{cases} \sigma = f(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \varphi) \\ \tau = f(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \varphi) \end{cases}$$

Παράδειγμα: $\sigma_x = 80$ MPa , $\tau_{xy} = 50$ MPa

(α) $\sigma_1 = ;$, $\sigma_2 = ;$

(β) $\tau_1 = ;$, $\tau_2 = ;$



(a)

$AC = \sqrt{50^2 + 40^2} = 64$

$\sigma_1 = 40 + 64 = 104$

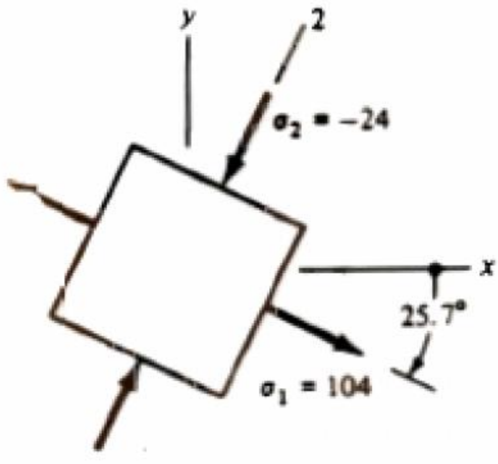
$\sigma_2 = 40 - 64 = -24$

$2\varphi = \tan^{-1}\frac{50}{40} = 51.3$

ή $\varphi = 25.7°$

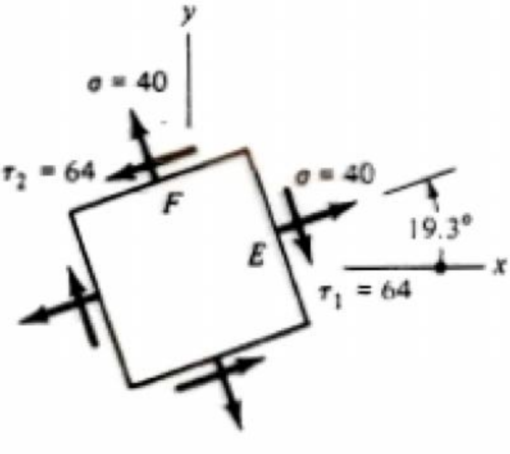
$\tau_1 = 64$

$\tau_2 = -64$



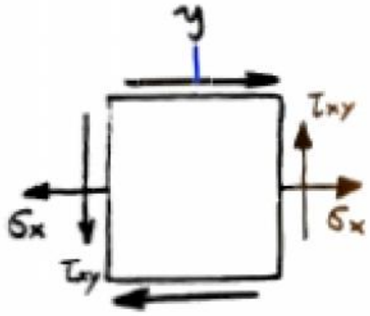
(b)

Κύριες τάσεις
Διάτμηση = 0



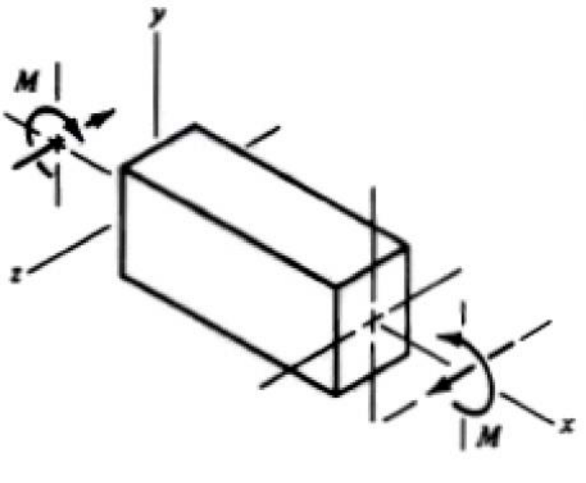
(c)

Μέγιστη
Διατμητική
Τάση

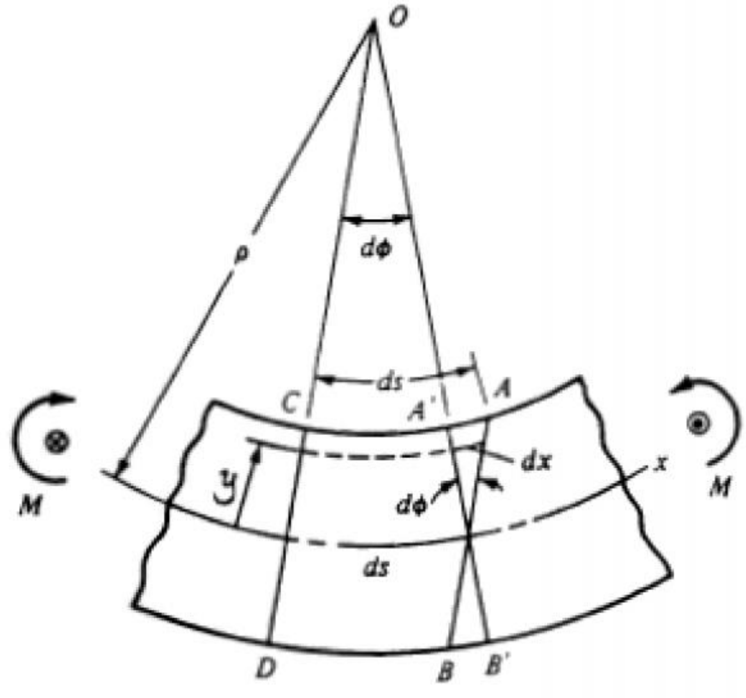


Αρχικά
Δεδομένα

ΟΡΘΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΚΑΜΨΗ.



(a)



(b)

- $\frac{1}{\rho} = \frac{d\varphi}{ds}$, $dx = y\,d\varphi$, $\epsilon = -\frac{dx}{ds}$

  $\frac{1}{\rho} = \frac{d\varphi}{ds} = \frac{dx}{y\,ds} = -\frac{\epsilon}{y}$ ή $\epsilon = -\frac{y}{\rho}$

- $\sigma = E\epsilon = E\left(-\frac{y}{\rho}\right) = -\frac{Ey}{\rho}$ (1)

- Δεν υπάρχουν αξονικές δυνάμεις, δηλαδή

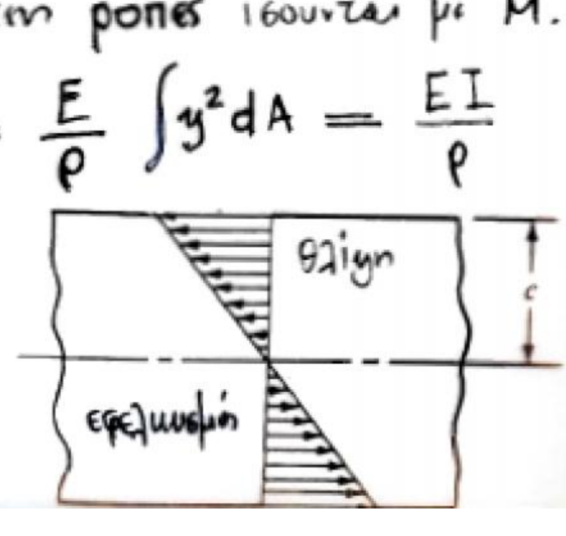
  $\int_A \sigma\,dA = -\frac{E}{\rho}\int_A y\,dA = 0$

- Οι δημιουργούμενες από τις τάσεις ροπές ισούνται με M.

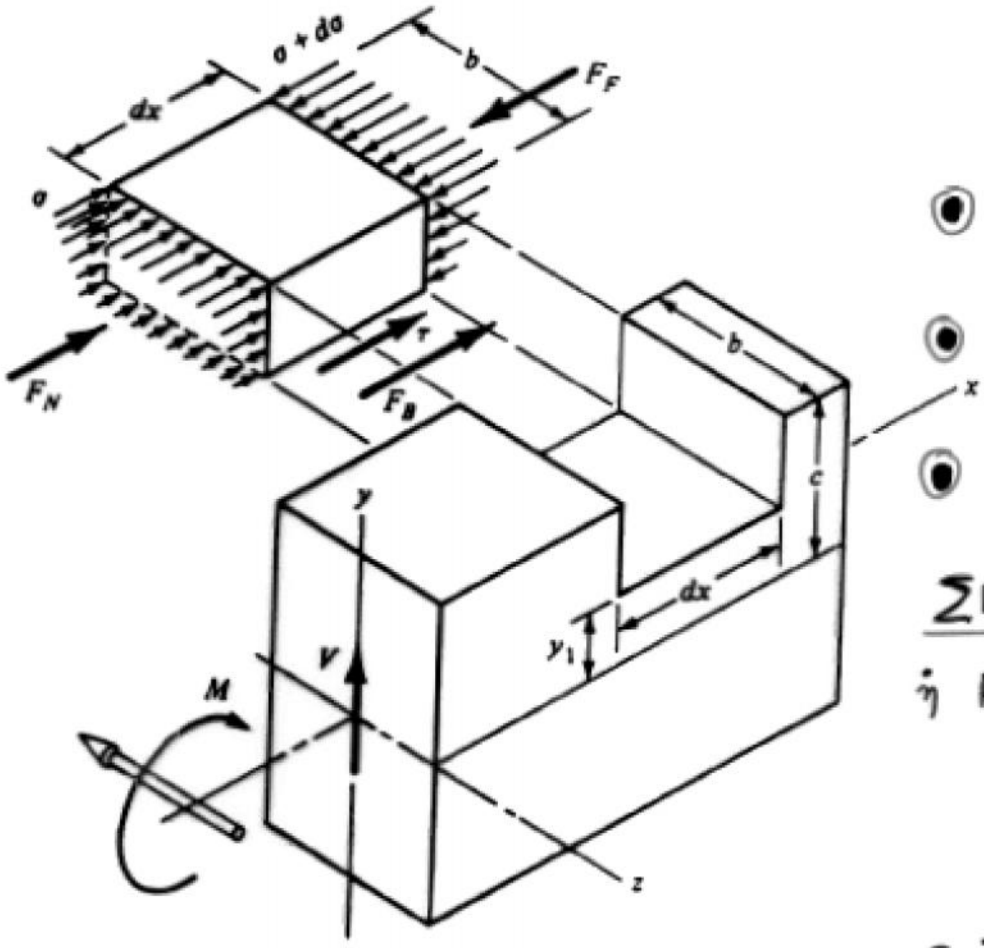
  $M = \int y\sigma\,dA = \int y\frac{Ey}{\rho}\,dA = \frac{E}{\rho}\int y^2\,dA = \frac{EI}{\rho}$

  ή $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$

  οπότε (1) $\sigma = \frac{Mc}{I}$, $c = y_{max}$



ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΣΕ ΔΟΚΟΥΣ



$$V = \frac{dM}{dx}$$

- $F_N = \int_{y_1}^{c} \sigma\, dA = \frac{M}{I} \int_{y_1}^{c} y\, dA$
- $F_F = \int_{y_1}^{c} (\sigma + d\sigma)\, dA = \frac{M + dM}{I} \int_{y_1}^{c} y\, dA$
- $F_B = \tau\, b\, dx$ ①

$\Sigma F = 0$ ή $F_N - F_F + F_B = 0$

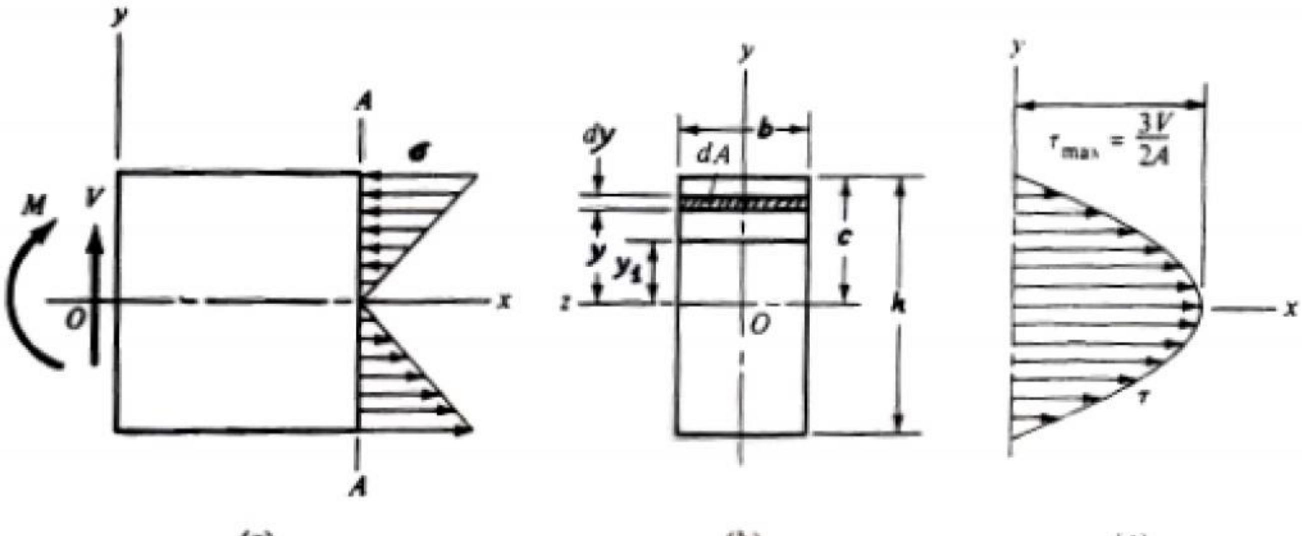
ή $F_B = F_F - F_N = \cdots =$

$$= \frac{dM}{I} \int_{y_1}^{c} y\, dA \quad ②$$

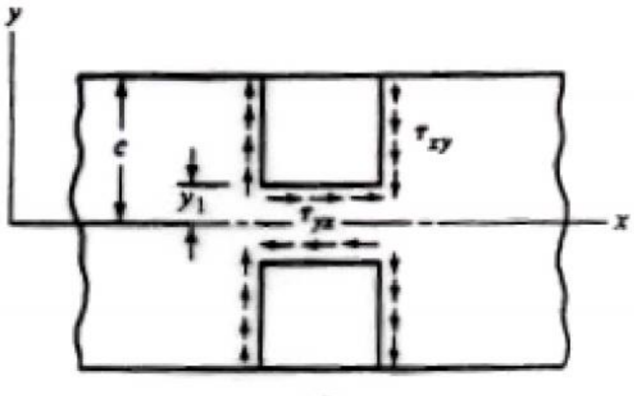
- $\tau = \frac{dM}{dx} \frac{1}{Ib} \int_{y_1}^{c} y\, dA$

ή $$\tau = \frac{V}{Ib} \int_{y_1}^{c} y\, dA = \frac{VQ}{Ib}$$

ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΣΕ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ ΔΟΚΟΥ



(a) (b) (c)



(d)

- $Q = \int_{y_1}^{c} y\,dA = \int_{y_1}^{c} y\,b\,dy = \left.\dfrac{by^2}{2}\right|_{y_1}^{c} = \dfrac{b}{2}\left(c^2 - y_1^2\right)$

- $\tau = \dfrac{V}{2I}\left(c^2 - y_1^2\right)$

- $\tau = \dfrac{3V}{2A}\left(1 - \dfrac{y_1^2}{c^2}\right)$, επειδή $I = \dfrac{bh^3}{12} = \dfrac{A\,4c^2}{12} = \dfrac{Ac^2}{3}$

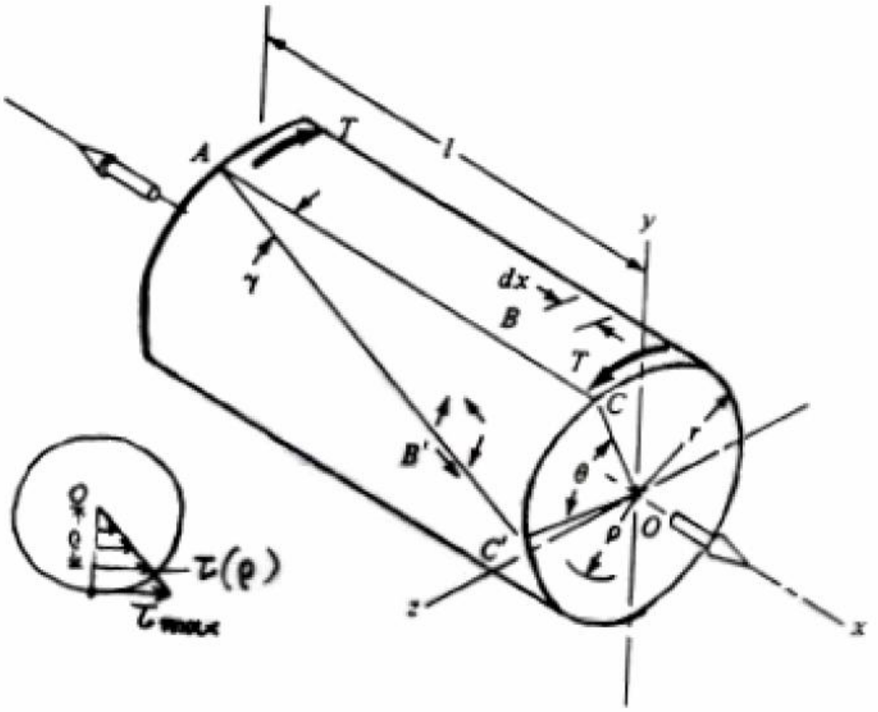
 $\tau_{max} = \dfrac{3V}{2A}$

 $\tau_{max} = \dfrac{2V}{A}$

 $\tau_{max} = \dfrac{4V}{3A}$

 $\tau_{max} = \dfrac{V}{A}$

ΣΤΡΕΨΗ



- $\theta = \dfrac{T\ell}{GJ}$

- $\tau = \dfrac{T}{J}\rho$

$$\tau_{max} = \frac{T}{J} r$$

μόνο για κυκλικές διατομές

$$J = \frac{\pi d^4}{32} \quad ή \quad J = \frac{\pi}{32}\left(d_o^4 - d_i^4\right)$$

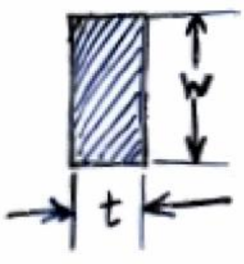
Σε άξονες περιστρεφόμενους με ω, μεταφέρονται ισχύ N

$$\boxed{T = \frac{N}{\omega}} \; * \qquad (Nt\,m)$$

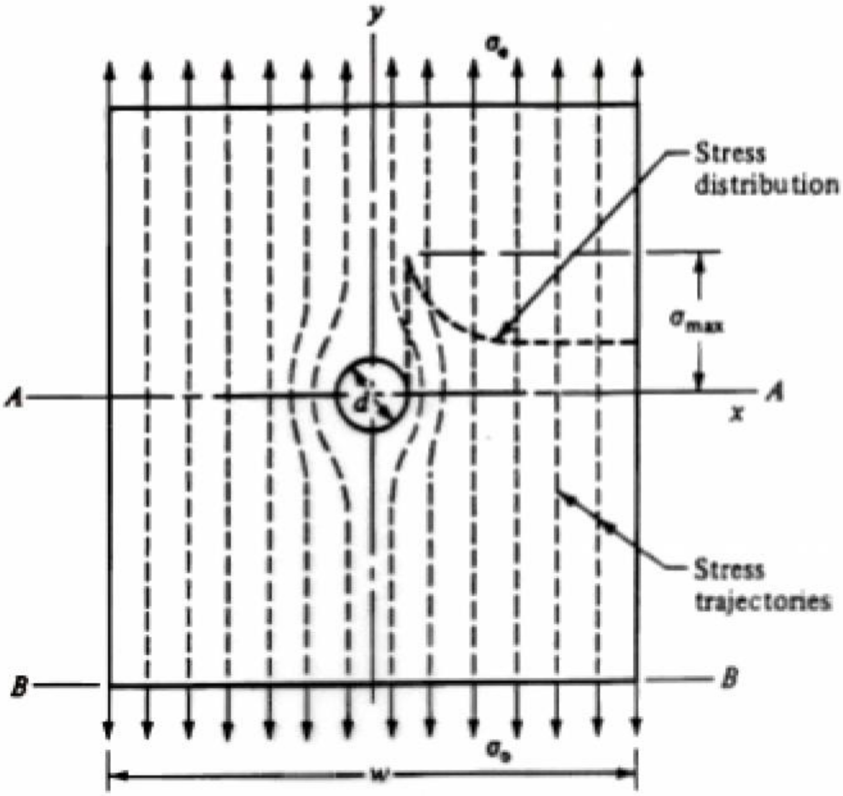
ή $$\boxed{T = 71620\,\frac{N}{n}} \; * \; (kp\cdot cm) = 71620\,\frac{(HP)}{(RPM)}$$

- Για μη κυκλικές διατομές : πεπερασμένα στοιχεία
- Για ορθογωνική διατομή : προσεγγιστικά

$$\tau_{max} = \frac{T}{w t^2}\left(3 + 1.8\,\frac{t}{w}\right)$$



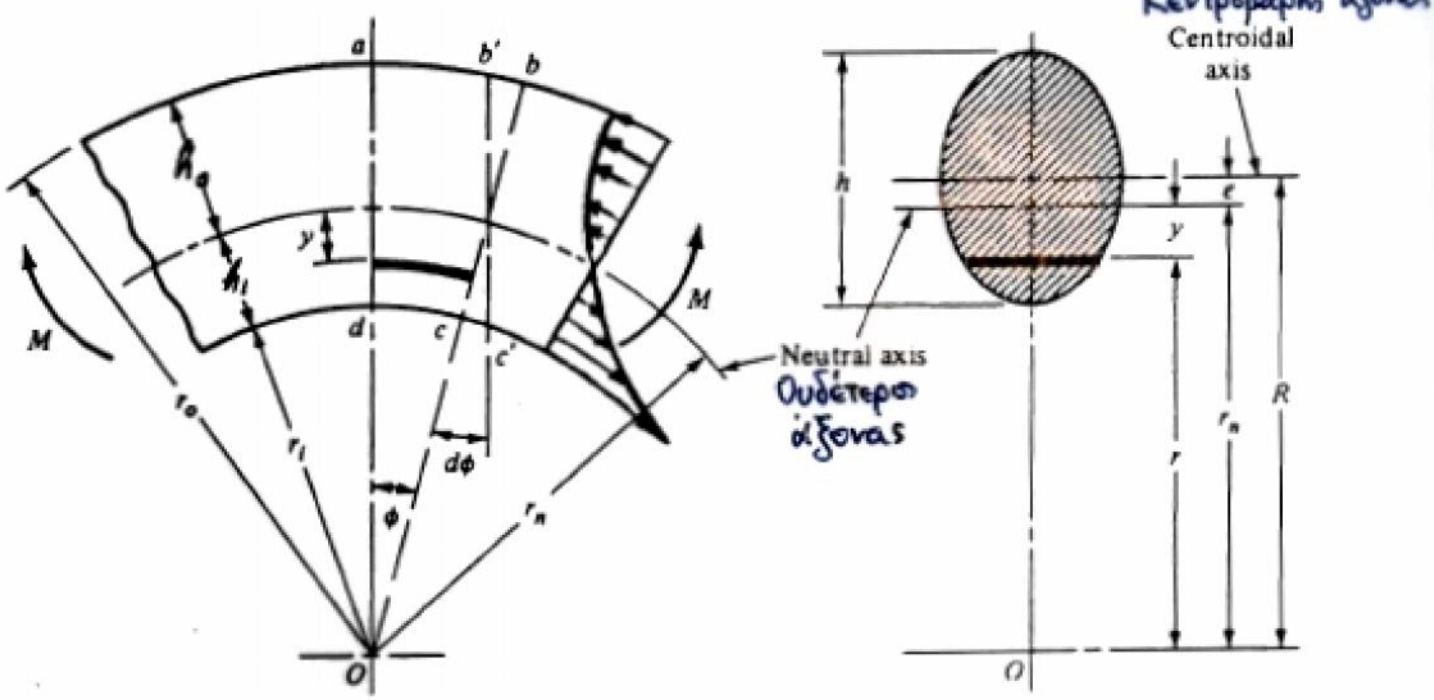
ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΣΗ ΤΑΣΕΩΝ



Θεωρητικός ή γεωμετρικός Συντελεστής Συγκεντ. Τάσης

- $k_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0}$
- $k_{ts} = \frac{\tau_{max}}{\tau_0}$

ΤΑΣΕΙΣ ΣΕ ΚΑΜΠΤΟΜΕΝΕΣ, ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΔΟΚΟΥΣ



- Κεντροβαρής και ουδέτερος άξονας δεν συμπίπτουν.

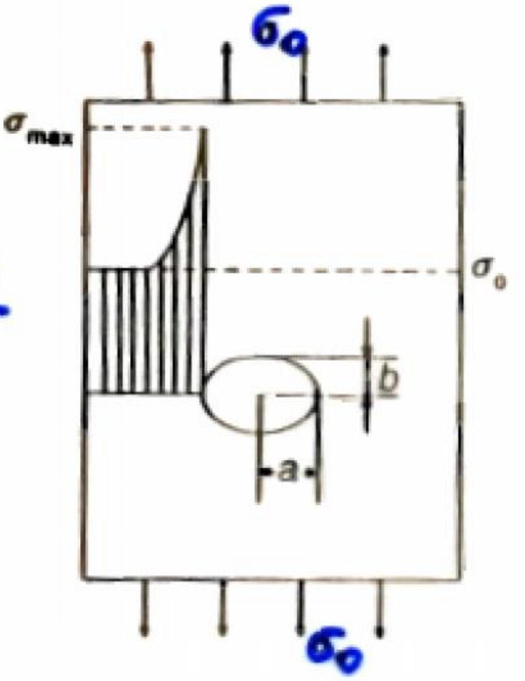
$$r_n = \frac{A}{\int \frac{dA}{r}} \quad \text{και} \quad e = R - r_n$$

- $$\sigma = \pm \frac{My}{Ae(r_n \pm y)} , \quad \sigma_i = \frac{Mh_i}{Aer_i} \quad \& \quad \sigma_o = -\frac{Mh_o}{Aer_o}$$

$$r_i = r_n - h_i \qquad r_o = r_n + h_o$$

ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΣΗ ΤΑΣΗΣ ΣΕ ΕΛΛΕΙΠΤΙΚΗ ΟΠΗ

$$k_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0}$$



$$\sigma_{max} = \sigma_0\left(1 + \frac{2a}{b}\right)$$

Figure 7.1 Stress concentration near an elliptic hole

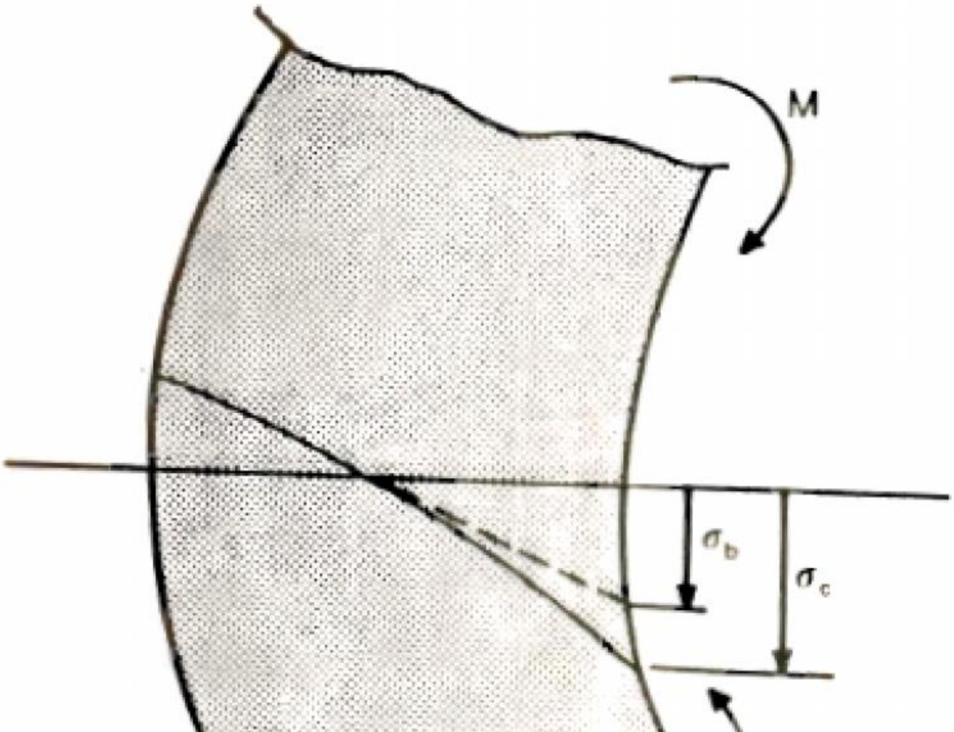


Figure 7.2 Stress concentration on a curved beam

Συγκέντρωση τάσεων σε επιφανειακή πίεση
(Φωτοελαστική μέθοδος)

(q)

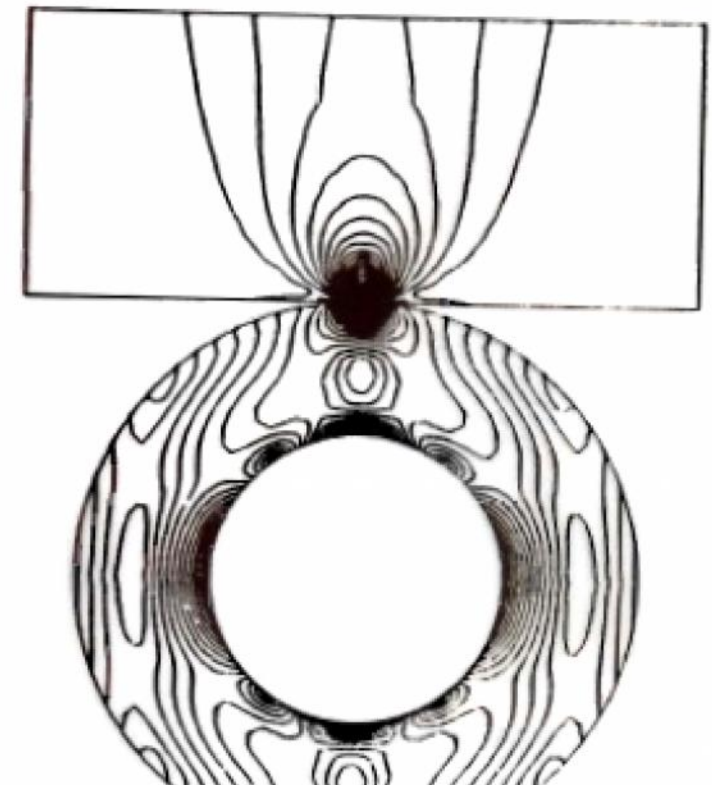


Figure 7.3 **(a)** Photoelastic demonstration for stress concentration; **(b)** Finite-element analysis for stress concentration. (Courtesy ASME)