

Ευκλείδεια Γεωμετρία και η Διδασκαλία της
23/9/2024
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες και 45 λεπτά

ΘΕΜΑ 1ο (2 μονάδες)

- (i) Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο η παραπληρωματική κάθε γωνίας του είναι μεγαλύτερη καθεμίας των άλλων δύο γωνιών του τριγώνου. (1)
- (ii) Χρησιμοποιώντας το (i), να αποδείξετε ότι αν $AB\Gamma$ είναι ένα τρίγωνο με $|A\Gamma| > |AB|$, τότε $\beta > \gamma$. (1)

ΘΕΜΑ 2ο (2 μονάδες):

- (i) Να αποδείξετε ότι για κάθε τριάδα μη-συνευθειακών σημείων A , B και Γ , υπάρχει κύκλος διερχόμενος από αυτά. (1.5)
- (ii) Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των κέντρων των κύκλων που διέρχονται από δύο σταθερά σημεία A και B . (0.5)

ΘΕΜΑ 3ο (2 μονάδες)

- (i) Έστω κύκλος $O(r)$ και σημείο P εκτός αυτού. Να κατασκευάσετε δύο εφαπτόμενες PA και PB του κύκλου $O(r)$ και να αποδείξετε ότι $|PA| = |PB|$. (1)
- (ii) Να αποδείξετε ότι τα μέσα των πλευρών κάθε τετραπλεύρου σχηματίζουν παραλληλόγραμμο. (1)

ΘΕΜΑ 4ο (3 μονάδες)

- (i) Να διατυπώσετε και να αποδείξετε το Θεώρημα του Θαλή. (1.5)
- (ii) Να κατασκευάσετε ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς λ_3 , εγγεγραμμένο σε κύκλο $O(r)$. Να βρείτε το λ_3 συναρτήσει της ακτίνας r και στη συνέχεια με τον τύπο του Ήρωνα να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου αυτού. (1.5)

ΘΕΜΑ 5ο (1 μονάδα) Έστω γωνία $x\hat{O}y$ και έστω A, B σημεία επί της Ox και Γ, Δ σημεία επί της Oy . Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ, Δ είναι ομοκυκλικά αν, και μόνο αν, $|OA||OB| = |O\Gamma||O\Delta|$.

Καλή επιτυχία!