Ανακλαση και Διάθλαση, Γεωμετρική Οπτική

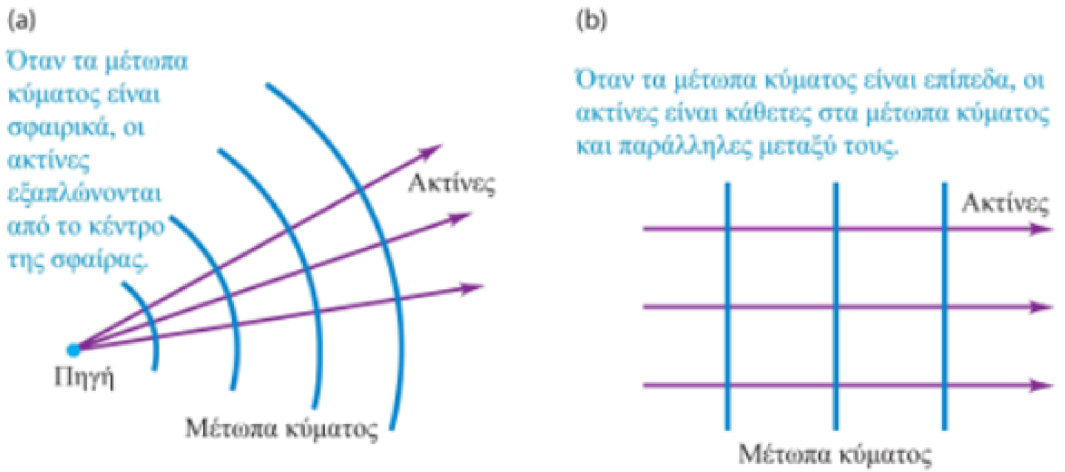
Ακαδ. Έτος 2023-24

Διδάσκων: Ε. Πασπαλάκης

Ακτίνες διάδοσης

Όταν ηλεκτρομαγνητικά κύματα εκπέμπονται από μια μικρή φωτεινή πηγή, μπορούμε να αναπαραστήσουμε τα μέτωπα κύματος με σφαιρικές επιφάνειες ομόκεντρες προς την πηγή ή, όπως στο Σχ. 33.4a, με τις κυκλικές τομές των επιφανειών αυτών με το επίπεδο του διαγράμματος.
Για να περιγράψουμε τις διευθύνσεις διάδοσης του φωτός, είναι συχνά πρόσφορο να παριστάνουμε ένα φωτεινό κύμα με τη βοήθεια **ακτίνων**, σε αντιδιαστολή με την αναπαράστασή του από μέτωπα κύματος. Σύμφωνα με τη σωματιδιακή θεωρία του φωτός, οι ακτίνες είναι οι τροχιές των σωματιδίων. Από την κυματική σκοπιά, *μία ακτίνα είναι μια φανταστική γραμμή κατά μήκος της διεύθυνσης διάδοσης του κύματος.*

33.4 Μέτωπα κύματος (γαλάζια) και ακτίνες (μοβ).

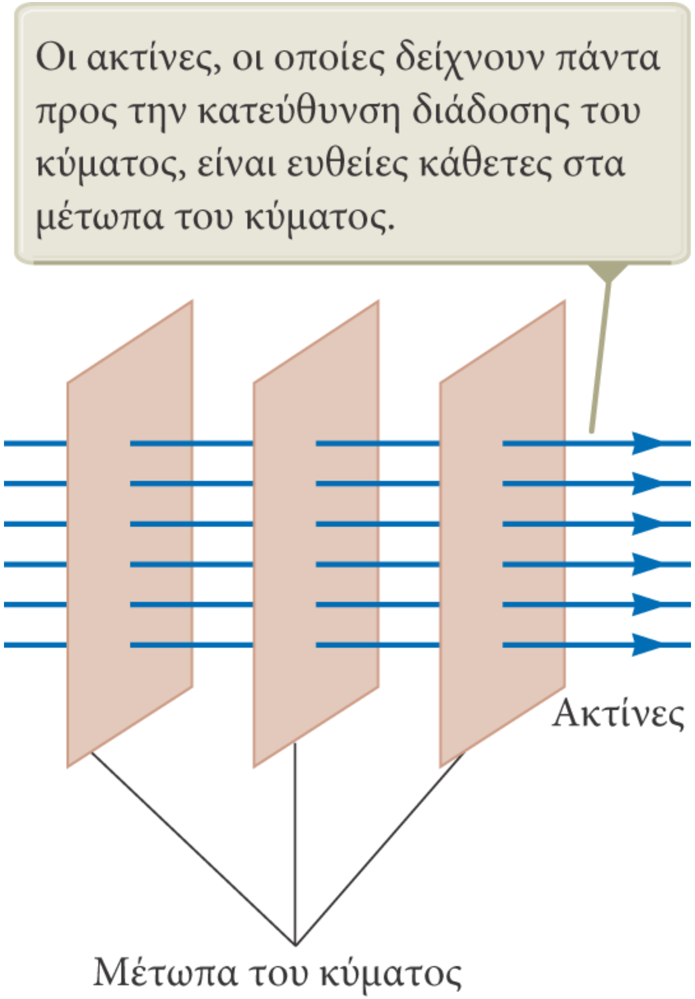


Ο κλάδος της Οπτικής στον οποίο είναι επαρκής η περιγραφή με βάση τις οπτικές ακτίνες ονομάζεται **Γεωμετρική Οπτική**· ο κλάδος που πραγματεύεται ειδικά την κυματική συμπεριφορά ονομάζεται **Φυσική Οπτική**.

[Σελίδες 1189-1190]

Ακτίνες

- Οι ακτίνες είναι ευθείες, οι οποίες είναι κάθετες στα μέτωπα του κύματος.
- Στην προσέγγιση των ακτίνων, υποθέτουμε ότι η κίνηση ενός κύματος το οποίο διαδίδεται σε κάποιο μέσο είναι ευθύγραμμη και έχει την κατεύθυνση των ακτίνων του.



Ανάκλαση του φωτός

- Μια ακτίνα φωτός, η *προσπίπτουσα ακτίνα*, διαδίδεται σε ένα μέσο.
- Όταν φτάσει στο όριο με ένα δεύτερο μέσο, τότε ένα μέρος της ανακλάται και επιστρέφει στο πρώτο μέσο.
  - Αυτό σημαίνει ότι διαδίδεται προς τα πίσω, με κατεύθυνση προς το πρώτο μέσο.
- Στην περίπτωση κυμάτων φωτός που διαδίδονται στον τριδιάστατο χώρο, οι ανακλώμενες ακτίνες μπορεί να έχουν κατεύθυνση διαφορετική από αυτήν των προσπιπτουσών.

Διαθλαση του φωτός

- Όταν μια ακτίνα φωτός που διαδίδεται σε ένα διαφανές μέσο φτάσει στο όριο κάποιου άλλου διαφανούς μέσου, τότε ένα μέρος της ενέργειάς της ανακλάται και το υπόλοιπο εισέρχεται στο δεύτερο μέσο.
- Η ακτίνα που εισέρχεται στο δεύτερο μέσο αλλάζει κατεύθυνση στο όριο μεταξύ των δύο μέσων.
  - Αυτή η εκτροπή της ακτίνας ονομάζεται *διάθλαση.*
  - Η προσπίπτουσα ακτίνα, η ανακλώμενη ακτίνα, η διαθλώμενη ακτίνα, και η κάθετος βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

ΑΝΑΚΛΑΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΘΛΑΣΗ

Αν η διεπιφάνεια είναι τραχεία, τόσο το διαδιδόμενο όσο και το ανακλώμενο φως σκεδάζονται προς διάφορες διευθύνσεις, και δεν υπάρχει μία μόνη γωνία διάθλασης ή ανάκλασης. Η ανάκλαση υπό συγκεκριμένη γωνία από μία εντελώς λεία επιφάνεια ονομάζεται **κατοπτρική ανάκλαση**· η ανάκλαση λόγω σκέδασης από μια ανώμαλη επιφάνεια ονομάζεται **διάχυτη ανάκλαση** (Σχ. 33.6).

Ο **δείκτης διάθλασης** ενός οπτικού υλικού, που συμβολίζεται με n, παίζει καθοριστικό ρόλο στη Γεωμετρική Οπτική και ορίζεται ως:

Δείκτης διάθλασης ενός οπτικού υλικού

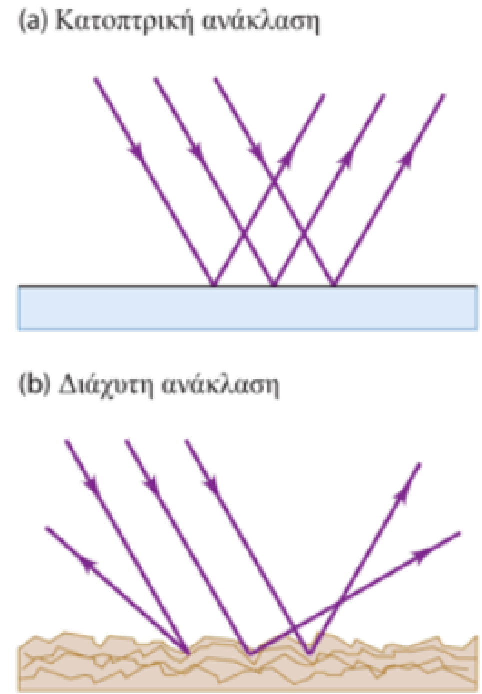
$$n = \frac{c}{v} \qquad (33.1)$$

c: Ταχύτητα του φωτός στο κενό

v: Ταχύτητα του φωτός στο υλικό

Το φως πάντοτε διαδίδεται *πιο αργά* μέσα σε ένα υλικό απ' ό,τι στο κενό, άρα η τιμή του n για οποιοδήποτε μέσο πλην του κενού είναι πάντα μεγαλύτερη της μονάδας. Για το κενό, $n = 1$. Αφού ο n είναι ο λόγος δύο ταχυτήτων, είναι ένας καθαρός αριθμός χωρίς μονάδες.

33.6 Δύο τύποι ανάκλασης.



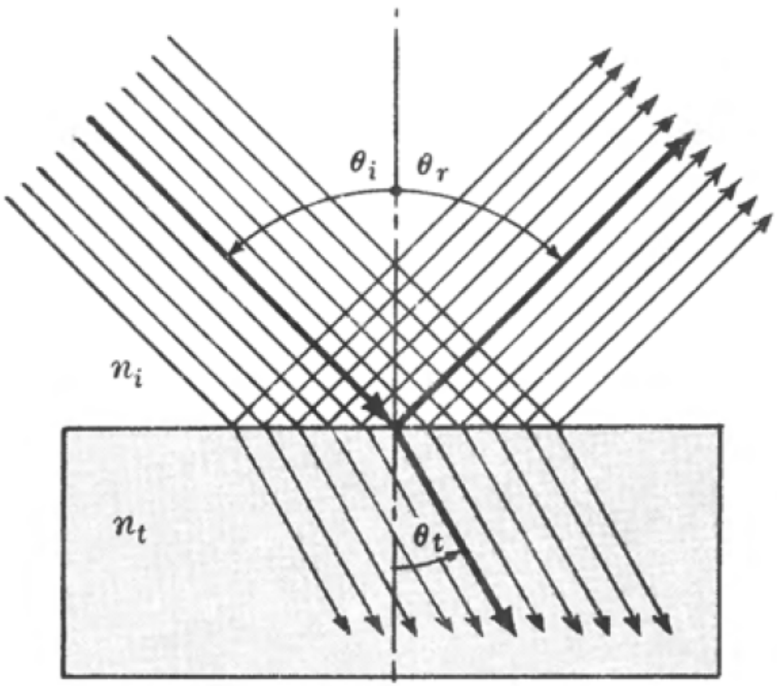
Τιμές δεικτών διάθλασης

ΠΙΝΑΚΑΣ Ο1.1 *Δείκτες διάθλασης*

Υλικό	Δείκτης διάθλασης	Υλικό	Δείκτης διάθλασης
Στερεά στους 20°C		*Υγρά στους 20°C*	
Κυβική ζιρκονία	2.20	Βενζόλιο	1.501
Διαμάντι (C)	2.419	Διθειάνθρακας	1.628
Φθορίτης (CaF_2)	1.434	Τετραχλωράνθρακας	1.461
Τηγμένος χαλαζίας (SiO_2)	1.458	Αιθυλική αλκοόλη	1.361
Φωσφορούχο γάλλιο	3.50	Γλυκερίνη	1.473
Στεφανύαλος	1.52	Νερό	1.333
Πυριτύαλος	1.66		
Πάγος (H_2O)	1.309	*Αέρια (0°C, 1 atm)*	
Πολυστυρένιο	1.49	Αέρας	1.000 293
Χλωριούχο νάτριο (NaCl)	1.544	Διοξείδιο του άνθρακα	1.000 45

Σημείωση: Όλες οι τιμές αντιστοιχούν σε φως το οποίο έχει μήκος κύματος 589 nm στο κενό.

Νόμοι ανάκλασης και διάθλασης



Η γωνία ανάκλασης είναι ίση με τη γωνία πρόσπτωσης

$$\theta_i = \theta_r$$

Νόμος του Snell – συνδέει τη γωνία διάθλασης με τη γωνία πρόσπτωσης

$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t$$

Οι Νόμοι της Ανάκλασης και της Διάθλασης

1. **Η προσπίπτουσα, η ανακλώμενη και η διαθλώμενη ακτίνα, καθώς και η κάθετος προς την επιφάνεια, βρίσκονται όλες στο ίδιο επίπεδο.** Το επίπεδο αυτό ονομάζεται **επίπεδο πρόσπτωσης** και είναι κάθετο προς το επίπεδο της συνοριακής επιφάνειας μεταξύ των δύο υλικών.

2. **Η γωνία ανάκλασης θ_r είναι ίση με τη γωνία *πρόσπτωσης* θ_a για οποιοδήποτε μήκος κύματος και για οποιοδήποτε ζεύγος υλικών.**

Νόμος της ανάκλασης:

Γωνία ανάκλασης (μετρούμενη από την κάθετο)

$$\theta_r = \theta_a \qquad (33.2)$$

Γωνία πρόπτωσης (μετρούμενη από την κάθετο)

3. Για μονοχρωματικό φως και για ένα δεδομένο ζεύγος υλικών a και b εκατέρωθεν της διεπιφάνειας, **ο λόγος των ημίτονων των γωνιών θ_a και θ_b, οι οποίες μετρώνται και οι δύο από την κάθετο στην επιφάνεια, ισούται με το αντίστροφο του λόγου των δύο δεικτών διάθλασης:**

$$\frac{\sin\theta_a}{\sin\theta_b} = \frac{n_b}{n_a} \qquad (33.3)$$

ή

Νόμος της διάθλασης:

Γωνία πρόπτωσης (μετρούμενη από την κάθετο)

$$n_a \sin\theta_a = n_b \sin\theta_b \qquad (33.4)$$

Γωνία διάθλασης (μετρούμενη από την κάθετο)

Δείκτης διάθλασης του υλικού στην πλευρά του προσπίπτοντος φωτός

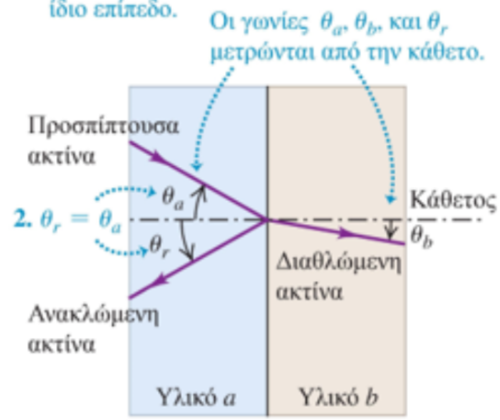
Δείκτης διάθλασης του υλικού στην πλευρά του διαθλώμενου φωτός

Ενώ τα αποτελέσματα αυτά παρατηρήθηκαν πρώτα πειραματικά, μπορούν να εξαχθούν και θεωρητικά με χρήση της κυματικής περιγραφής του φωτός.

[Σελίδες 1191-1192]

33.7 Οι νόμοι της ανάκλασης και της διάθλασης.

1. Η προσπίπτουσα, η ανακλώμενη και η διαθλώμενη ακτίνα, καθώς και η κάθετος προς την επιφάνεια βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

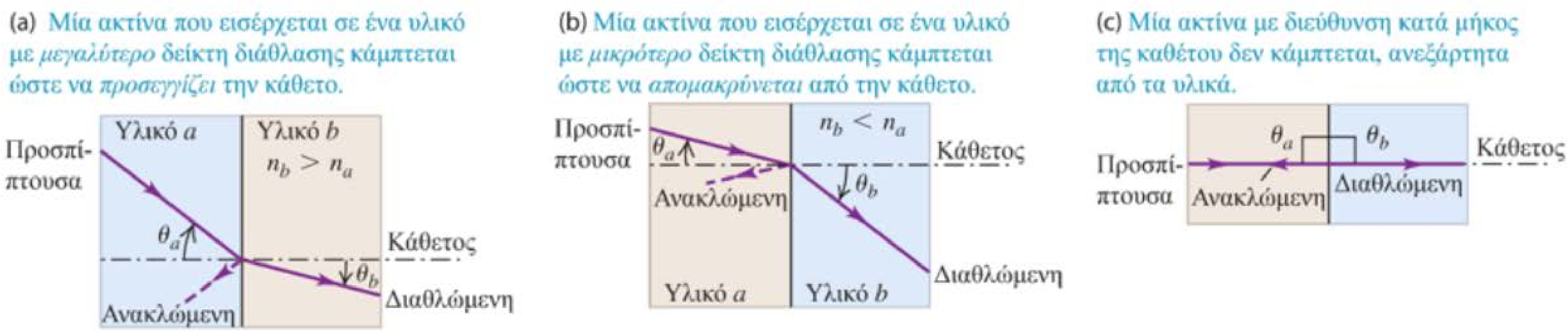


3. Όταν μονοχρωματικό φως διέρχεται από μια διαχωριστική επιφάνεια ανάμεσα σε δύο υλικά a και b, οι γωνίες θ_a και θ_b συνδέονται με τους δείκτες διάθλασης των a και b μέσω της σχέσης:

$$\frac{\sin\theta_a}{\sin\theta_b} = \frac{n_b}{n_a}$$

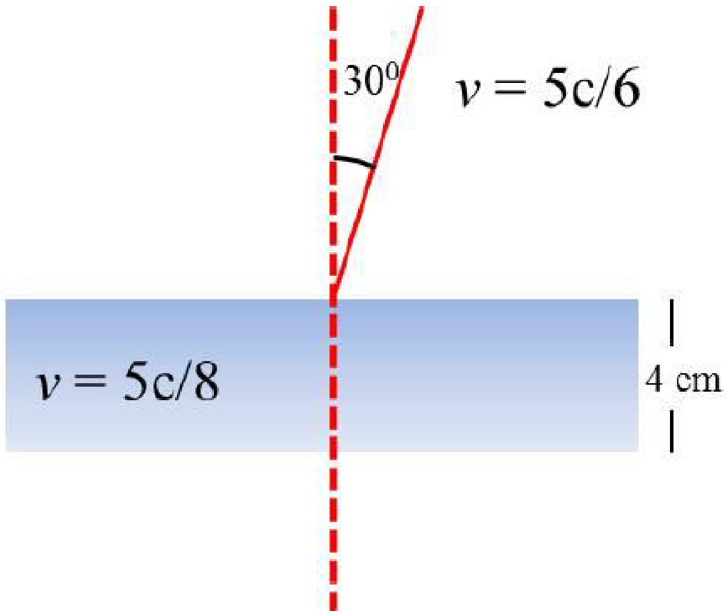
Οι Νόμοι της Ανάκλασης και της Διάθλασης

33.8 Ανάκλαση και διάθλαση σε τρεις περιπτώσεις. (a) Το υλικό b έχει μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης από το υλικό a. (b) Το υλικό b έχει μικρότερο δείκτη διάθλασης από το υλικό a. (c) Η προσπίπτουσα φωτεινή ακτίνα είναι κάθετη στη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ των υλικών.

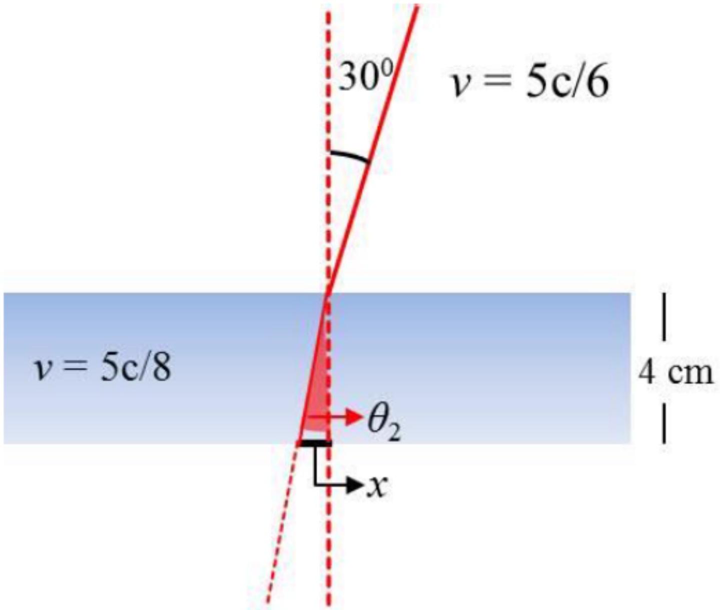


Παράδειγμα 1

Μία δέσμη γραμμικά πολωμένου laser προσπίπτει σε γυάλινο πλακίδιο πάχους 4 cm με γωνία πρόσπτωσης 30°. Έξω από το γυαλί η ταχύτητα του φωτός είναι $v = 5c/6$ ενώ μέσα στο γυαλί είναι $v = 5c/8$, όπου c η ταχύτητα του φωτός στο κενό. Να βρεθεί η απόσταση, που θα εξέρθει η διαδιδόμενη ακτίνα από το πλακίδιο (σε σχέση με την κάθετη από το σημείο εισόδου, δηλαδή από τη διακεκομμένη γραμμή, βλ. σχετικό σχήμα).



Παράδειγμα 1: Λύση



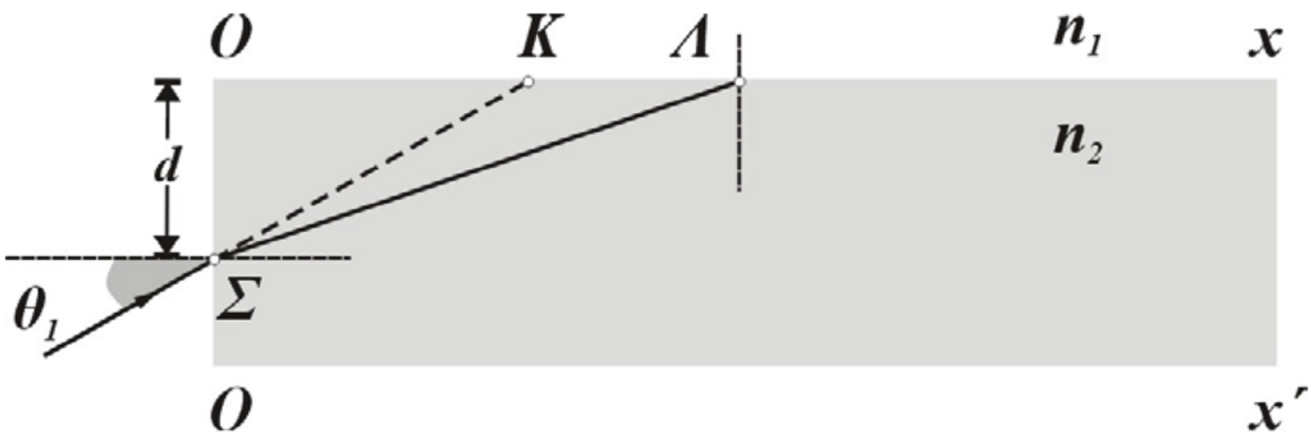
Έστω θ_2 η γωνία διάθλασης στο γυάλινο πλακίδιο. Τότε από το νόμο του Snell

$n_1 \sin\left(30^\circ\right) = n_2 \sin\theta_2 \Rightarrow \sin\theta_2 = \dfrac{n_1}{2n_2}$, όπου n_1 ο δείκτης διάθλασης εκτός πλακιδίου και n_2 ο δείκτης διάθλασης στο πλακίδιο. Οι δείκτες διάθλασης υπολογίζονται από τις ταχύτητες φάσης

$n_1 = \dfrac{c}{v_1} = \dfrac{c}{\frac{5c}{6}} = \dfrac{6}{5}, n_2 = \dfrac{c}{v_2} = \dfrac{c}{\frac{5c}{8}} = \dfrac{8}{5}$ Άρα $\sin\theta_2 = \dfrac{3}{8} \Rightarrow \theta_2 \approx 22^\circ$. Η ζητούμενη απόσταση είναι $x = \left(4\ cm\right)\tan\theta_2 \approx 1.616\ cm$.

Παράδειγμα 2

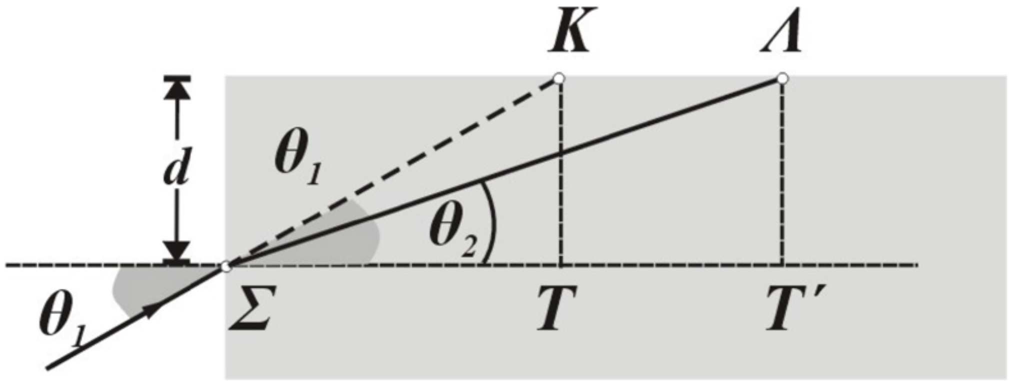
Μονοχρωματική ακτίνα γραμμικά πολωμένου φωτός προσπίπτει από τον αέρα σε γυάλινο πλακίδιο δείκτη διάθλασης $n_2 = \sqrt{2}$ στο σημείο ***Σ*** υπό γωνία $\theta_1 = 60^o$ και λόγω διάθλασης της συναντά την πλευρά ***Ox*** στο σημείο ***Λ***. Η απόσταση των σημείων ***O*** και ***Σ*** είναι ίση με d = 3.57 cm. Αν δεν υπήρχε το πλακίδιο τότε η ακτίνα θα συναντούσε την πλευρά ***Ox*** στο σημείο ***Κ***. Να υπολογιστεί το μήκος της οριζόντιας μετατόπισης ***(ΚΛ)*** της ακτίνας. Θεωρείστε το δείκτη διάθλασης του αέρα $n_1 = 1$.



Παράδειγμα 2: Λύση

Εφαρμόζοντας τον Νόμο του Snell στο σημείο Σ έχουμε

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{2}\sin\theta_2 \Rightarrow \sin\theta_2 = \frac{\sqrt{6}}{4} \Rightarrow \theta_2 = 37.76^o .$$



Από το τρίγωνο $\Sigma\hat{K}T$ έχουμε $\tan\theta_1 = \dfrac{d}{(\Sigma T)} \Rightarrow (\Sigma T) = \dfrac{d}{\tan\theta_1}$ ενώ από το τρίγωνο $\Sigma\hat{K}T'$ έχουμε

$\tan\theta_2 = \dfrac{d}{(\Sigma T')} \Rightarrow (\Sigma T') = \dfrac{d}{\tan\theta_2}$. Έτσι η οριζόντια μετατόπιση *(ΚΛ)* είναι ίση με

$$(K\Lambda) = (\Sigma T') - (\Sigma T) \Rightarrow (K\Lambda) = \frac{d}{\tan\theta_2} - \frac{d}{\tan\theta_1} = \frac{d}{\sqrt{\frac{3}{5}}} - \frac{d}{\sqrt{3}} \Rightarrow (K\Lambda) \simeq 2.547 \text{ cm} .$$

Δείκτης Διάθλασης και Κυματικά Χαρακτηριστικά του Φωτός

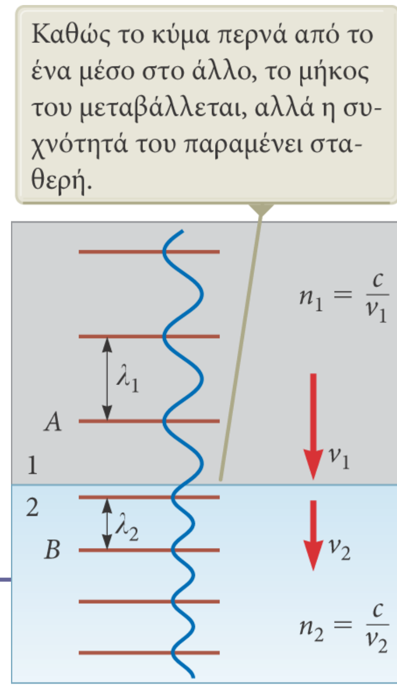
Πρώτον, η συχνότητα f του κύματος *δεν* αλλάζει όταν το φως περνά από ένα υλικό σε ένα άλλο. Δηλαδή, ο αριθμός των κυματικών κύκλων που φθάνουν ανά μονάδα χρόνου πρέπει να είναι ίσος με τον αριθμό των κύκλων που αφήνουν τη διεπιφάνεια ανά μονάδα χρόνου.
Δεύτερον, το μήκος κύματος λ *είναι* γενικά διαφορετικό σε διαφορετικά υλικά. Αυτό συμβαίνει γιατί σε κάθε υλικό ισχύει $v = \lambda f$· αφού η f είναι η ίδια σε κάθε υλικό, όπως και στο κενό, και καθώς η v είναι πάντοτε μικρότερη από την ταχύτητα του κύματος στο κενό c, το λ μειώνεται επίσης αναλόγως.

Μήκος κύματος του φωτός σε ένα υλικό $\lambda = \dfrac{\lambda_0}{n}$ (33.5)

λ_0: Μήκος κύματος του φωτός στο κενό

n: Δείκτης διάθλασης του υλικού

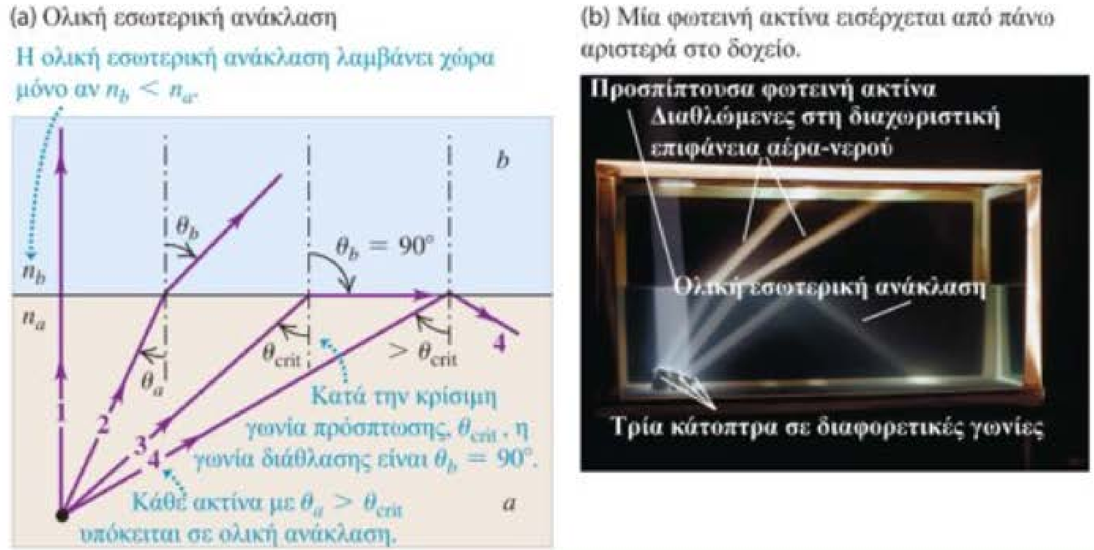
Όταν ένα κύμα διέρχεται από ένα υλικό σε ένα δεύτερο υλικό με μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης, έτσι ώστε $n_b > n_a$, η κυματική ταχύτητα μειώνεται.



ΟΛΙΚΗ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΗ

Υπό ορισμένες προϋποθέσεις, το φως ανακλάται *εξ ολοκλήρου* στη διεπιφάνεια, χωρίς να λαμβάνει χώρα καθόλου διάδοση του φωτός, μολονότι το δεύτερο υλικό είναι διαφανές. Το Σχ. 33.13a δείχνει πώς μπορεί να συμβεί αυτό. Εκεί φαίνονται διάφορες ακτίνες που εκπέμπονται από μια σημειακή πηγή μέσα σε ένα υλικό a με δείκτη διάθλασης n_a. Οι ακτίνες προσπίπτουν στην επιφάνεια ενός δεύτερου υλικού b με δείκτη διάθλασης n_b, όπου $n_a > n_b$. Από τον νόμο της διάθλασης του Snell, προκύπτει ότι θ με δείκτη a μικρότερο του θ_b.

33.13 (a) Ολική εσωτερική ανάκλαση. Η γωνία πρόσπτωσης, για την οποία η γωνία διάθλασης είναι 90°, ονομάζεται κρίσιμη ή οριακή γωνία: Αυτή είναι η περίπτωση για την ακτίνα 3. Τα ανακλώμενα ποσοστά των ακτίνων 1, 2 και 3 έχουν παραλειφθεί για λόγους ευκρίνειας. (b) Ακτίνες λέιζερ εισέρχονται από το πάνω μέρος του νερού στο ενυδρείο· ανακλώνται στον πυθμένα από κάτοπτρα που έχουν τοποθετηθεί εκεί υπό κλίσεις που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Μία ακτίνα υφίσταται ολική ανάκλαση στη διαχωριστική επιφάνεια αέρα-νερού.



Είναι δυνατόν να βρούμε την κρίσιμη γωνία για δύο δεδομένα υλικά a και b αν θέσουμε στον νόμο του Snell $\theta_b = 90°$ ($\sin\theta_b = 1$).

Κρίσιμη γωνία για ολική εσωτερική ανάκλαση

$$\sin\theta_{crit} = \frac{n_b}{n_a} \qquad (33.6)$$

n_b: Δείκτης διάθλασης του δεύτερου υλικού
n_a: Δείκτης διάθλασης του πρώτου υλικού

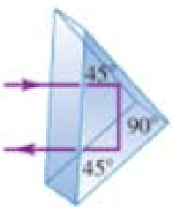
Εφαρμογές της Ολικής Εσωτερικής Ανάκλασης

Η ολική εσωτερική ανάκλαση βρίσκει πολυάριθμες εφαρμογές στην οπτική τεχνολογία. Για παράδειγμα, θεωρήστε ένα γυαλί με δείκτη διάθλασης $n = 1{,}52$. Όταν φως διαδίδεται μέσα σε αυτό το γυαλί και συναντήσει μια διεπιφάνεια γυαλιού-αέρα, η κρίσιμη γωνία είναι

$$\sin\theta_{crit} = \frac{1}{1{,}52} = 0{,}658 \qquad \theta_{crit} = 41{,}1^\circ$$

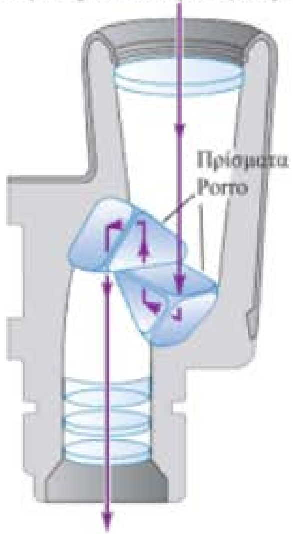
Το φως θα *ανακλαστεί ολικά* όταν προσπίπτει στη διεπιφάνεια γυαλιού-αέρα υπό γωνία $41{,}1^\circ$ ή μεγαλύτερη.

33.14
(a) Ολική εσωτερική ανάκλαση σε ένα πρίσμα Porro.

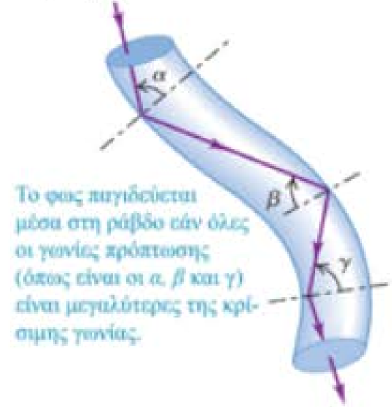


Αν η προσπίπτουσα δέσμη κατευθύνεται όπως φαίνεται στο σχήμα, η ολική εσωτερική ανάκλαση λαμβάνει χώρα στις έδρες των 45° (διότι, για μια διεπιφάνεια γυαλιού-αέρα, $\theta_{crit} = 41{,}1^\circ$).

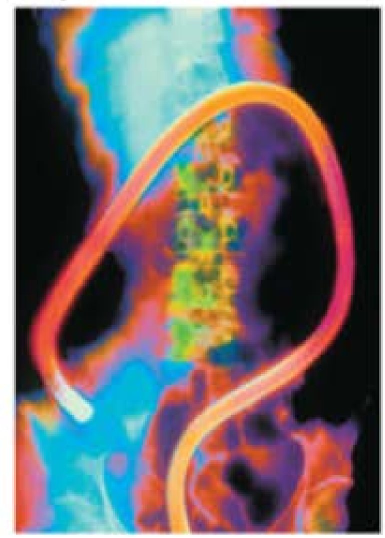
(b) Στη διόπτρα (κιάλια) χρησιμοποιούνται πρίσματα Porro για την ανάκλαση του φωτός σε κάθε προσοφθάλμιο.



33.15 Μια διάφανη ράβδος με δείκτη διάθλασης μεγαλύτερο από αυτόν του υλικού που την περιβάλλει.

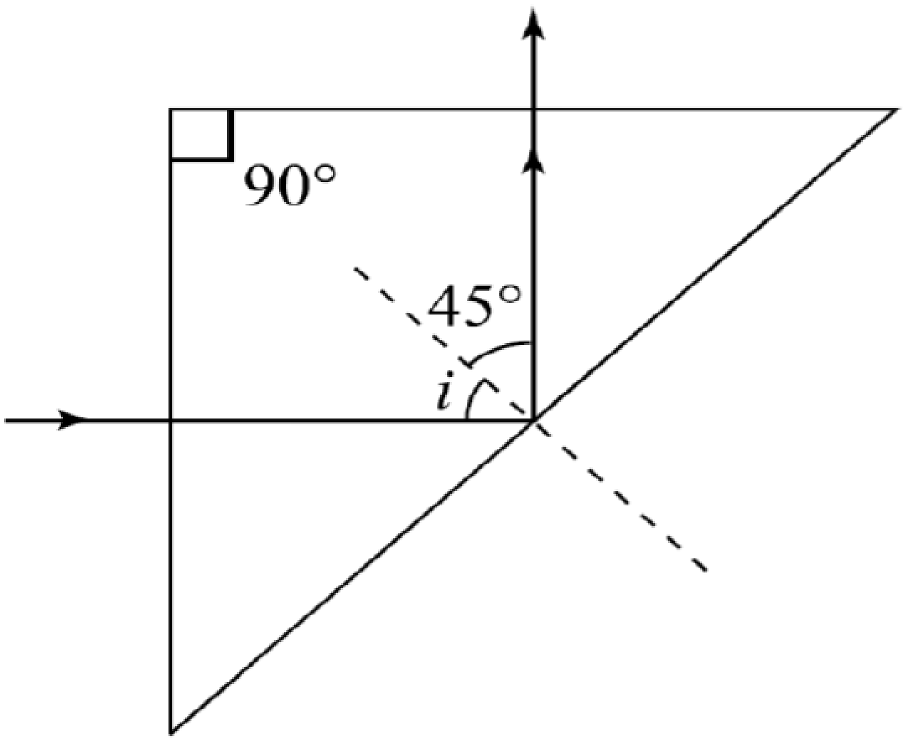


33.16 Αυτή η έγχρωμη εικόνα ακτίνων Χ της κοιλιάς ενός ασθενή δείχνει την ελίκωση του ενδοσκοπίου μέσα στο παχύ έντερο.



Παράδειγμα 3

Γραμμικά πολωμένη δέσμη φωτός προσπίπτει κάθετα από τον αέρα (δείκτης διάθλασης αέρα 1) σε μια από τις κάθετες πλευρές ισοσκελούς ορθογωνίου πρίσματος δείκτη διάθλασης n, υπόκειται ολική εσωτερική ανάκλαση στην υποτείνουσα με γωνία ανάκλασης 45° ως προς την κατακόρυφο και εξέρχεται κάθετα από την άλλη κάθετη πλευρά (δείτε σχετικό σχήμα). Καθορίστε τις τιμές που μπορεί να πάρει ο δείκτης διάθλασης n.

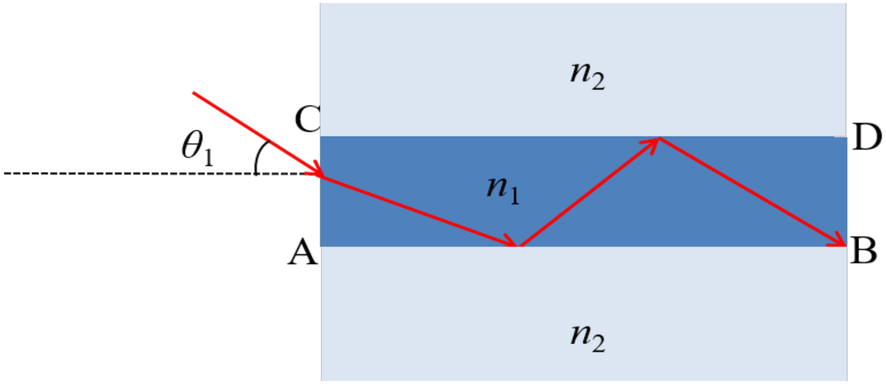


Παράδειγμα 3: Λύση

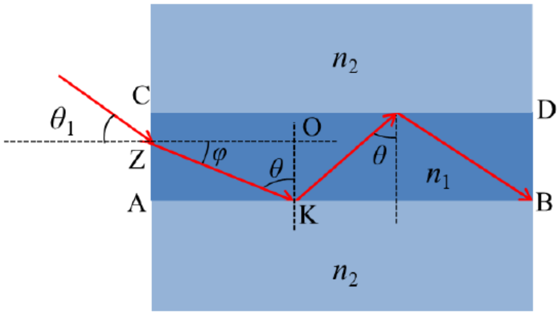
Η κρίσιμη γωνία ολικής ανάκλασης (ορική γωνία) για πρόσπτωση στην υποτείνουσα είναι $\sin\theta_c = \frac{1}{n}$. Για να υποστεί η ακτίνα φωτός ολική εσωτερική ανάκλαση θα πρέπει να πέσει με γωνία μεγαλύτερη από την ορική γωνία θ_c. Από τα δεδομένα έχουμε ότι για γωνία 45° έχουμε ολική εσωτερική ανάκλαση, άρα η ορική γωνία πρέπει να είναι μικρότερη από 45°, οπότε στο πρώτο τεταρτημόριο που δουλεύουμε $\sin\theta_c < \sin\left(45^{\circ}\right)$, δηλαδή $\sin\theta_c < \frac{1}{\sqrt{2}}$ και χρησιμοποιώντας την παραπάνω σχέση έχουμε $\frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{2}}$ ή $n > \sqrt{2}$.

Παράδειγμα 4

Ακτίνα γραμμικά πολωμένου μονοχρωματικού φωτός προσπίπτει από τον αέρα με γωνία θ_1 στην πλευρά AC της παρακάτω δομής, που αποτελείται από δύο ισοτροπικά, ομογενή διηλεκτρικά με δείκτη διάθλασης εσωτερικό $n_1 = 1.5$ και δείκτη διάθλασης εξωτερικό $n_2 = 1.4$. Να βρεθεί η μέγιστη γωνία πρόσπτωσης θ_1,τέτοια ώστε κάθε ακτίνα η οποία προσπίπτει από τον αέρα με μικρότερη γωνία, να υφίσταται ολική εσωτερική ανάκλαση. Πάρτε το δείκτη διάθλασης του αέρα 1.



Παράδειγμα 4: Λύση



Ονομάζουμε φ την γωνία διάθλασης που υφίσταται η ακτίνα κατά την είσοδό της από τον αέρα ($n = 1$) στο διηλεκτρικό n_1. Τότε από το νόμο του Snell παίρνουμε

$$\sin\theta_1 = n_1 \sin\varphi \qquad (1)$$

Για να έχουμε ολική ανάκλαση στο σημείο K θα πρέπει να ισχύει

$$n_1 \sin\theta \geq n_2 \rightarrow \sin\theta \geq \frac{n_2}{n_1} \qquad (2)$$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο ZOK $\varphi + \theta = \frac{\pi}{2}$, οπότε από την σχέση (2) παίρνουμε

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \geq \frac{n_2}{n_1} \rightarrow$$

$$\sin\frac{\pi}{2}\cos\varphi - \sin\varphi\cos\frac{\pi}{2} \geq \frac{n_2}{n_1} \rightarrow$$

$$\cos\varphi \geq \frac{n_2}{n_1} \rightarrow$$

$$1 - \sin^2\varphi \geq \frac{n_2^2}{n_1^2} \rightarrow n_1^2\sin^2\varphi \leq n_1^2 - n_2^2 \overset{(1)}{\rightarrow} \sin^2\theta_1 \leq n_1^2 - n_2^2$$

Άρα

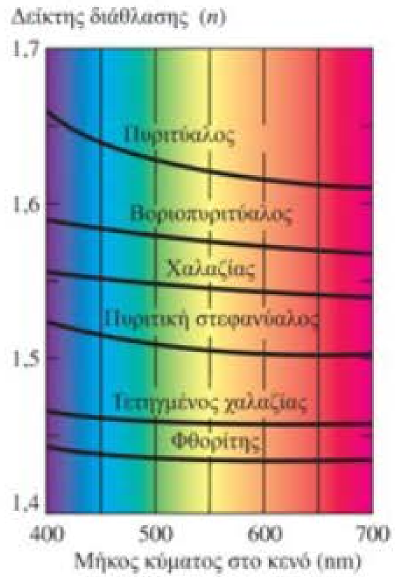
$$\sin^2\theta_{1max} = n_1^2 - n_2^2 \qquad \text{ή} \qquad \sin\theta_{1max} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

απ' όπου βρίσκουμε ότι $\sin\theta_{1max} \approx 0.538$ ή $\theta_{1max} \approx 32.54°$.

ΔΙΑΣΚΕΔΑΣΜΟΣ

Το φυσικό λευκό φως είναι μια υπέρθεση κυμάτων με μήκη κύματος που εκτείνονται σε όλο το ορατό φάσμα. Η ταχύτητα του φωτός στο *κενό* είναιη ίδια για όλα τα μήκη κύματος, αλλά η ταχύτητά του σε ένα υλικό μέσο είναι διαφορετική για διαφορετικά μήκη κύματος. Επομένως, ο δείκτηςδιάθλασης ενός υλικού εξαρτάται από το μήκος κύματος. Η εξάρτηση της ταχύτητας του κύματος και του δείκτη διάθλασης από το μήκος κύματοςονομάζεται **διασκεδασμός**.

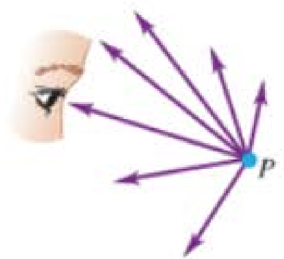
33.17 Μεταβολή του δείκτη διάθλασης n συναρτήσει του μήκους κύματος για διάφορα διαφανή υλικά. Ο οριζόντιος άξονας δείχνει το μήκος κύματος λ_0 του φωτός στο *κενό*· το μήκος κύματος στο υλικό είναι ίσο με $\lambda = \lambda_0/n$.



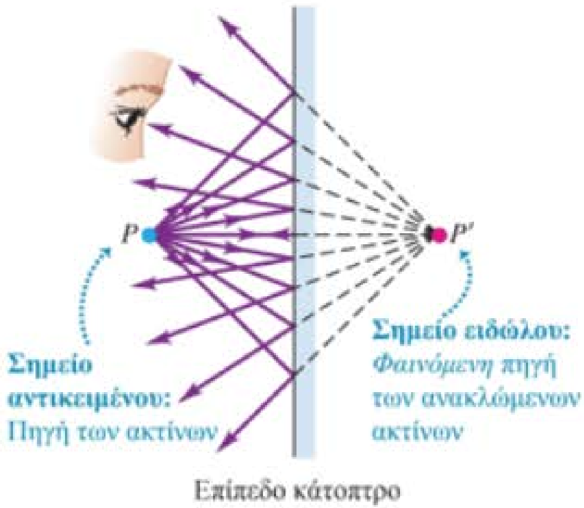
33.18 Διασκεδασμός του φωτός από ένα πρίσμα. Η ταινία των χρωμάτων ονομάζεται φάσμα.

ΑΝΑΚΛΑΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΘΛΑΣΗ ΣΕ ΕΠΙΠΕΔΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

34.1 Φωτεινές ακτίνες από ένα σημειακό αντικείμενο P εκπέμπονται προς κάθε κατεύθυνση. Για να δει απευθείας ένας παρατηρητής το αντικείμενο αυτό, δεν πρέπει να υπάρχει κανένα εμπόδιο μεταξύ του αντικειμένου και των ματιών του παρατηρητή.

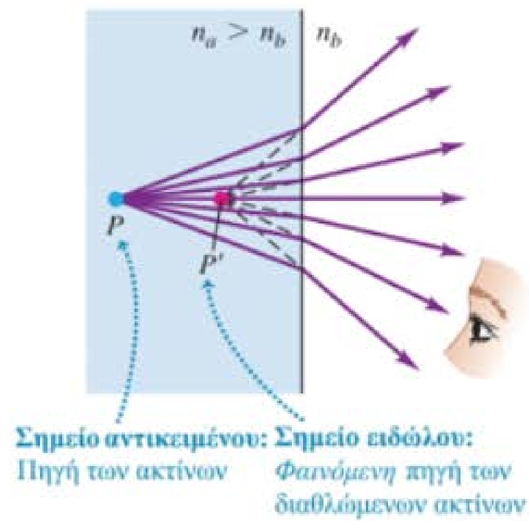


34.2 Φωτεινές ακτίνες από το αντικείμενο στο σημείο P ανακλώνται από ένα επίπεδο κάτοπτρο. Οι ανακλώμενες ακτίνες που εισέρχονται στο μάτι φαίνονται σαν να έχουν προέλθει από το σημείο ειδώλου P'.



34.3 Φωτεινές ακτίνες από το αντικείμενο στο σημείο P διαθλώνται στην επίπεδη διεπιφάνεια. Οι διαθλώμενες ακτίνες που εισέρχονται στο μάτι δείχνουν σαν να έχουν προέλθει από το σημείο ειδώλου P'.

Όταν $n_a > n_b$, το P' είναι πλησιέστερα στην επιφάνεια από το P· για $n_a < n_b$ συμβαίνει το αντίθετο.

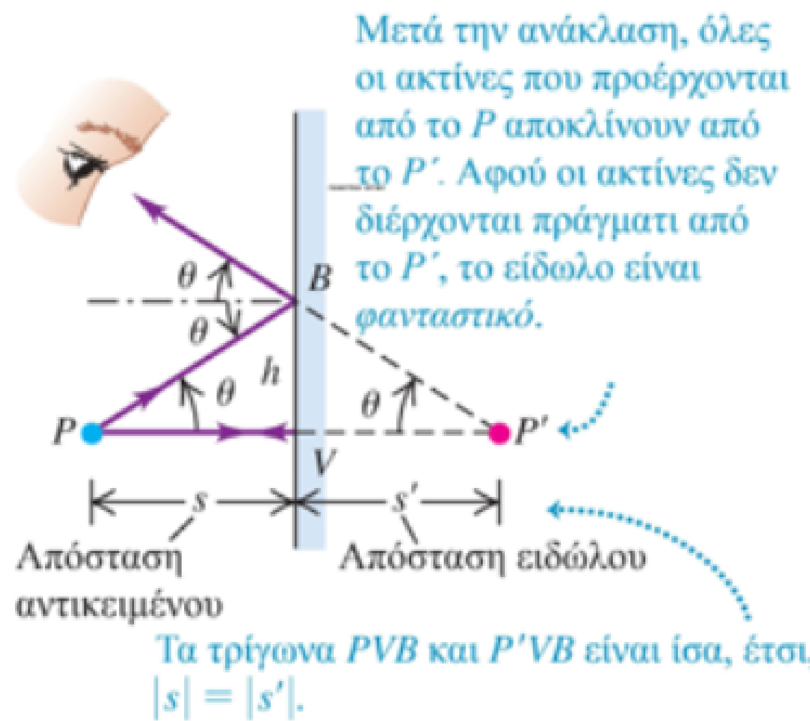


[Σελίδα 1226]

ΑΝΑΚΛΑΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΘΛΑΣΗ ΣΕ ΕΠΙΠΕΔΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Αν οι εξερχόμενες ακτίνες δεν διέρχονται πράγματι από το σημείο ειδώλου, ονομάζουμε το είδωλο **φανταστικό είδωλο**. Θα αντιμετωπίσουμε αργότερα περιπτώσεις όπου οι εξερχόμενες ακτίνες *διέρχονται* πράγματι από ένα σημείο ειδώλου και θα ονομάσουμε τότε το προκύπτον είδωλο **πραγματικό είδωλο**. Τα είδωλα που σχηματίζονται σε μια οθόνη προβολής, στον ηλεκτρονικό ανιχνευτή μιας φωτογραφικής μηχανής και στον αμφιβληστροειδή χιτώνα του ματιού σας είναι πραγματικά είδωλα.

34.4 Σχεδιάγραμμα για τον καθορισμό της θέσης του ειδώλου που σχηματίζεται από επίπεδο κάτοπτρο. Το σημείο ειδώλου P' είναι τόσο μακριά πίσω από το κάτοπτρο όσο το σημείο αντικειμένου P απέχει από την εμπρόσθια επιφάνειά του.



Κανόνες Προσήμου

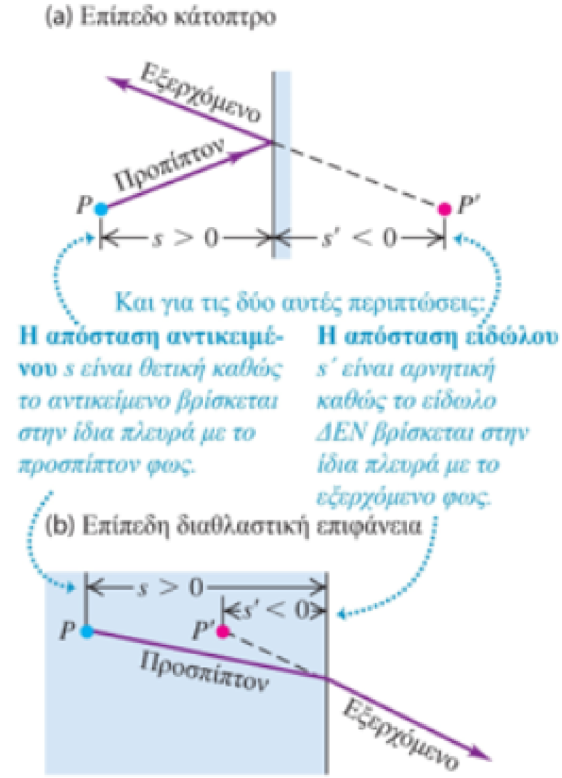
Θα εισαγάγουμε μερικούς γενικούς κανόνες για τα πρόσημα σε μορφή εφαρμόσιμη για *όλες* τις περιπτώσεις που θα συναντήσουμε αργότερα. Αυτές περιλαμβάνουν τον σχηματισμό ειδώλου από επίπεδη ή σφαιρική ανακλαστική διαθλαστική επιφάνεια, ή ακόμη και από ένα ζεύγος διαθλαστικών επιφανειών που σχηματίζουν έναν φακό. Οι κανόνες αυτοί είναι:

1. **Κανόνας προσήμου για την απόσταση αντικειμένου:** Όταν το αντικείμενο βρίσκεται στην ίδια πλευρά της ανακλαστικής ή διαθλαστική επιφάνειας με το προσπίπτον φως, η απόσταση αντικειμένου *s* είναι θετική· διαφορετικά, είναι αρνητική.

2. **Κανόνας προσήμου για την απόσταση ειδώλου:** Όταν το είδωλο βρίσκεται στην ίδια πλευρά της ανακλαστικής ή διαθλαστικής επιφάνειας με το εξερχόμενο φως, η απόσταση ειδώλου *s΄* είναι θετική· διαφορετικά, είναι αρνητική.

3. **Κανόνας προσήμου για την ακτίνα καμπυλότητας μιας σφαιρικής επιφάνειας:** Όταν το κέντρο καμπυλότητας *C* βρίσκεται στην ίδια πλευρά με το εξερχόμενο φως, η ακτίνα καμπυλότητας είναι θετική· διαφορετικά, είναι αρνητική.

34.5 Και για τις δύο αυτές περιπτώσεις η απόσταση αντικειμένου *s* είναι θετική (κανόνας 1) και η απόσταση ειδώλου *s΄* είναι αρνητική (κανόνας 2).

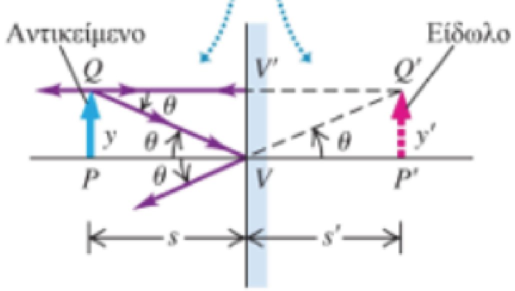


[Σελίδες 1227-1228]

Είδωλο Ενός Εκτεταμένου Αντικειμένου: Επίπεδο Κάτοπτρο

34.6 Σχεδιάγραμμα για τον προσδιορισμό του ύψους ενός ειδώλου που σχηματίζεται από ανάκλαση σε μια επίπεδη ανακλαστική επιφάνεια.

Για ένα επίπεδο κάτοπτρο, τα τρίγωνα PQV και $P'Q'V$ είναι ίσα, έτσι $y = y'$, επομένως το αντικείμενο και το είδωλο είναι ισομεγέθη [η πλευρική (εγκάρσια) μεγέθυνση είναι 1].



Το είδωλο που σχηματίζεται από ένα τέτοιο εκτεταμένο αντικείμενο είναι ένα εκτεταμένο είδωλο· σε κάθε σημείο του αντικειμένου αντιστοιχεί ένα σημείο του ειδώλου. Δύο από τις ακτίνες που εκπορεύονται από το Q φαίνονται στο σχήμα· *όλες* οι ακτίνες που προέρχονται από το Q μοιάζουν να αποκλίνουν από το σημείο ειδώλου του Q' μετά την ανάκλασή τους. Το είδωλο του βέλους είναι το ευθύγραμμο τμήμα $P'Q'$, που έχει ύψος y'. Τα άλλα σημεία του αντικειμένου PQ έχουν σημεία ειδώλου μεταξύ των P' και Q'.

Σε *κάθε* περίπτωση σχηματισμού ειδώλου, ο λόγος των υψών του ειδώλου προς του αντικειμένου, y'/y, ονομάζεται **πλευρική (εγκάρσια) μεγέθυνση** m, δηλαδή

Πλευρική (εγκάρσια) μεγέθυνση στην περίπτωση σχηματισμού ειδώλου

$$m = \frac{y'}{y} \qquad (34.2)$$

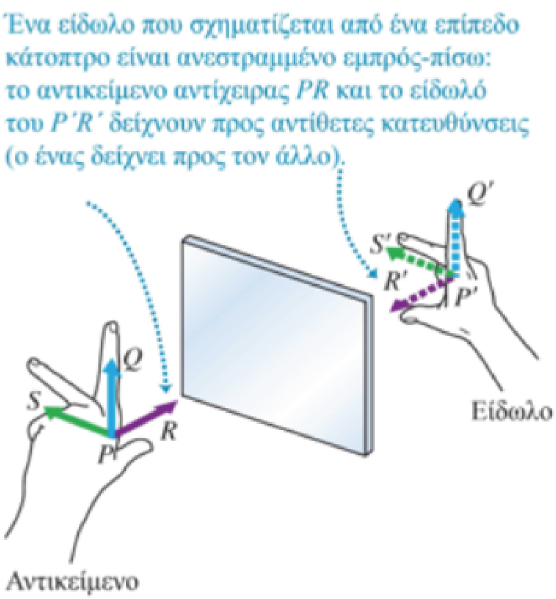
y' ← Ύψος αντικειμένου

y ← Ύψος ειδώλου

Στο Σχ. 34.6 το είδωλο του βέλους δείχνει προς την *ίδια* κατεύθυνση με το αντικείμενο· λέμε ότι το είδωλο είναι **ορθό**. Στην περίπτωση αυτή τα y' και y έχουν το ίδιο πρόσημο και η πλευρική μεγέθυνση m είναι θετική.

Είδωλο Ενός Εκτεταμένου Αντικειμένου: Επίπεδο Κάτοπτρο

34.7 Το είδωλο που σχηματίζεται από ένα επίπεδο κάτοπτρο είναι φανταστικό, ορθό και ανεστραμμένο. Έχει το ίδιο μέγεθος με το αντικείμενο.



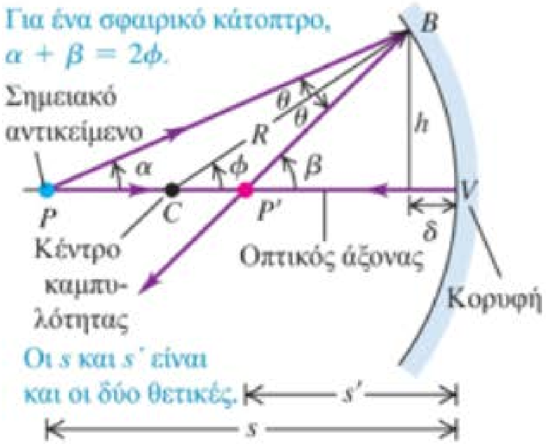
34.8 Το είδωλο που σχηματίζεται από ένα επίπεδο κάτοπτρο είναι ανεστραμμένο· το είδωλο ενός δεξιού χεριού είναι ένα αριστερό χέρι κ.ο.κ. (το χέρι στηρίζεται πάνω σε οριζόντιο κάτοπτρο). Τα είδωλα των γραμμάτων I, H και T είναι ανεστραμμένα;

ΠΡΟΣΟΧΗ Ανακλάσεις σε ένα επίπεδο κάτοπτρο Στο σημείο αυτό ίσως να αναρωτηθείτε: «Γιατί ένα επίπεδο κάτοπτρο αναστρέφει τα είδωλα δεξιά και αριστερά, αλλά όχι πάνω και κάτω;». Η ερώτηση αυτή είναι αρκετά παραπλανητική! Όπως δείχνει το Σχ. 34.7, το πάνω-κάτω είδωλο *P΄Q΄* και το δεξιά-αριστερά είδωλο *P΄S΄* είναι παράλληλα προς τα αντικείμενά τους και δεν είναι καθόλου ανεστραμμένα. Μόνο το εμπρός-πίσω είδωλο *P΄R΄* είναι ανεστραμμένο σε σχέση με το *PR*. Ως εκ τούτου, είναι σωστότερο να λέμε ότι ένα επίπεδο κάτοπτρο αναστρέφει *εμπρός-πίσω*. Όταν το αντικείμενο και το είδωλό του σχετίζονται με τον τρόπο αυτό, το είδωλο λέγεται **ανεστραμμένο**· αυτό σημαίνει ότι αναστρέφεται *μόνο* η διάσταση εμπρός-πίσω.

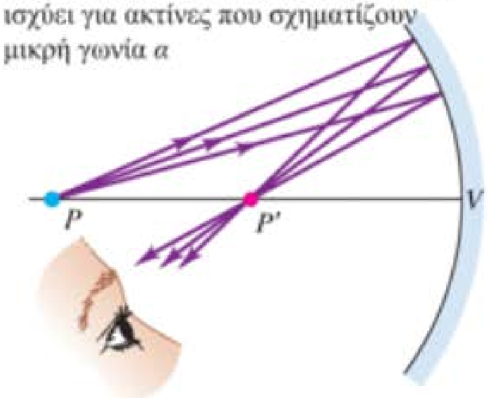
ΑΝΑΚΛΑΣΗ ΣΕ ΣΦΑΙΡΙΚΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ: Είδωλο Ενός Σημειακού Αντικειμένου: Σφαιρικό Κάτοπτρο

34.10 (a) Ένα κοίλο σφαιρικό κάτοπτρο σχηματίζει ένα πραγματικό είδωλο ενός σημειακού αντικειμένου P επάνω στον οπτικό άξονα του κατόπτρου. (b) Το μάτι βλέπει κάποιες από τις εξερχόμενες ακτίνες, αντιλαμβανόμενο ότι προέρχονται από το σημείο P΄.

(a) Σχεδιάγραμμα για τον προσδιορισμό της θέσης P' ενός ειδώλου που σχηματίζεται από ένα κοίλο σφαιρικό κάτοπτρο

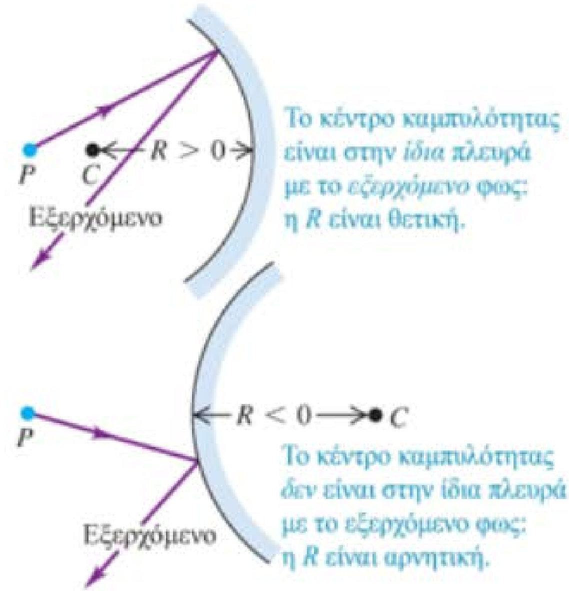


(b) Η παραξονική προσέγγιση, η οποία ισχύει για ακτίνες που σχηματίζουν μικρή γωνία α



Όλες οι ακτίνες από το P που έχουν μικρή γωνία α με τον οπτικό άξονα διέρχονται από το P', σχηματίζοντας ένα πραγματικό είδωλο.

34.11 Ο κανόνας προσήμου για την ακτίνα ενός σφαιρικού κατόπτρου.



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \qquad \text{(σχέση αντικειμένου - ειδώλου, σφαιρικό κάτοπτρο)} \qquad (34.4)$$

[Σελίδες 1230-1231]

ΑΝΑΚΛΑΣΗ ΣΕ ΣΦΑΙΡΙΚΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Είδωλο Ενός Σημειακού Αντικειμένου: Σφαιρικό Κάτοπτρο, συνέχεια

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \qquad \text{(σχέση αντικειμένου - ειδώλου, σφαιρικό κάτοπτρο)} \qquad (34.4)$$

Η εξίσωση αυτή δεν περιέχει τη μικρή γωνία α. Αυτό σημαίνει ότι *όλες* οι ακτίνες που εκκινούν από το P και σχηματίζουν αρκετά μικρές γωνίες με τον οπτικό άξονα τέμνονται μετά την ανάκλασή τους στο P'

Τέτοιες ακτίνες, σχεδόν παράλληλες προς τον άξονα και κοντά σε αυτόν, ονομάζονται **παραξονικές ακτίνες**.

Καθώς όλες αυτές οι ανακλώμενες φωτεινές ακτίνες συγκλίνουν στο σημείο ειδώλου, ένα κοίλο κάτοπτρο ονομάζεται επίσης *συγκλίνον κάτοπτρο.*

Η Εξ. (34.4) είναι μόνο *κατά προσέγγιση* σωστή.

Εάν αυξηθεί η γωνία α, το είδωλο «απλώνεται» χάνοντας σε ευκρίνεια. Αυτή η ιδιότητα των σφαιρικών κατόπτρων λέγεται **σφαιρική εκτροπή.**

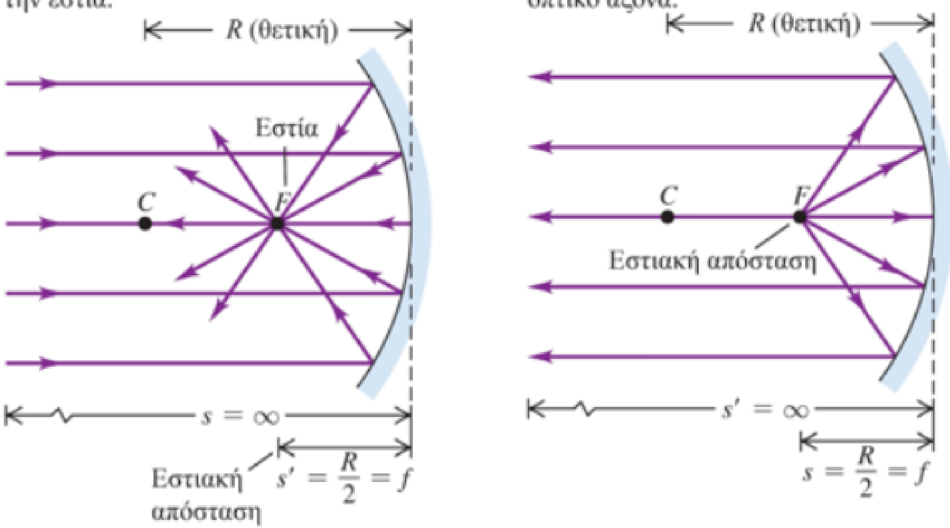
Εστία (Εστιακό Σημείο) και Εστιακή Απόσταση

Όταν το σημειακό αντικείμενο P βρίσκεται πολύ μακριά από το σφαιρικό κάτοπτρο ($s = \infty$), οι προσπίπτουσες ακτίνες είναι παράλληλες.

34.13 Εστία και εστιακή απόσταση ενός κοίλου κατόπτρου.

(a) Όλες οι ακτίνες που προσπίπτουν παράλληλα προς τον οπτικό άξονα κοίλου κατόπτρου διέρχονται από την εστία.

(b) Οι ακτίνες που αποκλίνουν από την εστία μετά την ανάκλασή τους καθίστανται παράλληλες προς τον οπτικό άξονα.



$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \qquad s' = \frac{R}{2}$$

Το σημείο F στο οποίο συγκλίνουν οι προσπίπτουσες παράλληλες ακτίνες ονομάζεται **εστία (εστιακό σημείο)**· λέμε ότι οι ακτίνες αυτές εστιάζονται.

$$f = \frac{R}{2} \quad \text{(εστιακή απόσταση ενός σφαιρικού κατόπτρου)} \qquad (34.5)$$

Όταν το αντικείμενο βρίσκεται στην εστία, οι ανακλώμενες ακτίνες στο Σχ. 34.13b είναι παράλληλες με τον οπτικό άξονα· τέμνονται σε σημείο που απέχει άπειρη απόσταση από το κάτοπτρο, επομένως το είδωλο είναι στο άπειρο.

Για σφαιρικά κοίλα κάτοπτρα οι διαπιστώσεις αυτές είναι αληθείς μόνον αν πρόκειται για παραξονικές ακτίνες. Για παραβολικά κάτοπτρα οι διαπιστώσεις αυτές είναι *ακριβώς* αληθείς.

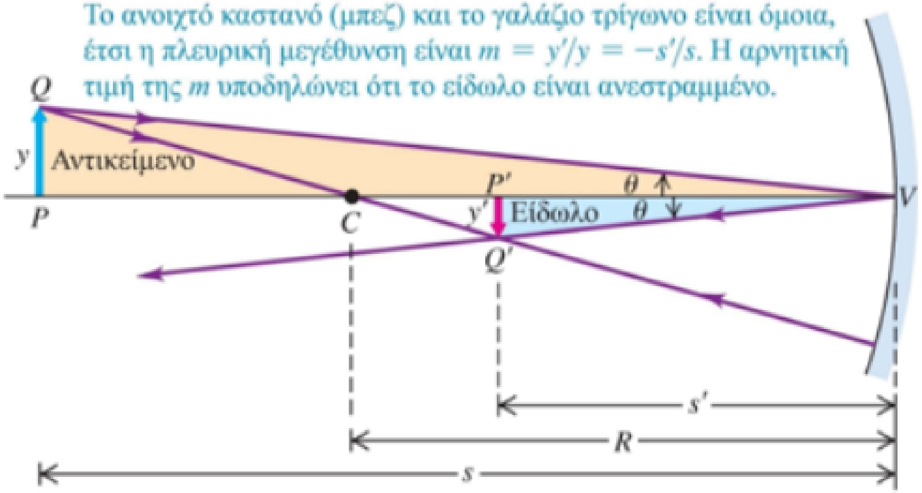
Θα εκφράζουμε συχνά τη σχέση μεταξύ των αποστάσεων αντικειμένου και ειδώλου για ένα κάτοπτρο, Εξ. (34.4), συναρτήσει της εστιακής απόστασης f:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad \text{(σχέση αντικειμένου - ειδώλου, σφαιρικό κάτοπτρο)} \qquad (34.6)$$

[Σελίδες 1232-1233]

Είδωλο Εκτεταμένου Αντικειμένου – Σφαιρικό Κάτοπτρο

34.14 Σχεδιάγραμμα για τον καθορισμό της θέσης, του προσανατολισμού και του ύψους ενός ειδώλου που σχηματίζεται από ένα κοίλο σφαιρικό κάτοπτρο.



$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \qquad \text{(πλευρική μεγέθυνση, σφαιρικό κάτοπτρο)} \qquad (34.7)$$

Το αρνητικό πρόσημο είναι αναγκαίο γιατί το αντικείμενο και το είδωλο εκτείνονται προς αντίθετες πλευρές του οπτικού άξονα· αν το y είναι θετικό, το y' θα είναι αρνητικό. Αν η m είναι θετική, το είδωλο είναι ορθό σε σχέση με το αντικείμενο· αν η m είναι αρνητική, το είδωλο είναι *ανεστραμμένο* σε σχέση με το αντικείμενο.

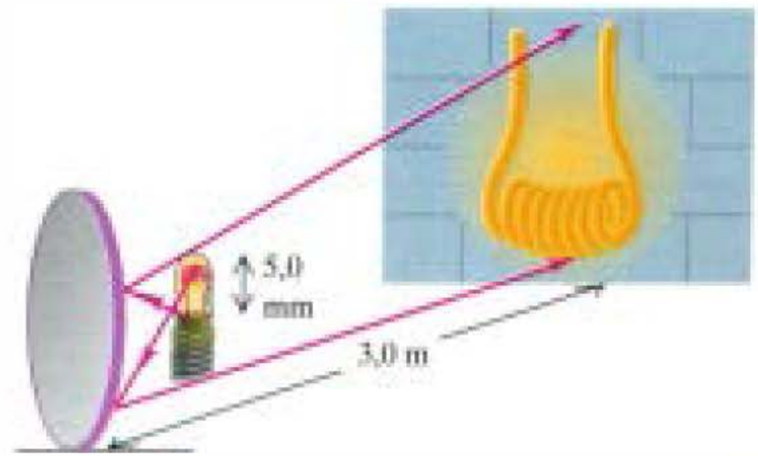
Αν ένα αντικείμενο τοποθετηθεί *εντός* της περιοχής που ορίζει η εστία ενός κοίλου κατόπτρου, έτσι ώστε η $s < f$, το προκύπτον είδωλο είναι *φανταστικό* (δηλαδή το σημείο ειδώλου βρίσκεται στην αντίθετη πλευρά του κατόπτρου, σε σχέση με το αντικείμενο), *ορθό* και *μεγαλύτερο* από το αντικείμενο.

[Σελίδες 1232-1233]

Παράδειγμα 5

Ένα κοίλο κάτοπτρο σχηματίζει το είδωλο του πυρακτωμένου νήματος ενός λαμπτήρα προβολέα τοποθετημένου 10 cm μπροστά από το κάτοπτρο (Σχ. 35–12), πάνω σε τοίχο που απέχει 3,0 m από το κάτοπτρο. a) Ποια είναι η ακτίνα καμπυλότητας του κατόπτρου; b) Αν το ύψος του αντικειμένου είναι 5,0 mm, ποιο είναι το ύψος του ειδώλου;

ΛΥΣΗ a) Η απόσταση αντικειμένου και η απόσταση ειδώλου είναι θετικές· έχουμε $s = 10$ cm και $s' = 300$ cm. Από



35–12 Το κάτοπτρο σχηματίζει ένα πραγματικό, μεγεθυσμένο και αντεστραμμένο είδωλο του πυρακτωμένου νήματος.

την Εξ. (35–4),

$$\frac{1}{10\text{ cm}} + \frac{1}{300\text{ cm}} = \frac{2}{R},$$

$$R = 19{,}4\text{ cm}.$$

Η εστιακή απόσταση του κατόπτρου είναι $f = R/2 = 9{,}7$ cm. Σε προβολέα αυτοκινήτου το νήμα τοποθετείται συνήθως κοντά στο εστιακό σημείο, ώστε να παραχθεί δέσμη σχεδόν παράλληλων ακτίνων.

b) Από την Εξ. (35–7),

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = -\frac{300\text{ cm}}{10\text{ cm}} = -30.$$

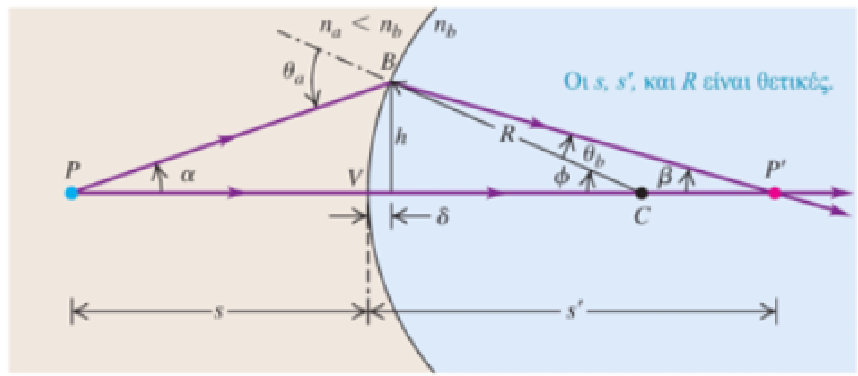
Το είδωλο είναι αντεστραμμένο (γιατί το m είναι αρνητικό)· το ύψος του είναι 30 φορές μεγαλύτερο από το ύψος του αντικειμένου, ή (30)(5,0 mm) = 150 mm.

ΔΙΑΘΛΑΣΗ ΣΕ ΜΙΑ ΣΦΑΙΡΙΚΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Η ανάλυση αυτή είναι άμεσα εφαρμόσιμη σε ορισμένα πραγματικά οπτικά συστήματα, όπως είναι το ανθρώπινο μάτι. Παρέχει επίσης τη βάση για την ανάλυση των φακών, που έχουν συνήθως *δύο* σφαιρικές (ή σχεδόν σφαιρικές) επιφάνειες.

Είδωλο Ενός Σημειακού Αντικειμένου: Σφαιρική Διαθλαστική Επιφάνεια

34.21 Σχεδιάγραμμα για την εύρεση της θέσης του σημειακού ειδώλου P' ενός σημειακού αντικειμένου P, που σχηματίζεται μέσω διάθλασης σε μια σφαιρική επιφάνεια. Τα υλικά αριστερά και δεξιά από τη διεπιφάνεια έχουν δείκτες διάθλασης n_a και n_b, αντίστοιχα. Στην περίπτωση που παρουσιάζεται εδώ, $n_a < n_b$.



Στο Σχ. 34.21 μια σφαιρική επιφάνεια ακτίνας R σχηματίζει μια διεπιφάνεια μεταξύ δύο υλικών με διαφορετικούς δείκτες διάθλασης n_a και n_b. Η επιφάνεια σχηματίζει το είδωλο P' ενός σημειακού αντικειμένου P· θέλουμε να βρούμε πώς σχετίζονται οι αποστάσεις αντικειμένου και ειδώλου (s και s').

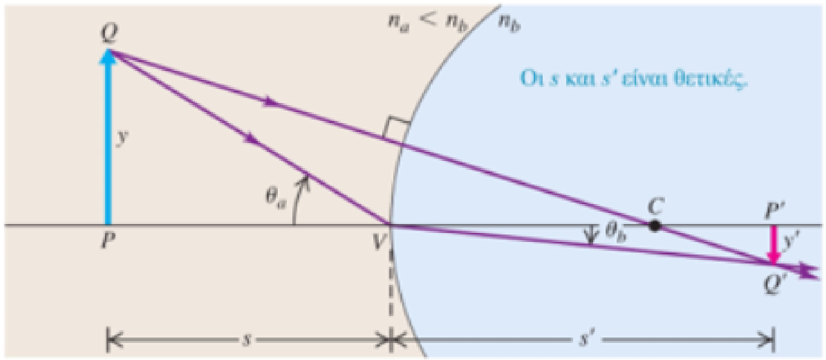
$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R} \qquad \text{(σχέση αντικειμένου - ειδώλου, σφαιρική διαθλαστική επιφάνεια)} \qquad (34.11)$$

Αυτή η εξίσωση δεν περιέχει τη(μικρή) γωνία α, άρα η απόσταση του ειδώλου είναι ίδια για *όλες* τις παραξονικές ακτίνες που εκπηγάζουν από το P· αυτό αποδεικνύει ότι το P' είναι το είδωλο του P.

[Σελίδες 1239-1241]

ΔΙΑΘΛΑΣΗ ΣΕ ΜΙΑ ΣΦΑΙΡΙΚΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Πλευρική μεγένθυση *m*



34.22 Σχεδιάγραμμα για τον προσδιορισμό του ύψους ενός ειδώλου που σχηματίζεται από διάθλαση σε μια σφαιρική επιφάνεια. Στην περίπτωση που παρουσιάζεται εδώ, $n_a < n_b$.

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s} \qquad \text{(πλευρική μεγέθυνση σφαιρική διαθλαστική επιφάνεια)} \qquad (34.12)$$

Οι Εξ. (34.11) και (34.12) εφαρμόζονται τόσο σε κυρτές όσο και σε κοίλες διαθλαστικές επιφάνειες, υπό την προϋπόθεση ότι χρησιμοποιούνται με συνέπεια οι κανόνες προσήμου. Δεν έχει σημασία αν ο n_b είναι μεγαλύτερος ή μικρότερος από τον n_a.

Παράδειγμα 6

Μια κυλινδρική γυάλινη ράβδος στον αέρα (Σχ. 35–20) έχει δείκτη διάθλασης 1,52. Το ένα άκρο της έχει λειανθεί σχηματίζοντας ημισφαιρική επιφάνεια ακτίνας $R = 2{,}00$ cm. a) Βρείτε την απόσταση ειδώλου ενός μικρού αντικειμένου που βρίσκεται στον άξονα της ράβδου σε απόσταση 8,00 cm αριστερά της κορυφής. b) Βρείτε την εγκάρσια μεγέθυνση.

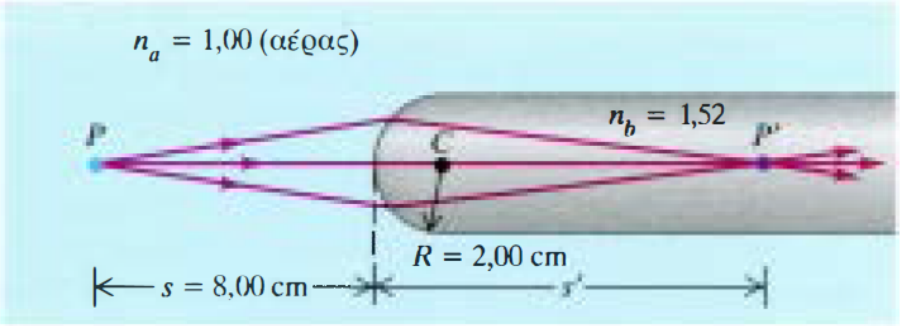
ΛΥΣΗ Τα παρακάτω μεγέθη μας δίνονται ως δεδομένα:

$$n_a = 1{,}00, \qquad n_b = 1{,}52,$$
$$R = +2{,}00\ \text{cm}, \qquad s = +8{,}00\ \text{cm}.$$

a) Από την Εξ. (35–11),

$$\frac{1{,}00}{8{,}00\ \text{cm}} + \frac{1{,}52}{s'} = \frac{1{,}52 - 1{,}00}{+2{,}00\ \text{cm}},$$
$$s' = +11{,}3\ \text{cm}.$$

Το είδωλο σχηματίζεται δεξιά της κορυφής (γιατί η s' είναι θετική) και σε απόσταση από αυτή ίση με 11,3 cm.



35–20 Η ράβδος στον αέρα σχηματίζει πραγματικό είδωλο.

b) Από την Εξ. (35–12),

$$m = -\frac{n_a s'}{n_b s} = -\frac{(1{,}00)(11{,}3\ \text{cm})}{(1{,}52)(8{,}00\ \text{cm})} = -0{,}929.$$

Το είδωλο είναι κάπως μικρότερο από το αντικείμενο, και είναι αντεστραμμένο. Αν το αντικείμενο είναι βέλος ύψους 1,00 mm, με κατεύθυνση προς τα πάνω, το είδωλό του θα είναι βέλος ύψους 0,929 mm, με κατεύθυνση προς τα κάτω.

Παράδειγμα 7

Η γυάλινη ράβδος του Παραδ. 35–4 βυθίζεται σε νερό (δείκτης διάθλασης $n = 1{,}33$), όπως φαίνεται στο Σχ. 35–21. Τα άλλα μεγέθη έχουν τις τιμές που είχαν στο προηγούμενο παράδειγμα. Βρείτε την απόσταση ειδώλου και την εγκάρσια μεγέθυνση.

ΛΥΣΗ Από την Εξ. (35–11),

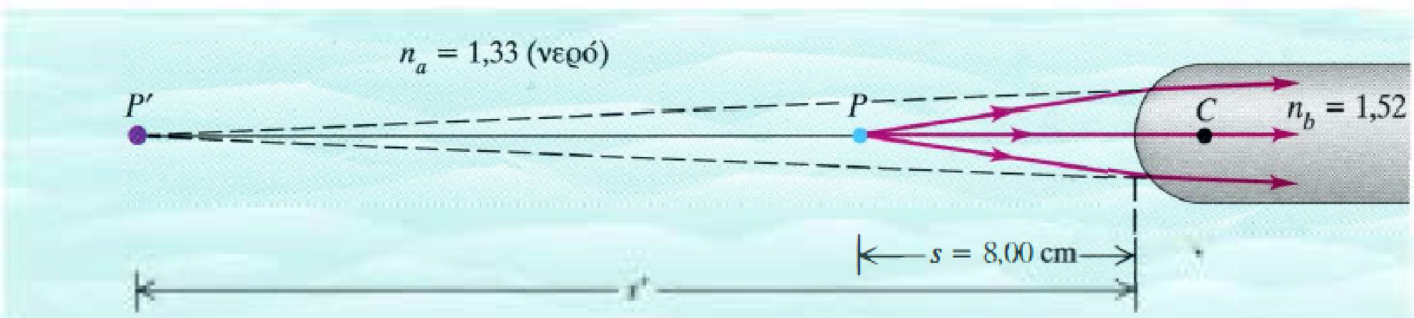
$$\frac{1{,}33}{8{,}00\ \text{cm}} + \frac{1{,}52}{s'} = \frac{1{,}52 - 1{,}33}{+2{,}00\ \text{cm}},$$

$$s' = -21{,}3\ \text{cm}.$$

Το γεγονός ότι η s' είναι αρνητική σημαίνει ότι μετά τη διάθλαση των ακτίνων στην επιφάνεια, δεν συγκλίνουν αλλά *φαίνονται* ότι αποκλίνουν από ένα σημείο 21,3 cm προς τα *αριστερά* της κορυφής. Έχουμε δει μια παρόμοια περίπτωση στη διάθλαση σφαιρικών κυμάτων σε επίπεδη επιφάνεια· ονομάσαμε το σημείο *φανταστικό είδωλο*. Στο παρόν παράδειγμα η επιφάνεια σχηματίζει φανταστικό είδωλο 21,3 cm αριστερά της κορυφής. Η μεγέθυνση σε αυτή την περίπτωση είναι

$$m = -\frac{(1{,}33)(-21{,}3\ \text{cm})}{(1{,}52)(8{,}00\ \text{cm})} = +2{,}33.$$

Στην περίπτωση αυτή το είδωλο είναι ορθό (αφού το m είναι θετικό), και 2,33 φορές μεγαλύτερο από το αντικείμενο.



ΛΕΠΤΟΙ ΦΑΚΟΙ

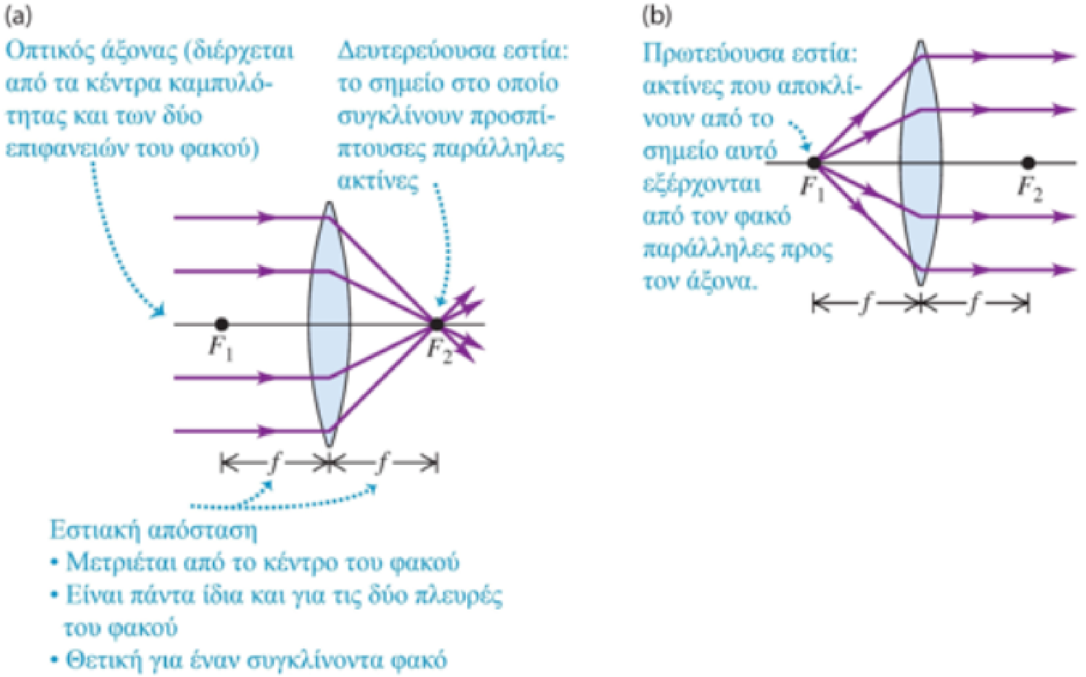
Φακός είναι ένα οπτικό σύστημα με δύο διαθλαστικές επιφάνειες. Ο απλούστερος φακός έχει δύο *σφαιρικές* επιφάνειες αρκετά κοντά τη μία με την άλλη, ώστε να μπορούμε να αγνοήσουμε την απόστασή τους (δηλαδή το πάχος του φακού)· αυτός ο φακός ονομάζεται **λεπτός φακός**.

Οι Ιδιότητες Ενός Φακού

Ένας φακός της μορφής που παρουσιάζεται στο Σχ. 34.28 έχει μια σημαντική ιδιότητα: Όταν διέρχεται μέσα από αυτόν μια δέσμη παράλληλων προς τον άξονα ακτίνων, οι ακτίνες συγκλίνουν προς ένα σημείο *F*2 (Σχ. 34.28a) και σχηματίζουν ένα πραγματικό είδωλο στο σημείο αυτό. Ένας τέτοιος φακός ονομάζεται **συγκλίνων φακός**.

Όπως και στην περίπτωση ενός κοίλου κατόπτρου, η εστιακή απόσταση ενός συγκλίνοντα φακού ορίζεται ως μια *θετική* ποσότητα και ένας τέτοιος φακός ονομάζεται επίσης *θετικός φακός*.

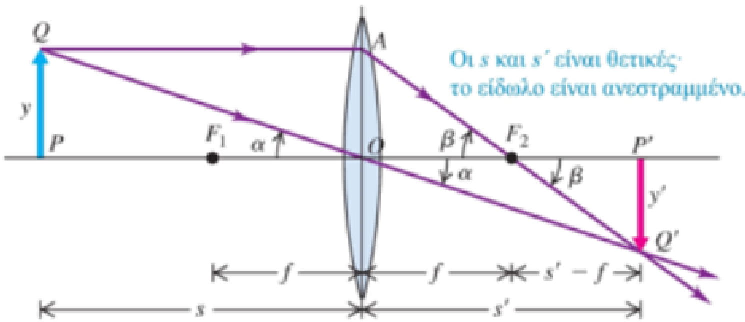
34.28 Τα σημεία F1 και F2 ονομάζονται πρωτεύουσα και δευτερεύουσα εστία ενός συγκλίνοντα φακού. Η αριθμητική τιμή της f είναι θετική.



[Σελίδες 1244]

Είδωλο Ενός Εκτεταμένου Αντικειμένου: Συγκλίνων Φακός

Όπως συμβαίνει με ένα κοίλο κάτοπτρο, ένας συγκλίνων φακός μπορεί να σχηματίσει το είδωλο ενός εκτεταμένου αντικειμένου. Το Σχ. 34.29 δείχνει πώς μπορεί να βρεθεί η θέση και η πλευρική μεγέθυνση ενός ειδώλου που σχηματίζεται από έναν λεπτό συγκλίνοντα φακό.



34.29 Σχεδιάγραμμα για τον προσδιορισμό της θέσης ειδώλου, σχηματιζόμενου από έναν λεπτό φακό. Για να δοθεί έμφαση στο ότι ο φακός θεωρείται πολύ λεπτός, η ακτίνα QAQ' εμφανίζεται ότι κάμπτεται στο μέσο επίπεδο του φακού και όχι στις δύο επιφάνειές του, ενώ η ακτίνα QOQ' εμφανίζεται ως ευθεία γραμμή.

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$m = -\frac{s'}{s} \quad \text{(πλευρική μεγέθυνση, λεπτός φακός)} \qquad (34.17)$$

Σχέση αντικειμένου - ειδώλου, λεπτός φακός

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \qquad (34.16)$$

Εστιακή απόσταση του φακού

Απόσταση αντικειμένου

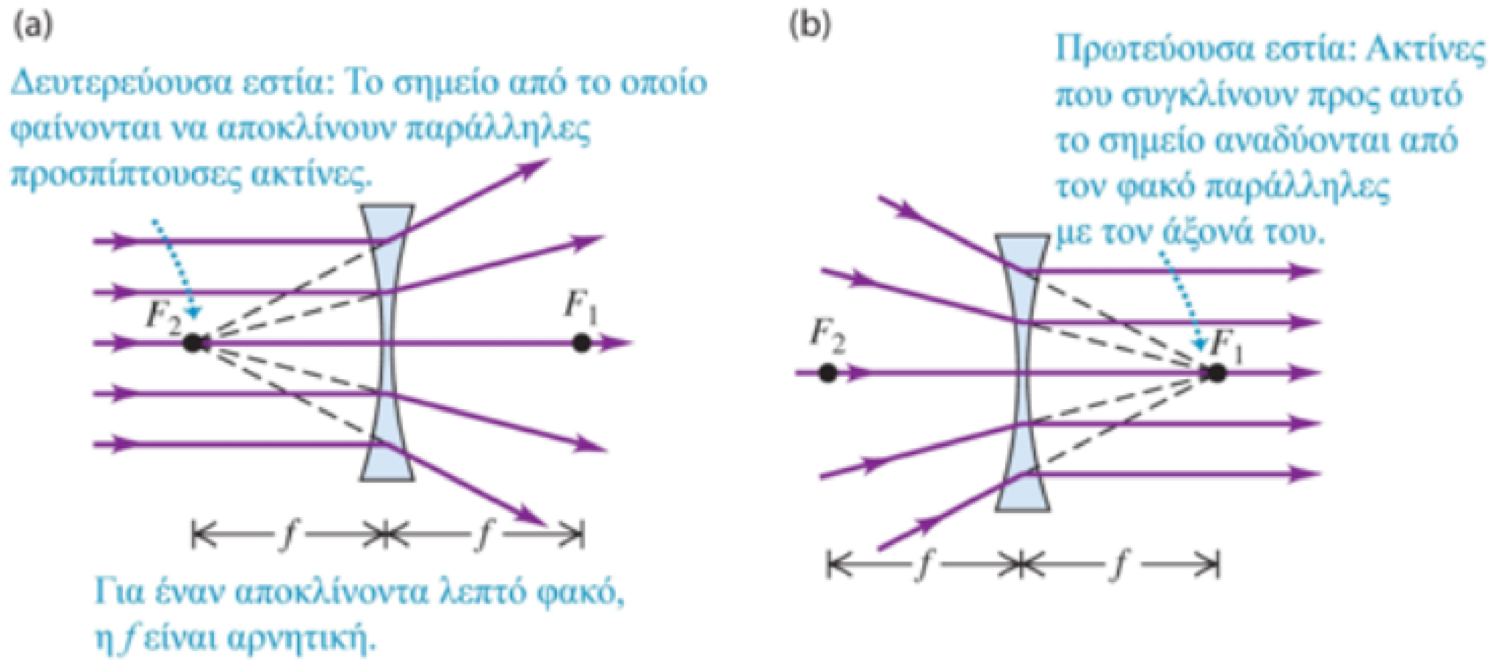
Απόσταση ειδώλου

Το αρνητικό πρόσημο μας λέει ότι όταν οι s και s' είναι αμφότερες θετικές, όπως στο Σχ. 34.29, το είδωλο είναι *ανεστραμμένο* και τα y και y' έχουν αντίθετα πρόσημα.

Οι Εξ. (34.16) και (34.17) είναι οι βασικές εξισώσεις που ισχύουν για λεπτούς φακούς. Είναι *ακριβώς* ίδιες με τις αντίστοιχες εξισώσεις για σφαιρικά κάτοπτρα, δηλαδή με τις Εξ. (34.6) και (34.7). Όπως θα δούμε, οι ίδιοι κανόνες προσήμου που χρησιμοποιήσαμε στα σφαιρικά κάτοπτρα εφαρμόζονται και στους φακούς.

Αποκλίνοντες Φακοί

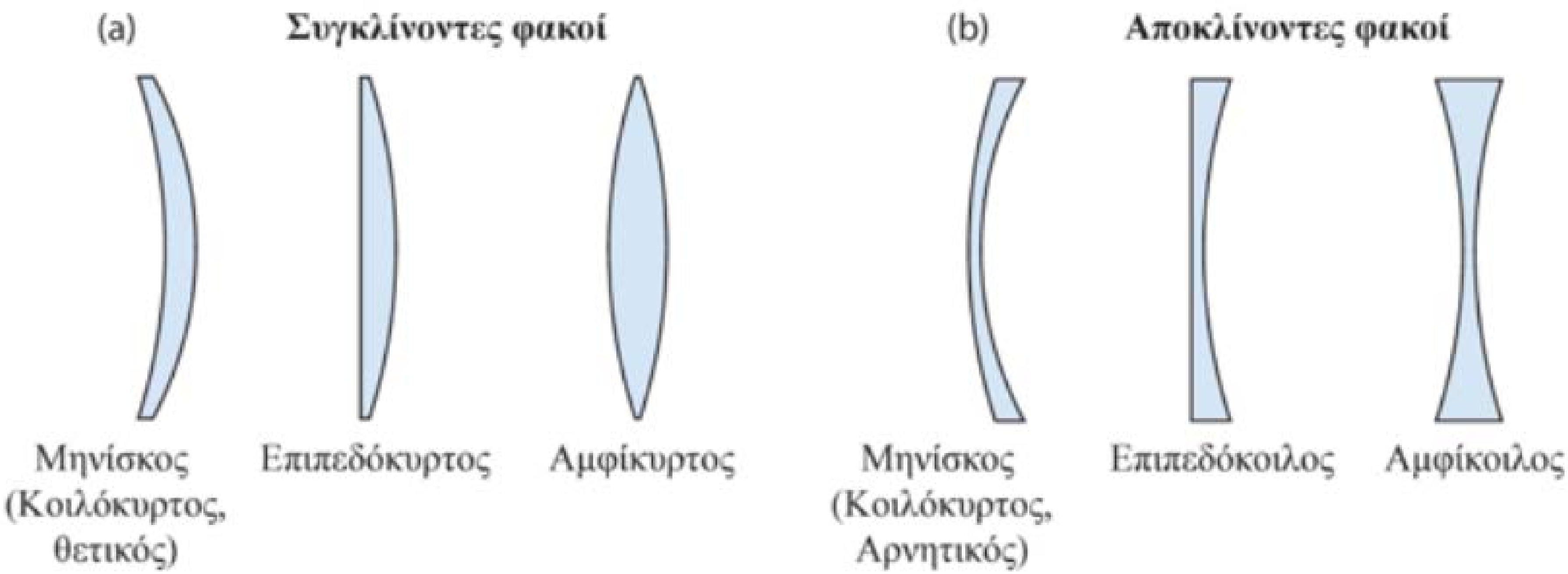
34.31 Οι F_2 και F_1 είναι η δευτερεύουσα και η πρωτεύουσα εστία, αντίστοιχα, ενός αποκλίνοντα λεπτού φακού. Η αριθμητική τιμή της f είναι αρνητική.



Η δέσμη παράλληλων ακτίνων που προσπίπτει στον φακό *αποκλίνει* μετά τη διάθλασή της. Η εστιακή απόσταση ενός αποκλίνοντα φακού είναι μια αρνητική ποσότητα και ο φακός αυτός ονομάζεται επίσης και *αρνητικός φακός*. Οι εστίες ενός αρνητικού φακού έχουν ανάποδη διάταξη σε σύγκριση με αυτές ενός θετικού φακού. Η δευτερεύουσα εστία, F_2, ενός αρνητικού φακού είναι το σημείο από το οποίο ακτίνες αρχικά παράλληλες προς τον άξονα *δείχνουν να αποκλίνουν*.

Αποκλίνοντες Φακοί

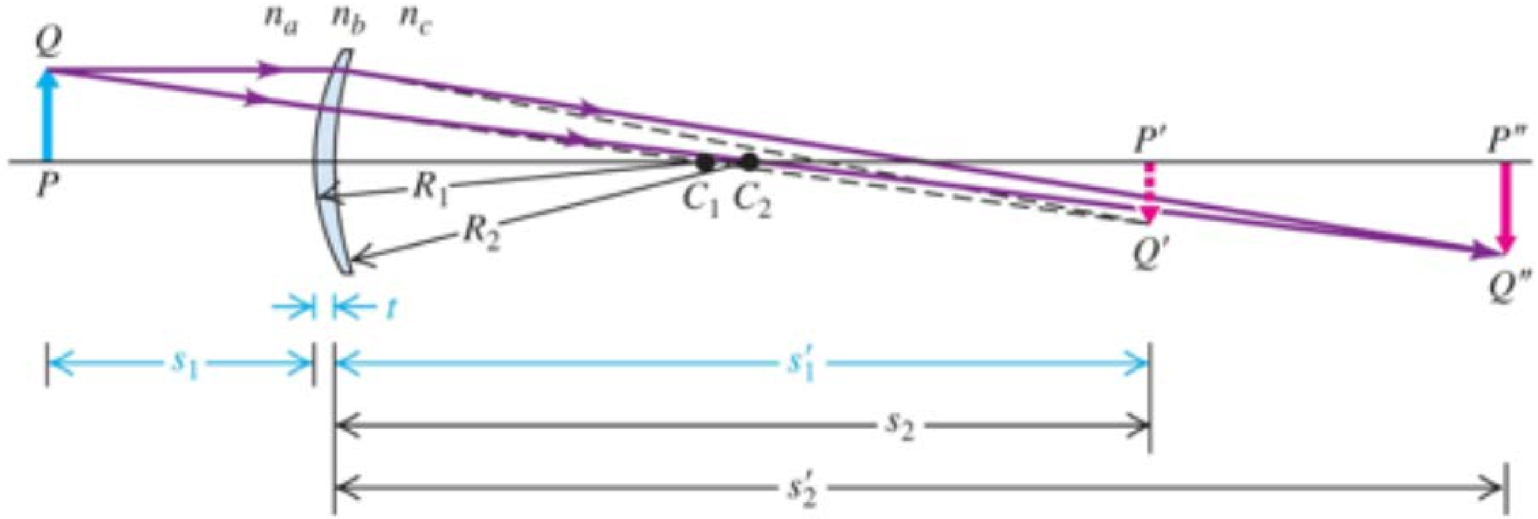
34.32 Διάφοροι τύποι φακών.



Οι Εξ. (34.16) και (34.17) εφαρμόζονται *τόσο* στους αρνητικούς *όσο* και στους θετικούς φακούς.

Η Εξίσωση του Κατασκευαστή Φακών

34.33 Το είδωλο που σχηματίζεται από την πρώτη επιφάνεια ενός φακού παίζει τον ρόλο του αντικειμένου για τη δεύτερη επιφάνεια. Οι αποστάσεις s'_1 και s_2 θεωρούνται εδώ ίσες· πρόκειται για μια καλή προσέγγιση αν το πάχος t του φακού είναι μικρό.



Εξίσωση του κατασκευαστή φακών για έναν λεπτό φακό

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \quad (34.19)$$

Δείκτης διάθλασης του υλικού του φακού (n)

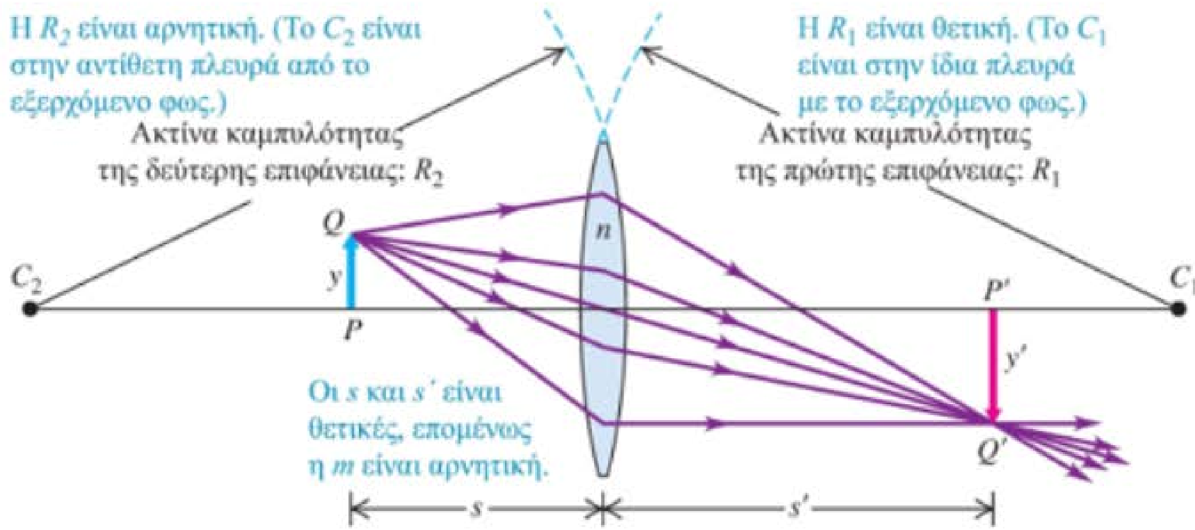
Εστιακή απόσταση (f)

Ακτίνα καμπυλότητας της πρώτης επιφάνειας (R_1)

Ακτίνα καμπυλότητας της δεύτερης επιφάνειας (R_2)

Η Εξίσωση του Κατασκευαστή Φακών

34.35 Συγκλίνων φακός με θετική εστιακή απόσταση *f*.



Στο Σχ. 34.35 οι s, s' και R_1 είναι θετικές, όμως η R_2 είναι αρνητική.

Παράδειγμα 8

Στα αριστερά ενός συγκλίνοντα λεπτού φακού εστιακής απόστασης 26 cm τοποθετείται ένα αντικείμενο σε απόσταση 16 cm από το φακό. Να βρεθούν η απόσταση του ειδώλου από το φακό και η πλευρική μεγέθυνση. Χαρακτηρίστε το είδωλο που σχηματίζεται.

Λύση

Από την εξίσωση των φακών έχουμε

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f} \Longrightarrow \frac{1}{s'}=\frac{1}{26\text{ cm}}-\frac{1}{16\text{ cm}} \Rightarrow s'=-41.6\text{ cm}.$$

Για τη μεγέθυνση m ισχύει η σχέση $m=-\frac{s'}{s}$. Άρα $m=\frac{41.6}{16}=2.6$.

Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι το είδωλο είναι φανταστικό και ορθό.

Παράδειγμα 9

Ένα αντικείμενο τοποθετείται στον αέρα στα αριστερά ενός λεπτού αμφίκυρτου φακού με ίσες ακτίνες καμπυλότητας και δείκτη διάθλασης 1.5. Η απόσταση του αντικειμένου από το φακό είναι 30 cm. Το είδωλο που δημιουργείται είναι πραγματικό και αναστραμμένο και η πλευρική μεγέθυνση είναι $|m|=2$. Να βρεθούν η απόσταση του ειδώλου από το φακό, η εστιακή απόσταση του φακού και η ακτίνα καμπυλότητας του φακού.

Λύση

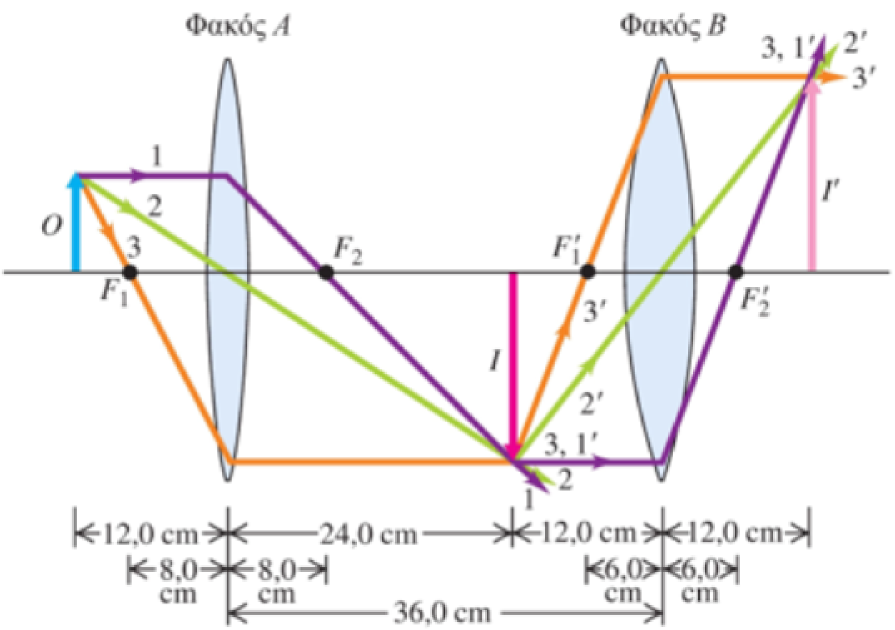
Αφού το είδωλο είναι αναστραμμένο $m<0$, άρα $m=-2$, οπότε $\frac{s'}{s}=2 \Rightarrow s'=2s$. Άρα αφού $s=30\text{ cm}$ τότε $s'=60\text{ cm}$. Έτσι από την εξίσωση των φακών έχουμε $\frac{1}{f}=\frac{1}{s}+\frac{1}{s'} \Rightarrow \frac{1}{f}=\frac{1}{60\text{ cm}}+\frac{1}{30\text{ cm}} \Rightarrow f=20\text{ cm}$. Η σχέση που συνδέει την εστιακή απόσταση f και τα χαρακτηριστικά του φακού είναι η $\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$. Για την αριστερή πλευρά του φακού έχουμε $R_1=R$, ενώ για την δεξιά $R_2=-R$, αφού οι ακτίνες καμπυλότητας του φακού είναι ίδιες. Έτσι $\frac{1}{f}=(n-1)\frac{2}{R}$. Όμως $n=1.5$, οπότε $R=f=20\text{ cm}$.

ΤΟ ΕΙΔΩΛΟ ΕΝΟΣ ΕΙΔΩΛΟΥ

Οι συγκλίνοντες φακοί *A* και *B*, με εστιακές αποστάσεις 8,0 cm και 6,0 cm, αντίστοιχα, τοποθετούνται σε απόσταση 36,0 cm μεταξύ τους. Αμφότεροι οι φακοί έχουν τον ίδιο οπτικό άξονα. Ένα αντικείμενο ύψους 8,0 cm τοποθετείται 12,0 cm αριστερά από τον φακό *A*. Να βρείτε τη θέση, το μέγεθος και τον προσανατολισμό του ειδώλου που σχηματίζεται από τον συνδυασμό των δύοφακών. (Τέτοιοι συνδυασμοί χρησιμοποιούνται στα τηλεσκόπιακαι στα μικροσκόπια, τα οποία θα περιγραφούν στο Εδ. 34.7.)

ΛΥΣΗ, ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Το σχεδιάγραμμα του προβλήματος παρουσιάζεται στο Σχ. 34.39. Το αντικείμενο *O* βρίσκεταιπέραν της εστίας F_1 του φακού *A*, έτσι ο φακός αυτός παράγει έναπραγματικό είδωλο *I*. Οι φωτεινές ακτίνες που προσπίπτουν στονφακό B αποκλίνουν από το πραγματικό είδωλο, ακριβώς όπως θα απέκλιναν αν το *I* ήταν ένα υλικό αντικείμενο· συνεπώς, το είδωλο *I* δρα ως ένα *αντικείμενο* για τον φακό *B*. Σκοπός μας είναι να προσδιορίσουμε τις ιδιότητες του ειδώλου *I´* που σχηματίζεται από τον φακό *B*. Για να το πετύχουμε, χρησιμοποιούμε τόσο το διάγραμμα ακτίνων όσο και υπολογιστικές μεθόδους.

34.39 Διάγραμμα κύριων ακτίνων για τον συνδυασμό δύο συγκλινόντων φακών. Ο πρώτος φακός (*A*) σχηματίζει ένα πραγματικό είδωλο του αντικειμένου. Αυτό το πραγματικό είδωλο δρα ως αντικείμενο για τον δεύτερο φακό (*B*).



[Σελίδα 1253]

Παράδειγμα 10

Ένα αντικείμενο τοποθετείται σε απόσταση 30 cm στα αριστερά ενός συγκλίνοντος λεπτού φακού εστιακής απόστασης 10 cm. Ένας δεύτερος συγκλίνων λεπτός φακός εστιακής απόστασης 90 cm τοποθετείται στα δεξιά του πρώτου φακού και σε απόσταση 60 cm από αυτόν. Οι φακοί και το αντικείμενο βρίσκονται στην ίδια ευθεία.

(α). Να βρεθεί η θέση του ενδιάμεσου ειδώλου όπως και του τελικού ειδώλου.

(β). Να βρεθούν οι πλευρικές μεγεθύνσεις από κάθε φακό και η συνολική πλευρική μεγέθυνση από το σύστημα των δύο φακών.

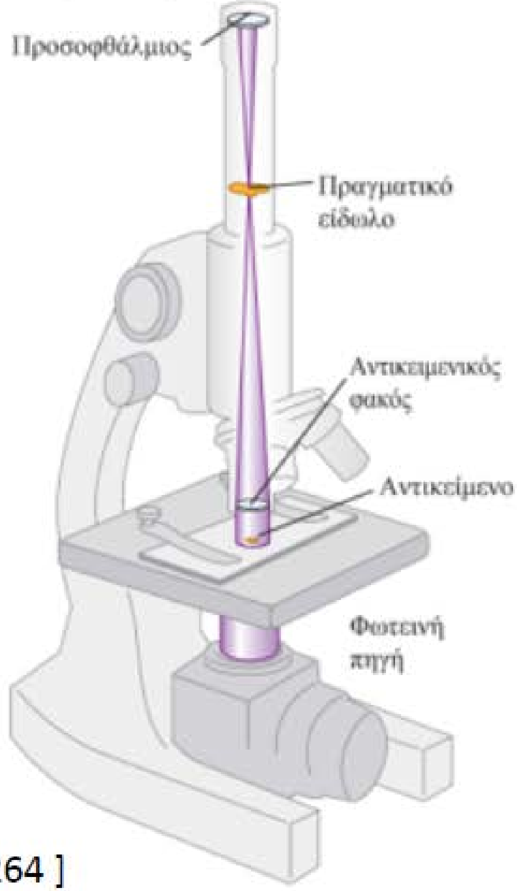
Παράδειγμα 10: Λύση

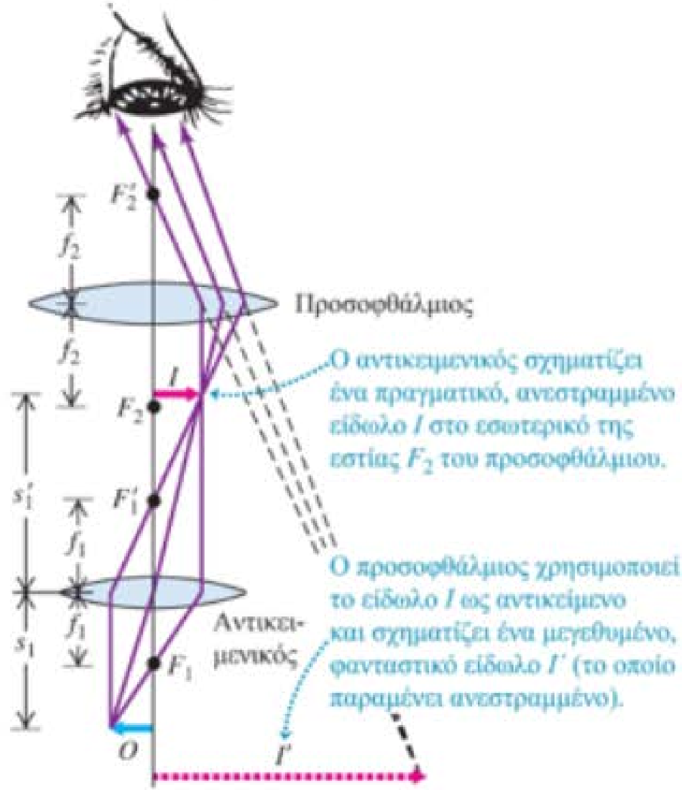
(α) Από την εξίσωση του λεπτού φακού, θα έχουμε για τον πρώτο φακό (φακός Α) $\frac{1}{s_A}+\frac{1}{s'_A}=\frac{1}{f_A} \Rightarrow \frac{1}{30\,cm}+\frac{1}{s'_A}=\frac{1}{10\,cm} \Rightarrow s'_A=15\,cm$. Το είδωλο του φακού Α θα λειτουργήσει ως αντικείμενο για το δεύτερο φακό (φακό Β). Από την εξίσωση του λεπτού φακού θα έχουμε $\frac{1}{s_B}+\frac{1}{s'_B}=\frac{1}{f_B}$. Εδώ $s_B=60\,cm-15\,cm \Rightarrow s_B=45\,cm$, δηλαδή η διαφορά της απόστασης των δύο φακών και της θέσης του ειδώλου του φακού Α. Άρα $\frac{1}{45\,cm}+\frac{1}{s'_B}=\frac{1}{90\,cm} \Rightarrow s'_B=-90\,cm$.

(β) Η πλευρική μεγέθυνση του πρώτου φακού είναι $m_A=-\frac{s'_A}{s_A}=-\frac{15\,cm}{30\,cm}=-\frac{1}{2}$. Η πλευρική μεγέθυνση του δεύτερου φακού είναι $m_B=-\frac{s'_B}{s_B}=-\frac{-90\,cm}{45\,cm}=2$. Άρα η συνολική πλευρική μεγέθυνση είναι $m=m_A m_B=-\frac{1}{2}\cdot 2=-1$.

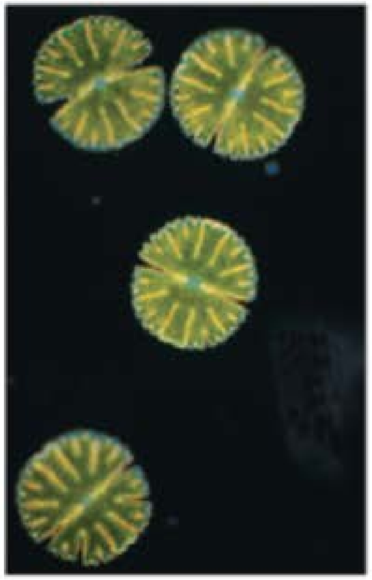
ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΑ ΚΑΙ ΤΗΛΕΣΚΟΠΙΑ

34.52 (a) Τα οπτικά στοιχεία ενός μικροσκοπίου. (b) Το αντικείμενο O τοποθετείται μόλις έξω από την πρωτεύουσα εστία του αντικειμενικού (η απόσταση s_1 έχει υπερβληθεί για λόγους σαφήνειας). (c) Εικόνα μικροσκοπίου που δείχνει μονοκύτταρους οργανισμούς εγκάρσιου μεγέθους περίπου 2×10^{-4} m (0,2 mm). Τυπικά οπτικά μικροσκόπια μπορούν να διακρίνουν μικρά αντικείμενα μεγέθους έως 2×10^{-7} m, συγκρίσιμα δηλαδή με το μήκος κύματος του φωτός.





(c) Μονοκύτταρη άλγη γλυκού νερού (*Micrasterias denticulata*)



[Σελίδα 1264]

ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΑ ΚΑΙ ΤΗΛΕΣΚΟΠΙΑ

Οι φωτογραφικές μηχανές, τα διορθωτικά γυαλιά και οι μεγεθυντικοί φακοί χρησιμοποιούν έναν μόνο φακό για τον σχηματισμό του ειδώλου. Δύο σημαντικές οπτικές διατάξεις που χρησιμοποιούν *δύο* φακούς είναι το μικροσκόπιο και το τηλεσκόπιο. Σε κάθε διάταξη, ένας πρωτεύων φακός, ή *αντικειμενικός* σχηματίζει ένα πραγματικό είδωλο, ενώ ένας δεύτερος φακός, ή *προσοφθάλμιος* χρησιμοποιείται ως μεγεθυντικός φακός για να σχηματίσει ένα μεγεθυμένο φανταστικό είδωλο.

Όπως συμβαίνει και με τον απλό μεγεθυντικό φακό, αυτό που ενδιαφέρει όταν γίνεται παρατήρηση μέσω μικροσκοπίου είναι η *γωνιακή* μεγέθυνση M. Η συνολική γωνιακή μεγέθυνση του σύνθετου μικροσκοπίου είναι το γινόμενο δύο παραγόντων. Ο πρώτος παράγοντας είναι η *πλευρική* μεγέθυνση $m1$ του αντικειμενικού, που προσδιορίζει το γραμμικό μέγεθος του πραγματικού ειδώλου I· ο δεύτερος παράγοντας είναι η *γωνιακή* μεγέθυνση M_2 του προσοφθάλμιου, που συσχετίζει το γωνιακό μέγεθος του φανταστικού ειδώλου, παρατηρούμενου μέσω του προσοφθάλμιου, με το γωνιακό μέγεθος που θα είχε το πραγματικό είδωλο I αν το παρατηρούσατε *χωρίς* τον προσοφθάλμιο.

Η συνολική γωνιακή μεγέθυνση M του σύνθετου μικροσκοπίου (εκτός από ένα αρνητικό πρόσημο, το οποίο συνήθως αγνοείται) είναι το γινόμενο των δύο μεγεθύνσεων:

$$M = m_1 M_2 = \frac{(25\text{ cm})s'_1}{f_1 f_2} \qquad \text{(γωνιακή μεγέθυνση για ένα μικροσκόπιο)} \qquad (34.24)$$

όπου οι s'_1, f_1 και f_2 μετρούνται σε εκατοστά. Το τελικό είδωλο είναι ανεστραμμένο σε σχέση με το αντικείμενο. Οι κατασκευαστές μικροσκοπίων καθορίζουν συνήθως τις τιμές των m_1 και M_2 αντί των εστιακών αποστάσεων του αντικειμενικού και του προσοφθάλμιου.

Σημείωση

- Μέρος από τις διαφάνειες είναι από τις διαφάνειες διδασκαλίας του βιβλίου Πανεπιστημιακή Φυσική με Σύγχρονη Φυσική, Τόμος B, H. D. Young and R. A. Freedman, $3^{η}$ Ελληνική Έκδοση, Εκδόσεις Παπαζήση.