

Μαθηματικά Ι
Ασκήσεις στους Πίνακες

29/10/2014

Π1. Δίνονται οι πίνακες,

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & -6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -1 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Να εκτελεστούν όπου είναι δυνατόν οι ακόλουθες πράξεις:

$$A \cdot B, B \cdot A, A \cdot C, C \cdot A, B \cdot C$$

Π2. Γράψτε τους 3 επί 3 πίνακες $A = (a_{ij})$ και $B = (b_{ij})$ με στοιχεία $a_{ij} = i^2 - j$, $b_{ij} = j^2$ και υπολογίστε τα γινόμενα AB , BA και $(-2)A^2$ και το άθροισμα $AB + BA$.

Π3. Δίνεται ο πίνακας $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$. Ναδειχθεί ότι $A^4 = I$ και ακολούθως να δείξετε ότι ο A είναι αντιστρέψιμος. Στη συνέχεια να βρείτε τον A^{-1} και τον A^{2011} .

Π4. Έστω $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$. Να βρείτε τον A^n , $n \in \mathbb{N}$.

Π5. Βρείτε έναν πίνακα A τέτοιο ώστε $(4A')^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -4 \end{pmatrix}$

Π6. Έστω ότι οι πίνακες A , B και $A + B$ είναι αντιστρέψιμοι. Ναδειχθεί ότι

$$(A^{-1} + B^{-1})^{-1} = A(A + B)^{-1}B$$

Π7. Έστω $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Να υπολογιστεί ο A^n , $n \in \mathbb{N}$.

Π8. Έστω $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$. Ναδειχθεί ότι

$$C^3 + C^2 + 8C + 8I = 0$$

Π9. Έστω $A = \begin{pmatrix} x+2y & -1 \\ 5 & 2x-4y \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ και $C = \begin{pmatrix} 0 & -x \\ 10 & 10 \end{pmatrix}$.

1. Βρείτε τα x, y ώστε $A + B = C$,
2. Βρείτε τα x, y ώστε $A - B = I$.

Π10. Να υπολογιστούν με την βοήθεια της μεθόδου Gauss οι αντίστροφοι των ακόλουθων πινάκων

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$