



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

ΙΖΗΜΑΤΟΛΟΓΙΑ

Ενότητα 3: Κοκκομετρική ανάλυση

Δρ. Αβραμίδης Παύλος
Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Γεωλογίας

Σκοποί ενότητας

Στην παρούσα ενότητα παρουσιάζονται οι μέθοδοι κατασκευής κοκκομετρικών κατανομών, η χρήση βασικών εννοιών περιγραφικής στατιστικής στην κοκκομετρική ανάλυση, η επεξεργασία και η αξιολόγηση των στατιστικών παραμέτρων των κοκκομετρικών καμπυλών.



Περιεχόμενα ενότητας

- Κοκκομετρική καμπύλη-Ορισμός
- Στοιχεία περιγραφικής στατιστικής
- Προβολή στοιχείων περιγραφικής στατιστικής-Κατανομές
- Στατιστικές παράμετροι κοκκομετρικής κατανομής
- Σκοπός μελέτης στατιστικών παραμέτρων
- Παραδείγματα
- Πεδία κοκκομετρικών παραμέτρων



Κοκκομετρική καμπύλη-Ορισμός

Κοκκομετρική καμπύλη ονομάζεται το πολυγωνικό διάγραμμα που προκύπτει από την προβολή των αποτελεσμάτων της κοκκομετρικής ανάλυσης (βλ. Ενότητα 2), στο κοκκομετρικό διάγραμμα, με προβολή του % αθροιστικού βάρους προς το μέγεθος των κόκκων (Φ).



Στοιχεία περιγραφικής στατιστικής κοκκομετρικών κατανομών

Απαραίτητα στοιχεία για την στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων της κοκκομετρικής ανάλυσης είναι τα παρακάτω:

- ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ (POPULATION)
- ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ (VARIABLE)
- ΔΕΙΓΜΑ (SAMPLE)
- ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑ (SAMPLING)
- ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ (FREQUENCY)
- ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ (FREQUENCY DISTRIBUTION)
- ΕΚΑΤΟΣΤΙΑΙΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ (FREQUENCY PERCENT)
- ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ (CUMULATIVE FREQUENCY)



Τρόπος υπολογισμού συχνοτήτων

Πλήθος παιδιών	Αριθμός οικογενειών (απόλυτη συχνότητα)	Σχετική Συχνότητα	Εκατοστιαία Συχνότητα	Αθροιστική Συχνότητα
0	2	$\frac{2}{175} \cong 0.114$	1,14	2
1	5	$\frac{5}{175} \cong 0.0266$	2,86	7
2	12	$\frac{12}{175} \cong 0.0686$	6,86	19
3	30	$\frac{30}{175} \cong 0.1714$	17,14	49
4	34	$\frac{34}{175} \cong 0.1943$	19,43	83
5	42	$\frac{42}{175} \cong 0.2400$	24,00	125
6	20	$\frac{20}{175} \cong 0.1143$	11,43	145
7	20	$\frac{20}{175} \cong 0.1143$	11,43	165
8	7	$\frac{7}{175} \cong 0.0400$	4,00	172
9	3	$\frac{3}{175} \cong 0.00171$	1,71	175
Αθροίσματα	175	1	100	

Πίνακας 1: Τρόπος υπολογισμού διαφορετικών συχνοτήτων.



Παράδειγμα υπολογισμού στοιχείων περιγραφικής στατιστικής

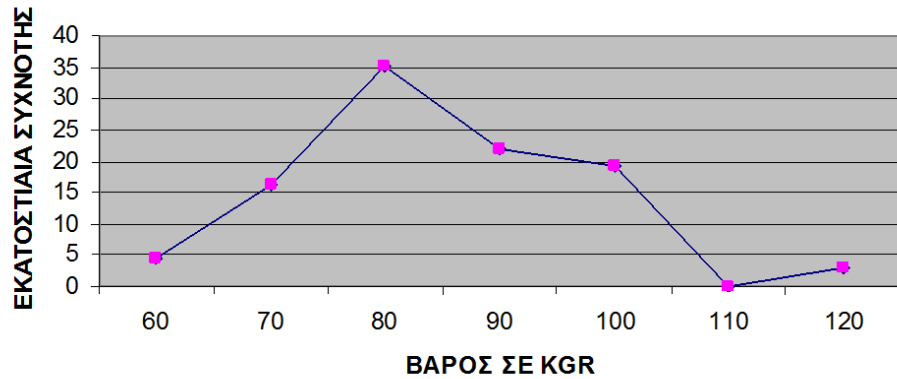
Κλάσεις	Μέση Τιμή	Συχνότης	Αθροιστική Συχνότης	Εκατοστιαία Συχνότης	Αθροιστική Εκατοστιαία Συχνότης
55-65	60	3	3	4,4	4,4
65-75	70	11	14	16,2	20,6
75-85	80	24	38	35,3	55,9
85-95	90	15	53	22,1	78
95-105	100	13	66	19,1	97,1
105-115	110	0	66	0,0	97,1
115-125	120	2	68	2,9	100
		68		100	

Πίνακας 2: Παράδειγμα υπολογισμού στοιχείων περιγραφικής στατιστικής σε τάξη μαθητών με κλάσεις βάρους παιδιών.

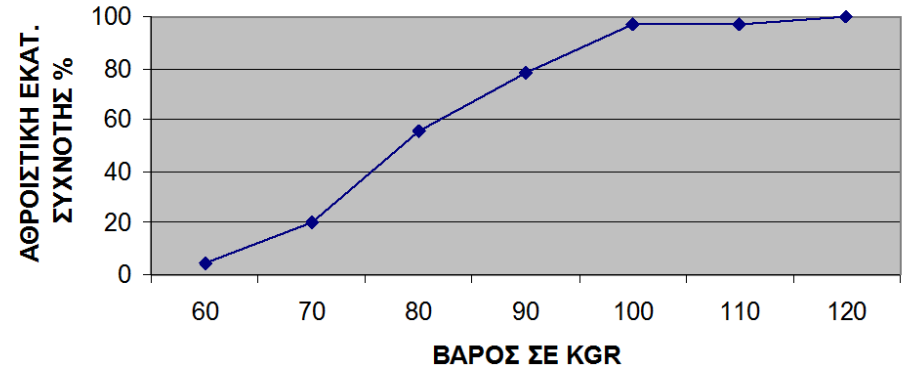


ΠΟΛΥΓΩΝΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ

ΠΟΛΥΓΩΝΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ



ΠΟΛΥΓΩΝΟ ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗΣ % ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ



Διάγραμμα 1: Προβολή των στοιχείων περιγραφικής στατιστικής του βάρους των μαθητών και κατασκευή πολυγώνου % συχνότητας .

Διάγραμμα 2: Προβολή των στοιχείων περιγραφικής στατιστικής του βάρους των μαθητών και κατασκευή πολυγώνου αθροιστικής % συχνότητας.



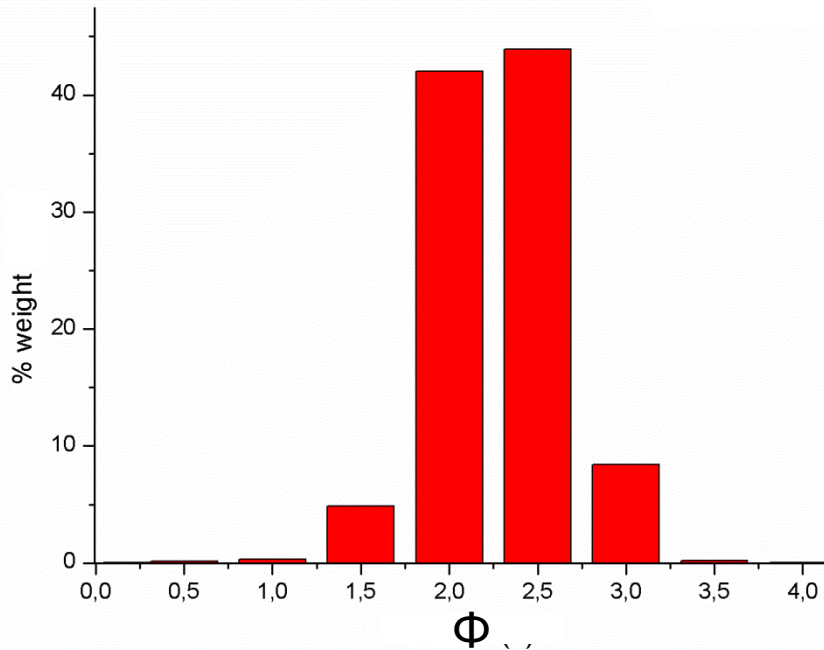
Υπολογισμός στοιχείων περιγραφικής στατιστικής σε ιζηματολογικά δεδομένα

Διάμετρος (φ)	Βάρος κλάσματος	Βάρος %	Αθροιστικό %
0.23	0,02	0,04	0,04
0.50	0,08	0,16	0,20
1.00	0,16	0,32	0,52
1.50	2,42	4,85	5,37
2.0	21,00	42,05	47,42
2.5	21,94	43,93	91,35
3.0	4,2	8,41	99,76
3.5	0,1	0,20	99,96
4.0	0,02	0,04	100,00

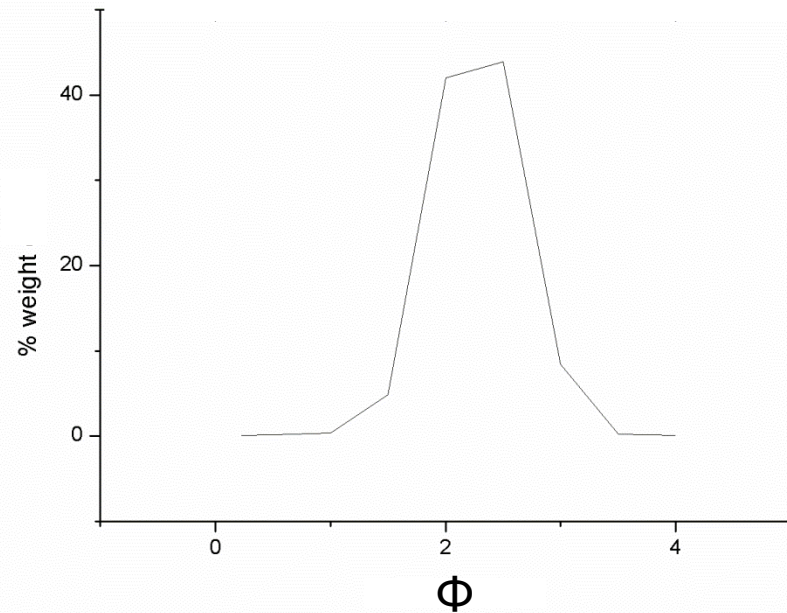
Πίνακας 3: Παράδειγμα ανάλυσης ιζήματος με την μέθοδο των κόσκινων.



Προβολή στοιχείων περιγραφικής στατιστικής 1



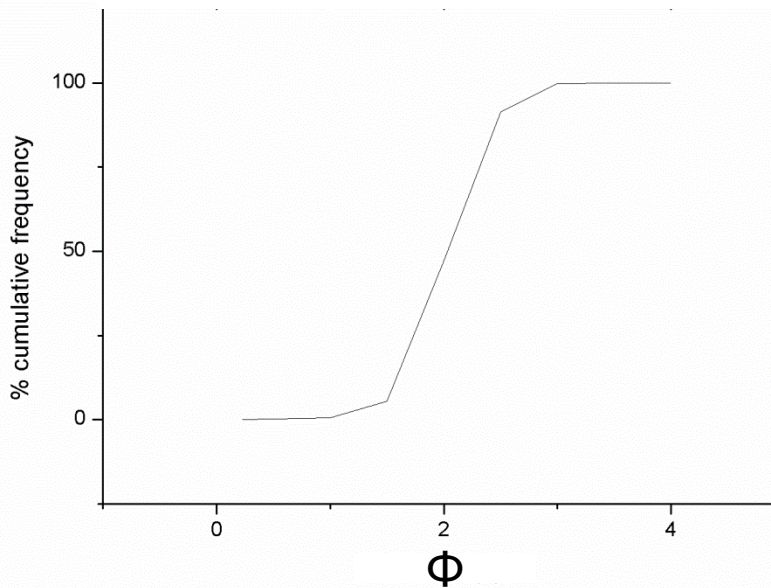
Διάγραμμα 3: Ιστόγραμμα
(βλ. πίνακας 3)



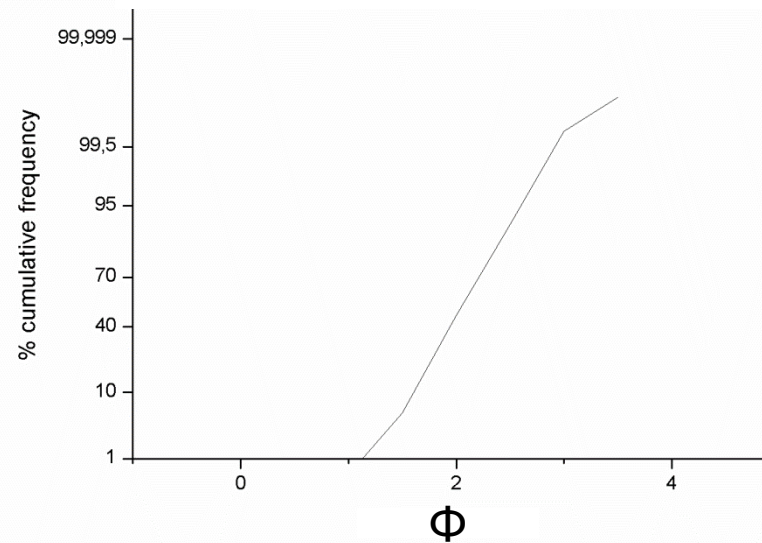
Διάγραμμα 4: Καμπύλη %
συχνότητας



Προβολή στοιχείων περιγραφικής στατιστικής 2



Διάγραμμα 5: Καμπύλη % αθροιστικής συχνότητας με χρήση αριθμητικής κλίμακας (βλ. πίνακας 3)



Διάγραμμα 6: Καμπύλη % αθροιστικής συχνότητας με χρήση κλίμακας συχνότητας/πιθανότητας (probability) (βλ. πίνακας 3)



Στατιστικές παράμετροι κοκκομετρικής κατανομής (γραφική μέθοδος)

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΣ	ΤΥΠΟΣ
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΣ ΜΕΣΟΣ (Mean size)	$M = (\Phi 16 + \Phi 50 + \Phi 84) / 3$
Σταθερή απόκλιση (σ_i)	$\sigma_i = (\Phi 84 - \Phi 16) / 4 + (\Phi 95 - \Phi 5) / 6.6$
Ασυμμετρία (Ski)	$Ski = (\Phi 16 + \Phi 84 - 2\Phi 50) / 2(\Phi 84 - \Phi 16) + (\Phi 5 + \Phi 95 - 2\Phi 50) / 2(\Phi 95 - \Phi 5)$
Κύρτωση (K _G)	$Kc = (\Phi 95 - \Phi 5) / 2.44(\Phi 75 - \Phi 25)$

Πίνακας 4: Τρόπος υπολογισμού στατιστικών παραμέτρων κοκκομετρικής κατανομής.



Διάμεσος & Αριθμητικός μέσος

α. Διάμεσος (Median, Md)

Το 50% κατά βάρος των κομματιών είναι χονδρότερα από τη διάμεσο και το 50% λεπτότερα από αυτήν. Η διάμεσος είναι η διάμετρος που αντιστοιχεί στο σημείο της αθροιστικής καμπύλης 50% και μπορεί να εκφραστεί είτε σε mm είτε σε τιμές ϕ .

(Md_{ϕ} ή Md_{mm}).

β. Αριθμητικός μέσος (Mean size)

Ο Inman πρότεινε τη φόρμουλα $(\phi_{16} + \phi_{84})/2$ για τον αριθμητικό μέσο, αλλά ο τύπος αυτός δεν είναι αποτελεσματικός σε ασύμμετρες καμπύλες. Ο Γραφικός Μέσος (graphic mean) (M_z) κατά Folk που δίνεται από τη φόρμουλα $M_z = (\phi_{16} + \phi_{50} + \phi_{84})/3$ είναι πολύ πιο κοντά στο μέσο που δίνει η μέθοδος των ροπών και δίνει πιο πιστή συνολική εικόνα της κατανομής σε σχέση με τη διάμεσο μια και είναι στηριγμένη σε τρία σημεία.



Τυπική απόκλιση & Ασυμμετρία

γ. Τυπική απόκλιση (Standard Deviation)

Η σταθερή απόκλιση εκφράζει την ομοιομορφία ή ταξιθέτηση (sorting) των ιζημάτων. Η φόρμουλα κατά Inman ($\phi_{84}-\phi_{16}/2$) δίνει την γραφική σταθερή απόκλιση σ_G (graphic standard deviation).

δ. Ασυμμετρία (skewness / asymmetry)

Όταν οι τιμές μιας μεταβλητής δεν ισαπέχουν από το σημείο της μέγιστης συχνότητας (επικρατούσα τιμή ή τύπος = Mode) και πάντα από τη μια πλευρά του σημείου μέγιστης συχνότητας (Mode) υπάρχει μεγαλύτερος αριθμός συχνοτήτων σε σχέση προς την άλλη πλευρά του, τότε η καμπύλη είναι ασύμμετρη. (Εικ.1)



Κύρτωση & Επικρατούσα τιμή

ε. Κύρτωση (Kurtosis ή peakedness)

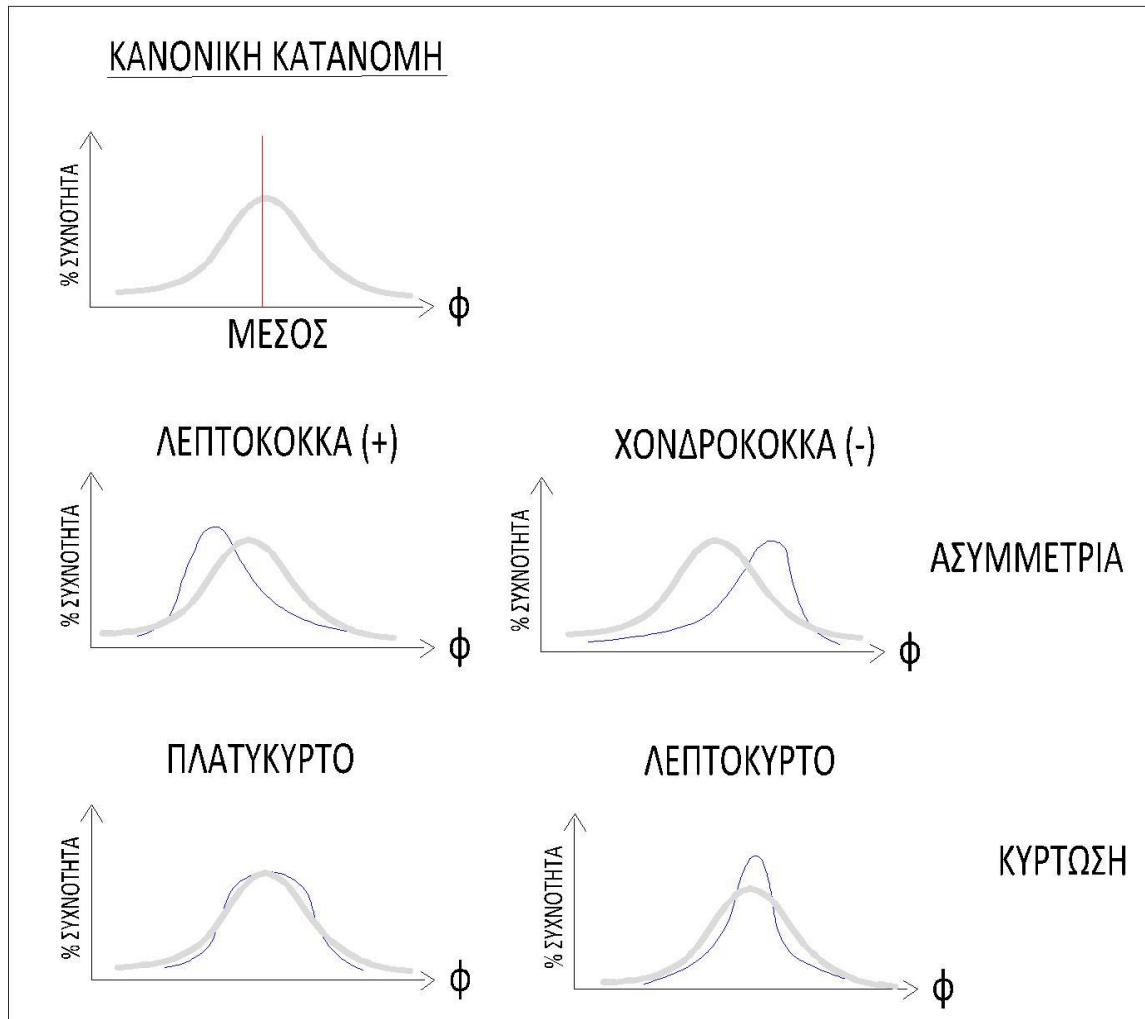
Η κύρτωση μετρά την αναλογία μεταξύ της διασποράς των τιμών (sorting) στα άκρα και της διασποράς των τιμών στην κεντρική περιοχή της κατανομής, δηλαδή αναφέρεται στο βαθμό συγκέντρωσης των τιμών της μεταβλητής γύρω από το μέσον και τα άκρα (“tails”) της κατανομής. (Εικ.1)

στ. Επικρατούσα τιμή (Mode)

Η επικρατούσα τιμή δηλώνει την διάμετρο εκείνη που παρουσιάζει την πιο μεγάλη συχνότητα απάντησης. Αντιστοιχεί στο πιο απότομο σημείο της αθροιστικής καμπύλης και στο υψηλότερο σημείο πάνω στην καμπύλη συχνοτήτων.



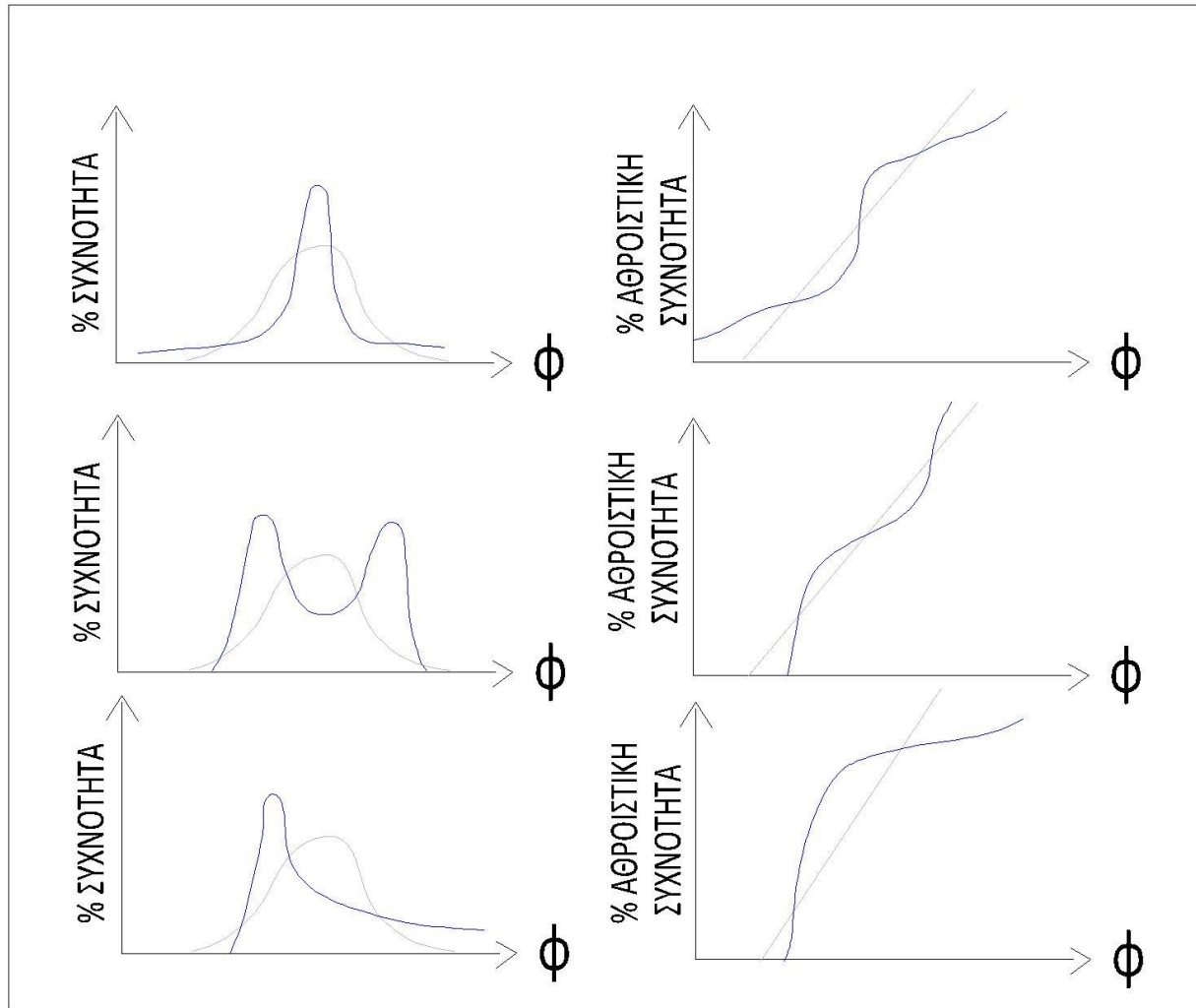
Κατανομές-Λοξότητα/Κύρτωση



Εικόνα 1: Γραφικές παραστάσεις ασυμμετρίας και κύρτωσης σε σχέση με την κανονική κατανομή



Κατανομές-Λοξότητα/Κύρτωση



Εικόνα 2: Μη κανονικές κατανομές % συχνότητας και οι αντίστοιχες κατανομές % αθροιστικής συχνότητας.



Σκοπός μελέτης στατιστικών

- α. Να περιγραφούν τα δείγματα σε όρους στατιστικών μετρήσεων.
- β. Να συγκριθούν δείγματα από όμοια περιβάλλοντα ιζηματογένεσης ή από όμοιες στρωματογραφικές μονάδες.
- γ. Να ερμηνεύσουν το μέσο [άνεμος (wind), ποτάμι (river), τουρβιδικό ρεύμα (turbidity current) κ.λ.π.] της μεταφοράς (transport) και της απόθεσης (deposition).
- δ. Να ερμηνεύσουν τις διαδικασίες [αιώρηση (suspension), σύρσιμο (fraction), αναπήδηση (saltation) κ.λ.π.] της τελικής απόθεσης.
- ε. Να ερμηνεύσουν το περιβάλλον της απόθεσης [κανάλι (channel), πεδιάδα πλημμυρίδας (flood plain), αμμώδη παραλία (beach), αμμόλοφος (dune) κ.λ.π.]



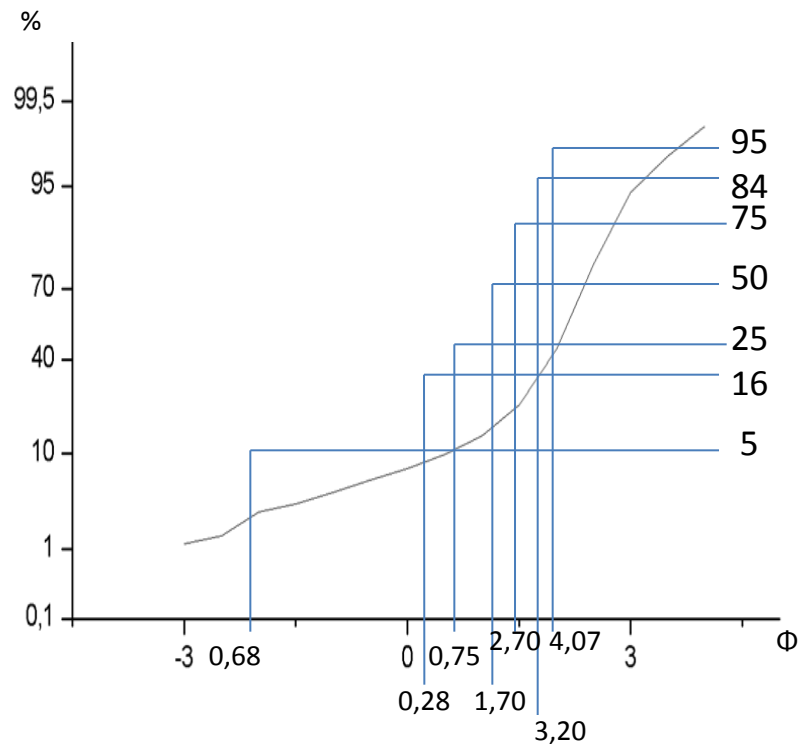
Παράδειγμα προσδιορισμού στατιστικών παραμέτρων Γραφική μέθοδος 1

Δι/τρος (φ)	Βάρος	Βάρος %	Αθρ/ό %
-1-0	5,31	12,1	12,1
0-1	8,70	19,5	31,6
1-2	12,59	28,5	60,1
2-3	9,13	20,6	80,7
3-4	6,03	13,6	94,3
4-5	2,49	5,6	99,9

Πίνακας 5: Πίνακας αποτελεσμάτων
ανάλυσης ιζήματος.



Παράδειγμα προσδιορισμού στατιστικών παραμέτρων Γραφική μέθοδος 2



Διάγραμμα 7: Καμπύλη % αθροιστικής συχνότητας και υπολογισμός των απαιτούμενων τιμών Φ .



Παράδειγμα προσδιορισμού στατιστικών παραμέτρων Γραφική μέθοδος 3

Από το διάγραμμα 7
προκύπτουν:

- $\Phi_5 = -0,68\phi$
- $\Phi_{16} = 0,28\phi$
- $\Phi_{25} = 0,75\phi$
- $\Phi_{50} = 1,70\phi$
- $\Phi_{75} = 2,70\phi$
- $\Phi_{84} = 3,20\phi$
- $\Phi_{95} = 4,07\phi$

Χρησιμοποιώντας τους τύπους
(βλ. πίνακας 3) προκύπτουν:

- $M_1 = 1,70\phi$
- $M_2 = 1,73\phi$
- $\sigma_i = 1,45\phi$
- $S_{ki} = 0,019$
- $K_c = 1,0$



ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ – ΜΕΘΟΔΟΣ ΡΟΠΩΝ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Class interval (mm)	D Midpoint (mm)	W Weight (g)	$D \times W$ Product	$D - M$ Midpoint deviation	$(D - M)^2$	$(D - M)^3$	$(D - M)^4$	$W(D - M)^2$	$W(D - M)^3$	$W(D - M)^4$
1-2	1.5	5.31	7.965	1.013	1.025	1.040	1.053	5.443	5.520	5.592
0.5-1	0.75	8.70	6.525	0.263	0.069	0.019	0.005	0.600	0.158	0.042
0.25-0.5	0.375	12.59	4.721	-0.112	0.013	-0.001	0.0002	0.164	-0.018	0.002
0.125-0.25	0.1875	9.13	1.712	-0.300	0.090	-0.027	0.008	0.822	-0.247	0.074
0.0625-0.125	0.0938	6.03	0.566	-0.394	0.155	-0.061	0.024	0.934	-0.369	0.145
pan	0.031*	2.49	0.077	-0.456	0.208	-0.095	0.043	0.518	-0.236	0.108
		44.25	21.57					8.481	4.808	5.963

	Moment	Standard notation	Notation used in grain-size calculation	Calculation	Answer	Statistic
Eqn 1	m_1	$\sum x/n$	$\sum(D \times W)/\sum W$	= 21.57 / 44.25	= 0.487mm	mean (M)
Eqn 2	m_2	$\sum(x - \bar{x})^2/(n - 1)$	$\sum W(D - M)^2/\sum W$	= 8.481 / 44.25	= 0.192mm	variance
Eqn 3			$\sqrt{m_2}$	= $\sqrt{0.192}$	= 0.438mm	standard deviation
Eqn 4	m_3	$\sum(x - \bar{x})^3/(n - 1)$	$\sum W(D - M)^3/\sum W$	= 4.808 / 44.25	= 0.109mm	
Eqn 5			$m_3/m_2^{3/2}$	= 0.109 / 0.084	= 1.298mm	skewness
Eqn 6	m_4	$\sum(x - \bar{x})^4/(n - 1)$	$\sum W(D - m)^4/\sum W$	= 5.963 / 44.25	= 0.135mm	
Eqn 7			m_4/m_2^2	= 0.135 / 0.037	= 3.649mm	kurtosis

Εικόνα 3: Παράδειγμα προσδιορισμού στατιστικών παραμέτρων με την μέθοδο των ροπών.



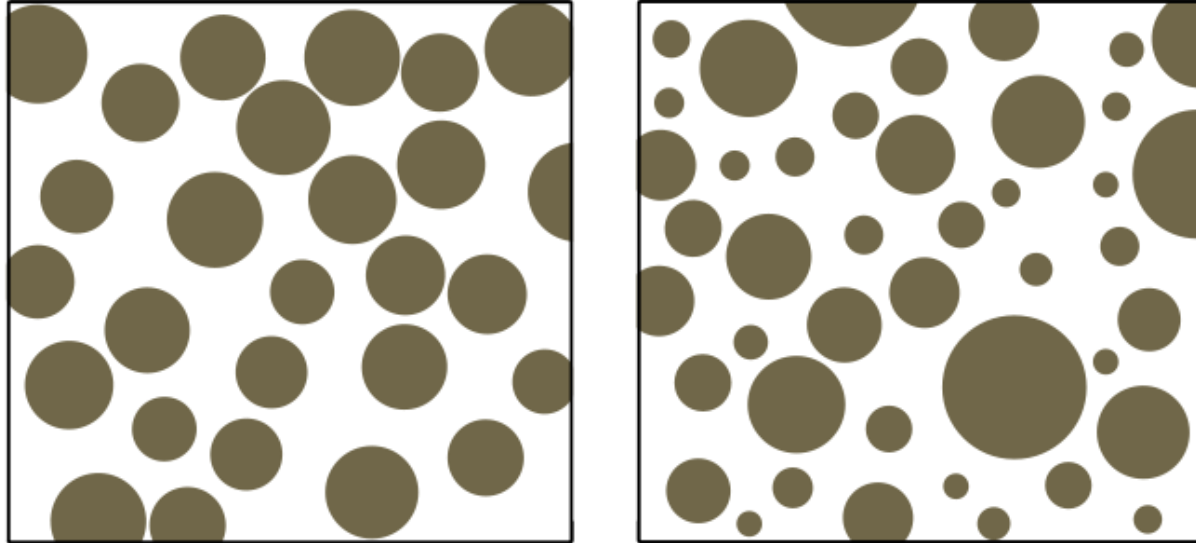
ΟΡΙΣΜΟΣ ΠΕΔΙΩΝ ΚΟΚΚΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ-ΤΑΞΙΘΕΤΗΣΗ

σ_i	κάτω από 0.35 \emptyset	πολύ καλή ταξιθέτηση (very well sorted)
	0.35 \emptyset -0.50 \emptyset	καλή ταξιθέτηση (well sorted)
	0.50 \emptyset -0.71 \emptyset	μέτρια καλή ταξιθέτηση (moderately well sorted)
	0.71 \emptyset -1.00 \emptyset	μέτρια ταξιθέτηση (moderately sorted)
	1.00 \emptyset -2.00 \emptyset	πτωχή ταξιθέτηση (poorly sorted)
	2.00 \emptyset -4.00 \emptyset	πολύ πτωχή ταξιθέτηση (very poorly sorted)
	πάνω από 4.00 \emptyset	πάρα πολύ πτωχή ταξιθέτηση (extremely poorly sorted)

Πίνακας 6:Πεδία κοκκομετρικών παραμέτρων-ταξιθέτηση



ΤΑΞΙΘΕΤΗΣΗ



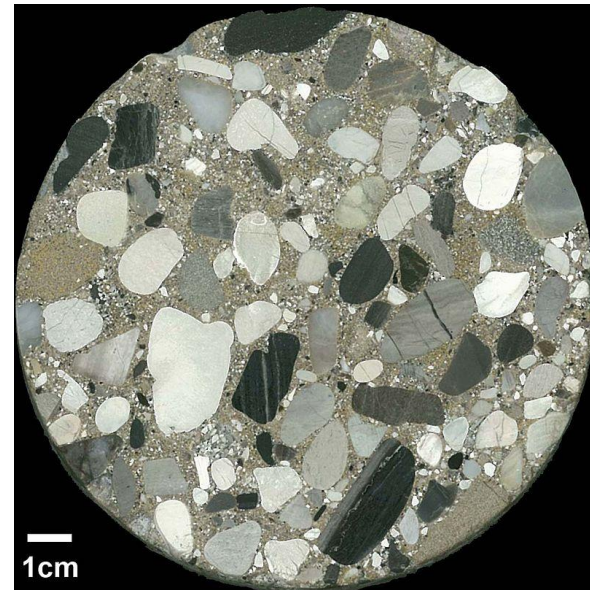
Εικόνα 4: Ίζημα με καλή ταξιθέτηση (standard deviation < 0.5)-
αριστερά και ίζημα με κακή ταξιθέτηση (standard deviation 1-2).



Παραδείγματα ταξιθέτησης ίζημάτων



Εικόνα 5: Πολύ καλά ταξιθετημένο ίζημα σε παραλία.



Εικόνα 6: Ίζημα με κακή ταξιθέτηση



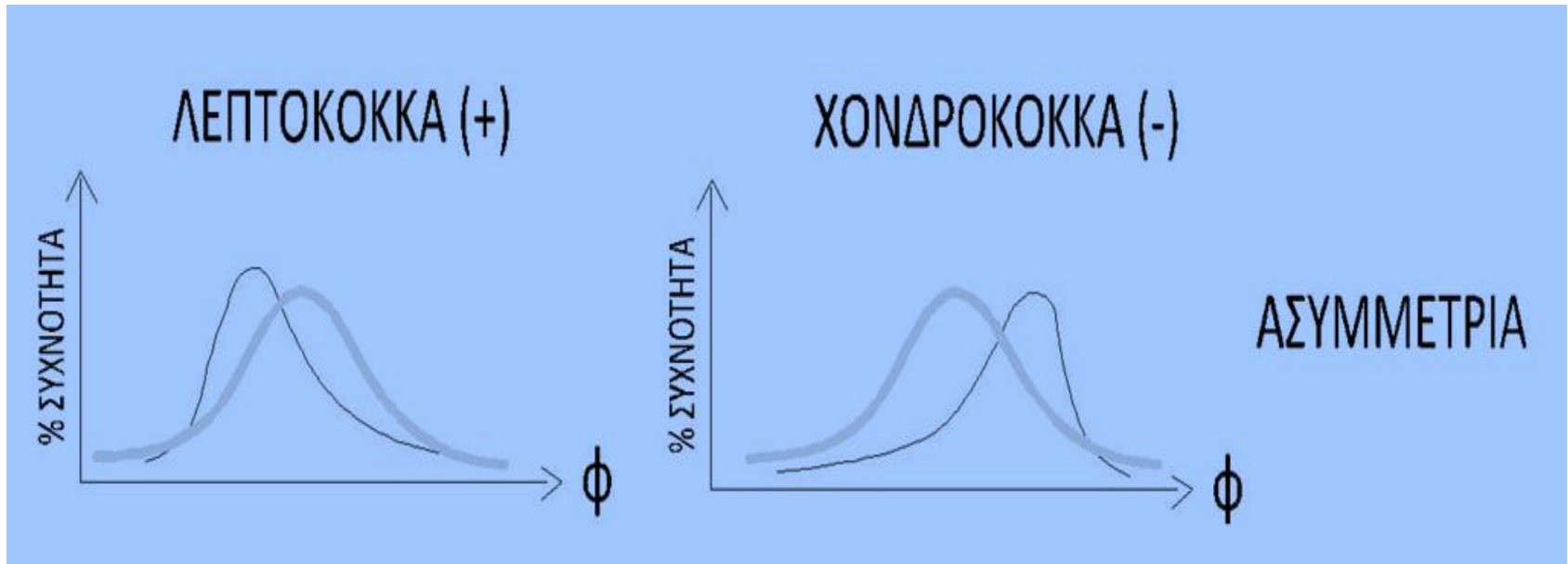
ΟΡΙΣΜΟΣ ΠΕΔΙΩΝ ΚΟΚΚΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ-ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΑ

<u>SK_i</u>	από (+) 1.00-(+) 0.30	πολύ θετική ασυμμετρία (strongly fine-skewed)
	(+) 0.30-(+) 0.10	θετική ασυμμετρία (fine-skewed)
	(+) 0.10 - (-) 0.10	σχεδόν κανονική ασυμμετρία (near-symmetrical)
	(-) 0.10 - (-) 0.30	αρνητική ασυμμετρία (coarse-skewed)
	(-) 0.30 - (-) 1.00	πολύ αρνητική ασυμμετρία (strongly coarse-skewed)

Πίνακας 7 : Ορισμός πεδίων ασυμμετρίας



Ασυμμετρία



Εικόνα 7: Γραφικές παραστάσεις ασυμμετρίας.



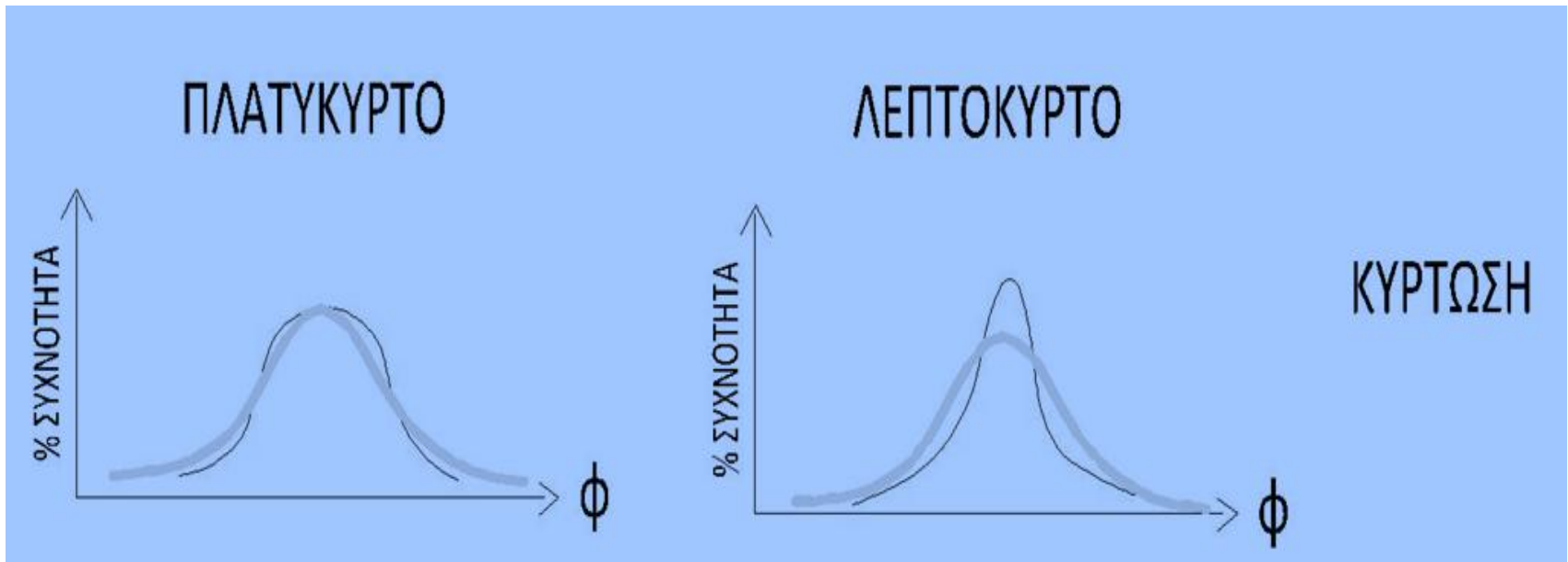
ΟΡΙΣΜΟΣ ΠΕΔΙΩΝ ΚΟΚΚΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ-ΚΥΡΤΩΣΗ

\underline{K}_G	<0.67	πολύ πλατύκυρτη (very platykurtic)
	0.67-090	πλατύκυρτη (platykurtic)
	0.90-1.11	μεσόκυρτη (mesokurtic)
	1.11-1.50	λεπτόκυρτη (leptokurtic)
	1.50-3.00	πολύ λεπτόκυρτη (very leptokurtic)

Πίνακας 8: Ορισμός πεδίων κύρτωσης.



Κύρτωση



Εικόνα 8: Γραφικές παραστάσεις κύρτωσης



Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Αβραμίδης Παύλος. «Ιζηματολογία, Ενότητα 3: Κοκκομετρική ανάλυση». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/GEO337/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως Μη Εμπορική ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/1)

Εικόνα 4:

https://en.wikipedia.org/wiki/Sorting_%28sediment%29#/media/File:Sorting_in_sediment.svg

Εικόνα 5:

<https://en.wikipedia.org/wiki/Pebble#/media/File:Pebbleswithquartzite.jpg>

Εικόνα 6:

https://en.wikipedia.org/wiki/Conglomerate_%28geology%29#/media/File:Conglomerate_core_section.jpg

Οι εικόνες, τα διαγράμματα και οι πίνακες που χρησιμοποιούνται είναι ιδιοκτησία του συγγραφέα.

