



Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος
Πολυτεχνική Σχολή
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

Σημειώσεις μαθήματος **ENE2310: Τεχνική Υδρολογία**

Διάλεξη 9
20/05/2022

Βασιλική Συγγούνα
Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος
Πανεπιστήμιο Πατρών

Στατιστική Υδρολογία

Στατιστική Υδρολογία ονομάζεται η εφαρμογή της Μαθηματικής Στατιστικής στα προβλήματα της Τεχνικής Υδρολογίας.

Τα διάφορα υδρολογικά φαινόμενα ποικίλλουν σε τέτοιο βαθμό ώστε μπορούν να θεωρηθούν ως **τυχαία γεγονότα**.

Η ανάγκη για πρόβλεψη μελλοντικών υδρολογικών φαινομένων για το σχεδιασμό Υδραυλικών Έργων επιβάλλει τη συλλογή και επεξεργασία ιστορικών δεδομένων με μεθόδους **Στατιστικής και Πιθανοθεωρίας**.

Τα αποτελέσματα της επεξεργασίας αυτής παρέχουν την πιθανότητα εμφάνισης ενός υδρολογικού φαινομένου όπως πχ μία μέγιστη παροχή ή ο συνολικός όγκος απορροής μίας πλημμύρας.

Η παραπάνω μέθοδος επεξεργασίας είναι γνωστή ως:

Ανάλυση Συχνότητας (frequency analysis).

Στατιστική Υδρολογία

Ανάλυση συχνοτήτων υδρολογικών φαινομένων

Η επιλογή ενός μεγέθους σχεδιασμού (πχ της κρίσιμης βροχής) για ένα τεχνικό έργο γίνεται με βάση δύο παράγοντες: Το **κόστος** του έργου και το **ρίσκο** που ενέχει η κατασκευή του έργου αυτού.

Αν η τιμή του μεγέθους σχεδιασμού ξεπεραστεί, τότε το έργο είναι πολύ πιθανό να αστοχήσει.

Ο μελετητής είναι αυτός που θα αποφασίσει αν το κόστος μιας πιθανής ζημιάς θα είναι μεγαλύτερο από το κόστος σχεδιασμού του έργου με μεγαλύτερη τιμή σχεδιασμού (**ρίσκο**).

Σε περιπτώσεις σχεδιασμού ενός μεγάλου έργου (πχ φράγμα), μία ζημιά μπορεί να προκαλέσει ανυπολόγιστες υλικές ζημιές αλλά και ανθρώπινες απώλειες. Στις περιπτώσεις αυτές, ο σχεδιασμός γίνεται για ασφάλεια με βάση κάποιο σπάνιο φαινόμενο.

Στατιστική Υδρολογία

Βασικές Έννοιες

Υδρολογική μεταβλητή είναι η μεταβλητή που μετρά ή ορίζει το μέγεθος κάποιου στοιχείου του υδρολογικού κύκλου. Μία υδρολογική μεταβλητή μπορεί να είναι α) κλιματική, β) υδραυλική, γ) γεωλογική, δ) φυσιογραφική της λεκάνης απορροής.

Πληθυσμός: Το σύνολο των τιμών ενός υδρολογικού μεγέθους.

Δείγμα: Μέρος ενός πληθυσμού

Οι μεταβλητές διακρίνονται σε **διακριτές** και **συνεχείς**.

Διακριτές είναι οι μεταβλητές που μπορούν να πάρουν πεπερασμένο πλήθος τιμών, όπως είναι ο αριθμός των ημερών ηλιοφάνειας ή βροχής κατά τη διάρκεια του έτους.

Συνεχείς είναι οι μεταβλητές που μπορούν να πάρουν όλες τις τιμές ενός διαστήματος, όπως είναι το ύψος βροχόπτωσης κατά τη διάρκεια μίας ώρας.

Στατιστική Υδρολογία

Βασικές Έννοιες Διακριτών Μεταβλητών

Συχνότητα (f): Ο αριθμός επαναλήψεων μιας δεδομένης τιμής σε ένα δείγμα.

Πιθανότητα (P): Η συχνότητα μίας τιμής προς το συνολικό αριθμό του δείγματος

Αν μία μεταβλητή X λαμβάνει τιμές x_1, x_2, \dots, x_k , με συχνότητα N_1, N_2, \dots, N_k , τότε η πιθανότητα εμφάνισης κάθε τιμής x_i της μεταβλητής X θα είναι:

$$p(x_i) = \frac{N_i}{N} \quad \text{όπου} \quad N = \sum_{i=1}^k N_i$$

Η διακριτή συνάρτηση $p(x_i)$ ονομάζεται συνάρτηση πιθανότητας της μεταβλητής X .

Άθροισμα συχνοτήτων = συνολικός αριθμός δειγματος

Η συνολική πιθανότητα για όλες τις τιμές της μεταβλητής X είναι ίση με τη μονάδα

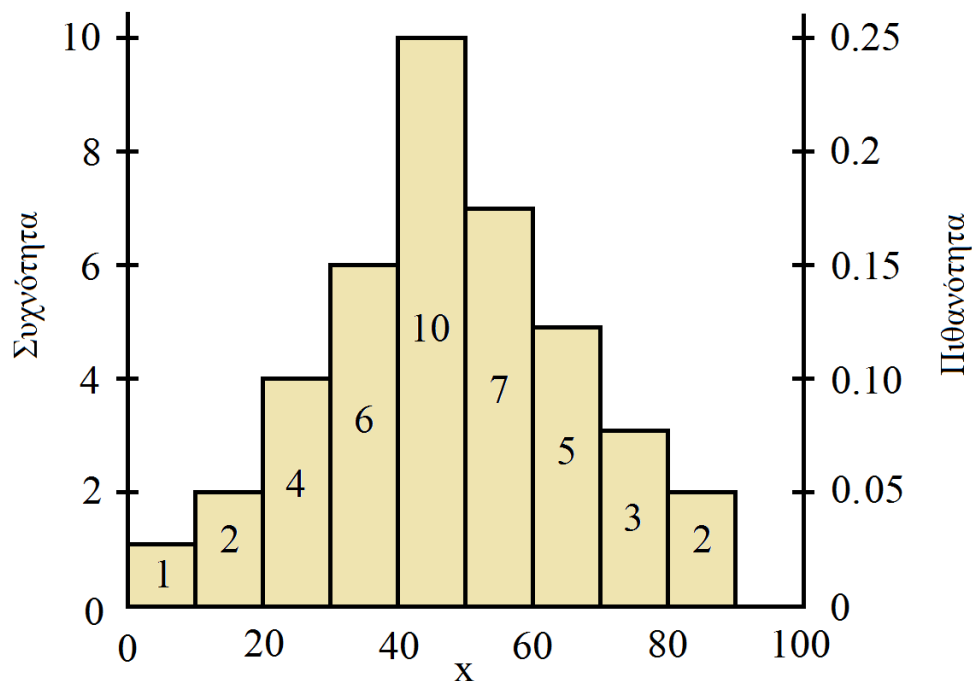
$$\sum_{i=1}^k p(x_i) = 1 \quad \longrightarrow \quad \text{Άθροισμα πιθανοτήτων} = 1$$

Στατιστική Υδρολογία

Βασικές Έννοιες Διακριτών Μεταβλητών

Η γραφική παράσταση της συχνότητας ή της πιθανότητας αποτελεί την **κατανομή συχνότητας** (Frequency distribution) ή **πιθανότητας** (Probability distribution).

Οι κατανομές αυτές ονομάζονται **Στατιστικές κατανομές**.



Κατανομή συχνότητας και πιθανότητας

Στατιστική Υδρολογία

Βασικές Έννοιες Διακριτών Μεταβλητών

Αθροιστική Πιθανότητα (Cumulative probability) ή **πιθανότητα μη υπερβάσεως** μίας τιμής x για μια μεταβλητή X είναι η πιθανότητα η μεταβλητή X να έχει τιμή ίση ή μικρότερη από το x . Δηλαδή $P(X \leq x)$, και ισχύει ότι:

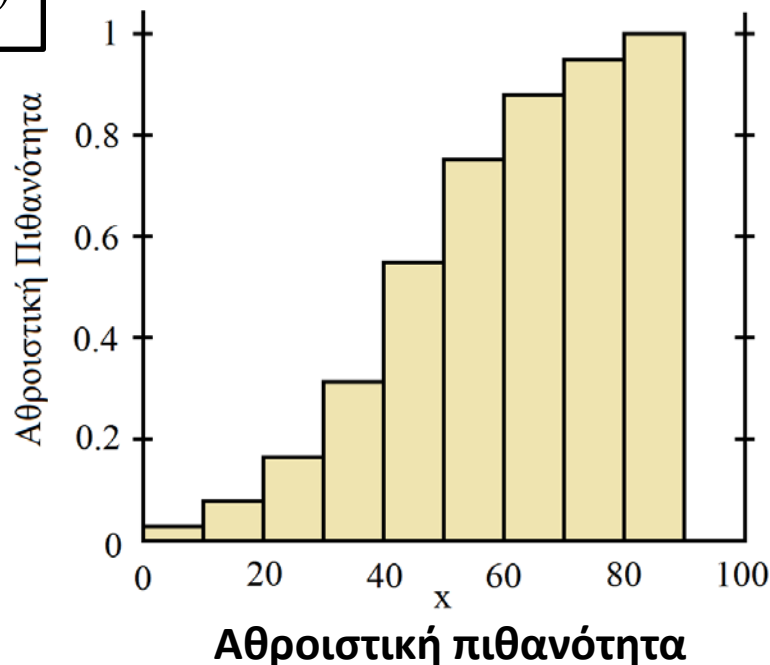
$$P(X \leq x) = F(x) = \sum_i p(x_i)$$

όπου το άθροισμα Σ περιλαμβάνει όλες τις τιμές $x_i \leq x$

Η συνάρτηση $F(x)$ ονομάζεται **Συνάρτηση κατανομής** (Distribution function).

Η **πιθανότητα υπερβάσεως** $P(X \geq x)$ συνδέεται με την αθροιστική πιθανότητα με τη σχέση:

$$P(X \geq x) = 1 - P(X \leq x)$$



Στατιστική Υδρολογία

Στατιστικές Παράμετροι

Μέσος Όρος: Δίνει πληροφορίες σχετικά με την κεντρική τάση των τιμών μίας στατιστικής μεταβλητής X .

$$\bar{x} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i$$

Διασπορά: Δείχνει τη μεταβλητότητα των τιμών της στατιστικής μεταβλητής X .

$$\mu_2 = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2$$

Τυπική απόκλιση: Δείχνει το μέτρο της μεταβλητότητας ή της διασποράς των τιμών της στατιστικής μεταβλητής X .

$$\sigma = \sqrt{\mu_2}$$

Στατιστική Υδρολογία

Βασικές Έννοιες

Περίοδος Επαναφοράς T μίας συγκεκριμένης τιμής ενός υδρολογικού μεγέθους ορίζεται το μέσο χρονικό διάστημα μέσα στο οποίο θα εμφανιστεί μία φορά η συγκεκριμένη (η μεγαλύτερη) τιμή.

Προσοχή: Η περίοδος επαναφοράς T δεν σημαίνει η τιμή θα εμφανιστεί ακριβώς κάθε T χρόνια.

Παράδειγμα: Έστω ότι για τιμή παροχής $Q = 100 \text{ m}^3/\text{s}$ η περίοδος επαναφοράς είναι $T = 25$ έτη.

Αυτό σημαίνει ότι σε ένα διάστημα 100 ετών, η συγκεκριμένη τιμή της παροχής (ή μεγαλύτερη) θα εμφανιστεί 4 φορές, πχ τα έτη 2, 15, 60, 100 (τυχαία) και όχι απαραίτητα τα έτη 25, 50, 75, 100.

Η εμφάνιση ενός υδρολογικού φαινομένου με μέγεθος ίσο ή μεγαλύτερο μίας συγκεκριμένης τιμής ονομάζεται **υπέρβαση**.

Στατιστική Υδρολογία

Ο ορισμός της **Περίοδου Επαναφοράς T** αναφέρεται κυρίως σε τιμές μεγίστου, δηλαδή τιμές πάνω από το μέσο όρο, οι οποίες τείνουν προς το ανώτερο όριο του εύρους μιας υδρολογικής μεταβλητής.

Στην **Τεχνική Υδρολογία** ενδιαφέρουν και οι **τιμές ελαχίστου**, δηλαδή τιμές κάτω από το μέσο όρο, οι οποίες τείνουν προς το κατώτερο όριο του εύρους μιας υδρολογικής μεταβλητής, όπως είναι η ελάχιστη θερμοκρασία, οι χαμηλές απορροές, η ξηρασία κτλ.

Η περίοδος επαναφοράς ισχύει και σε αυτές τις περιπτώσεις, και είναι το μέσο χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών εμφανίσεων μίας **συγκεκριμένης ή μικρότερης** τιμής ενός υδρολογικού μεγέθους.

Αυτές οι εμφανίσεις μικρότερων τιμών χαρακτηρίζονται επίσης ως **υπερβάσεις**, με τη διαφορά ότι το εξεταζόμενο μέγεθος υπερβαίνει μία συγκεκριμένη τιμή προς τα κάτω.

Στατιστική Υδρολογία

Εφόσον η περίοδος επαναφοράς μίας συγκεκριμένης τιμής είναι ίση με T , τότε η πιθανότητα να εμφανιστεί η συγκεκριμένη τιμή είναι:

$$P(X \geq x) = \frac{1}{T}$$

Δηλαδή 1 φορά στα T χρόνια

Ή αλλιώς

$$P(X \geq x) = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{P(X \geq x)} \Rightarrow T = \frac{1}{1 - P(X \leq x)}$$

Ο υπολογισμός περιόδου επαναφοράς ταυτίζεται με τη διαδικασία υπολογισμού της αθροιστικής πιθανότητας.

Οι μέθοδοι υπολογισμού της αθροιστικής πιθανότητας είναι τρεις:

- Χωρισμός δείγματος σε κλάσεις
- Κατάταξη δείγματος κατά τάξη φθίνοντος μεγέθους
- Θεωρητικές κατανομές

Στατιστική Υδρολογία

Υπολογισμός αθροιστικής πιθανότητας

1) Χωρισμός δείγματος σε κλάσεις

Για τις περιπτώσεις όπου εμφανίζονται πολλές διαφορετικές τιμές δεδομένων, πρέπει να γίνει ομαδοποίηση των δεδομένων αυτών, δηλαδή ταξινόμηση τους σε k διαφορετικές ομάδες/κλάσεις.

Άρα **κλάσεις** ονομάζονται οι περιοχές μεταξύ των τιμών.

Δείγμα \longrightarrow N στοιχεία

Ο χωρισμός του δείγματος σε k κλάσεις.

Η επιλογή του αριθμού των κλάσεων μπορεί να γίνει ως εξής:

$25 < N < 100 \longrightarrow k = 6 - 8$ κλάσεις

$100 < N < 1000 \longrightarrow k = \sqrt{N}$ κλάσεις

$1000 < N \longrightarrow k = 10 \cdot \log N$ κλάσεις

Στατιστική Υδρολογία

Υπολογισμός αθροιστικής πιθανότητας

2) Κατάταξη τιμών δείγματος

Η κατάταξη τιμών δείγματος εφαρμόζεται στην **ανάλυση ραγδαίων βροχών**.

Η **ραγδαία βροχή** χαρακτηρίζεται ένα σύνολο επιμέρους βροχοπτώσεων οι οποίες λαμβάνουν χώρα σε μία δεδομένη περιοχή κατά τη διάρκεια μίας ισχυρής ατμοσφαιρικής διαταραχής (**καταιγίδας**).

Έχουν σχετικά μικρή διάρκεια, μικρή χωρική έκταση αλλά μεγάλη ένταση.

Είναι πολύ σημαντικές διότι δίνουν μεγάλους όγκους απορροής σε σχετικά μικρό χρονικό διάστημα.

Διακρίνονται σε δύο κύριες κατηγορίες:

- **Καταιγίδες θερμότητας**, οι οποίες οφείλονται στην αστάθεια της ατμόσφαιρας κατά τη θερμή περίοδο του έτους.
- **Κυκλωνικές καταιγίδες**, οι οποίες οφείλονται σε κυκλωνικά φαινόμενα και εμφανίζονται κυρίως το χειμώνα.

Στατιστική Υδρολογία

Υπολογισμός αθροιστικής πιθανότητας

2) Κατάταξη τιμών δείγματος

Μετά την επιλογή των προς ανάλυση δεδομένων, αυτά κατατάσσονται κατά φθίνουσα σειρά όταν πρόκειται για τον προσδιορισμό της Περίόδου επαναφοράς μέγιστων τιμών, και κατά αύξουσα σειρά όταν πρόκειται για τον προσδιορισμό της Περίόδου επαναφοράς ελαχίστων τιμών.

Εάν λοιπόν N είναι ο αριθμός των στοιχείων ενός δείγματος (πχ ο αριθμός των ετών) για τα οποία διατίθεται αριθμός M παρατηρήσεων (x_1, x_2, \dots, x_M) για μία υδρολογική μεταβλητή X , τότε η Περίοδος επαναφοράς T της τιμής x_m δίνεται από τη σχέση:

$$T = \frac{N + 1}{m}$$

όπου m είναι η θέση της τιμής x_m στην κατάταξη και η Περίοδος επαναφοράς T δίνεται σε έτη.

Στατιστική Υδρολογία

Υπολογισμός αθροιστικής πιθανότητας

3) Μέθοδος θεωρητικών κατανομών

Η μέθοδος αυτή υπερέχει από τις προηγούμενες διότι παρέχει τη δυνατότητα να εκτιμηθεί η Περίοδος επαναφοράς ακόμα και εκτός των χρονικών διαστημάτων για τα οποία έχουμε μετρήσεις.

Ορισμένες από τις πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες κατανομές πιθανότητας είναι οι εξής:

1. Κανονική κατανομή
2. Λογαριθμο-κανονική κατανομή (Galton)
3. Κατανομή ακραίων τιμών (Gumbel)
4. Κατανομή Pearson τύπου III.

Οι κατανομές 1 και 2 ενδείκνυνται για την ανάλυση μέσω των τιμών, ενώ οι 3 και 4 ενδείκνυνται για την ανάλυση ακραίων τιμών.

Στατιστική Υδρολογία

Περίοδος Επαναφοράς – Ανάλυση Κινδύνου

Η έννοια της περιόδου επαναφοράς και της αντίστοιχης πιθανότητας εμφάνισης μιας συγκεκριμένης (ή μεγαλύτερης) τιμής μιας υδρολογικής μεταβλητής, είναι η βάση καθορισμού των κριτηρίων για το σχεδιασμό και τη διαστασιολόγηση των Υδραυλικών Έργων.

Η κατάλληλη επιλογή της περιόδου επαναφοράς, δηλαδή ο αποδεκτός βαθμός επικινδυνότητας ή αστοχίας, εξαρτάται από οικονομικά και κοινωνικά κριτήρια.

Προσδιορισμός του βαθμού επικινδυνότητας

Ο προσδιορισμός του βαθμού επικινδυνότητας προκύπτει από τη σχέση:

$$P_n = 1 - \left[1 - \frac{1}{T} \right]^n$$

Η παραπάνω σχέση δίνει την πιθανότητα P_n που υπάρχει για μία ορισμένη τιμή ενός υδρολογικού φαινομένου με περίοδο επαναφοράς T , να εμφανιστεί σε μία χρονική περίοδο n ετών.

Στατιστική Υδρολογία

Περίοδος Επαναφοράς – Ανάλυση Κινδύνου

Παράδειγμα: Ποια είναι η πιθανότητα εμφάνισης μίας παροχής πλημμύρας με παροχή $Q \geq x$, όπου x είναι η τιμή αιχμής της παροχής πλημμύρας, με περίοδο επαναφοράς $T = 50$ έτη, κατά τη διάρκεια μιας περιόδου 3 ετών.

$$p_n = 1 - \left[1 - \frac{1}{T}\right]^n \Rightarrow p_n = 1 - \left[1 - \frac{1}{50}\right]^3 \Rightarrow p_n = 0,059 = 5,9 \%$$

Η αντίστοιχη πιθανότητα εμφάνισης της ίδιας παροχής πλημμύρας κατά τη διάρκεια μιας περιόδου 4 ετών θα είναι:

$$p_n = 1 - \left[1 - \frac{1}{T}\right]^n \Rightarrow p_n = 1 - \left[1 - \frac{1}{50}\right]^4 \Rightarrow p_n = 0,078 = 7,8 \%$$

Λογικό να αυξηθεί η πιθανότητα εμφάνισης, αφού αυξήθηκε η χρονική περίοδος την οποία εξετάζουμε.

Στατιστική Υδρολογία

Περίοδος Επαναφοράς – Ανάλυση Κινδύνου

Προσδιορισμός της Περιόδου σχεδιασμού (Design period)

Αν είναι δεδομένος ο βαθμός επικινδυνότητας, τότε είναι δυνατόν να καθοριστεί η **Περίοδος σχεδιασμού**, δηλαδή η **προσδοκώμενη διάρκεια ζωής του Έργου**.

Κατά την περίοδο σχεδιασμού, θεωρούμε ότι η πιθανότητα να εμφανιστεί μία τιμή **X** με δεδομένη περίοδο επαναφοράς **T** για ένα υδρολογικό φαινόμενο, δεν υπερβαίνει το βαθμό επικινδυνότητας **p_n**.

$$n = \frac{\log [1 - p_n]}{\log \left[1 - \frac{1}{T} \right]}$$

Πέρα από αυτή την περίοδο, αυξάνει η πιθανότητα υπέρβασης της τιμής **X**.

Όταν συμβεί αυτή η υπέρβαση, το έργο υφίσταται ζημιές, καταστρέφεται ή δεν είναι πια λειτουργικό.

Τεχνική Υδρολογία

Βιβλιογραφία

- Τεχνική Υδρολογία, Λευθεριώτης Γεώργιος, Σημειώσεις Μαθήματος, Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος, Πανεπιστήμιο Πατρών, 2021.
- Τεχνική Υδρολογία, Σακκάς Ι.Γ., Τόμος 1, Υδρολογία Επιφανειακών Υδάτων, Εκδόσεις Αϊβάζης, 2007.
- Τεχνική Υδρολογία, Μιμίκου Μ.Α., Μπαλτάς Ε.Α. 6^η έκδοση, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 2018.
- Υδατικοί Πόροι II: Εφαρμογές Τεχνικής Υδρολογίας, Τσακίρης Γ., Βαγγέλης Χ. Εκδόσεις Συμμετρία, 2009.