Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος
Πολυτεχνική Σχολή
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

Σημειώσεις μαθήματος
ENE2310: Τεχνική Υδρολογία

Διάλεξη 10
01/06/2022

Βασιλική Συγγούνα
Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος
Πανεπιστήμιο Πατρών

Διόδευση Πλημμυρών

Οι πεδινές εκτάσεις οι οποίες βρίσκονται κοντά σε ποταμούς αποτελούν περιοχές ιδιαίτερης οικονομικής σημασίας, λόγω της γεωργικής αλλά και της βιομηχανικής ανάπτυξης.

Δυστυχώς, εκτός από τα πολλά πλεονεκτήματά της, η παρουσία ποταμών κοντά σε οικισμούς μπορεί να περιέχει σημαντικούς κινδύνους, όπως είναι η εμφάνιση πλημμυρικών φαινομένων.

Για το λόγο αυτό προκύπτει η ανάγκη λήψεων προστατευτικών μέτρων από τις πλημμύρες. Τα μέτρα αυτά μπορεί να είναι διευθέτηση της κοίτης των ποταμών ή των χειμάρρων, κατασκευή αναχωμάτων προστασίας, δημιουργία ταμιευτήρων αποθήκευσης κτλ.

Διόδευση Πλημμύρας ονομάζεται η τεχνική πρόβλεψης της εξέλιξης, στο χώρο και το χρόνο, μίας πλημμύρας μέσω ενός επιφανειακού υδροφορέα. Η τεχνική αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην πρόγνωση και τον έλεγχο μίας πλημμύρας σε πραγματικό χρόνο.

Διόδευση Πλημμυρών

Μεθοδολογίες επίλυσης

Οι μεθοδολογίες που χρησιμοποιούνται για τη διόδευση πλημμυρών είναι δύο. Η **Υδραυλική** και η **Υδρολογική**.

- Η **Υδραυλική** μέθοδος βασίζεται στη χρήση των εξισώσεων ασταθούς ροής σε ανοικτούς αγωγούς. (**Εξισώσεις Saint Venant**, Unsteady flow, μη μόνιμη ροή). Η εφαρμογή της μεθόδου αυτής παρουσιάζει στην πράξη πολλές δυσκολίες, κυρίως λόγω της συνεχούς μεταβολής της διατομής των ρευμάτων. Επίσης, η μέθοδος χρησιμοποιεί παραδοχές για την απλοποίηση των εξισώσεων, οι οποίες όμως μειώνουν την ακρίβεια και την αξιοπιστία της μεθόδου.

- Η **Υδρολογική** μέθοδος βασίζεται στην εξίσωση της συνέχειας και σε μία συνάρτηση για την αποθηκευτικότητα του συστήματος. Η υδρολογική μέθοδος είναι λιγότερο ακριβής από την υδραυλική, ενώ παρατηρούνται διαφορές αν η διέλευση μίας πλημμύρας γίνεται μέσω της **κοίτης ενός ποταμού** ή μέσω ενός **ταμιευτήρα**.

Διόδευση Πλημμυρών

Διόδευση Πλημμύρας μέσω Τμήματος Ποταμού (Μέθοδος Muskingum)

Κατά τη διέλευση πλημμύρας μέσω τμήματος ποταμού η κλίση της ελεύθερης επιφάνεια του νερού γενικά διαφέρει από την κλίση του πυθμένα του ποταμού. Η αποθήκευση στο εν λόγω τμήμα εξαρτάται από την εισροή, την εκροή, αλλά και από τα γεωμετρικά και υδραυλικά χαρακτηριστικά του τμήματος.

Λαμβάνεται υπόψη η παραδοχή ότι οι μέσες σχέσεις **παροχής - βάθους ροής** και **αποθήκευσης - βάθους ροής** είναι ίδιες για τις ακραίες διατομές του τμήματος.

Η μέθοδος χρησιμοποιεί μία απλοποιημένη μορφή της εξίσωσης συνέχειας σε ένα τμήμα ποταμού.

$$\boxed{I - Q = \frac{dS}{dt}} \qquad (1)$$

όπου: ***I*** είναι η εισροή στο τμήμα ποταμού

Q είναι η εκροή

S είναι η αποθήκευση στο τμήμα του ποταμού

t είναι ο χρόνος

Διόδευση Πλημμυρών

Διόδευση Πλημμύρας μέσω Τμήματος Ποταμού (Μέθοδος Muskingum)

Μετά από απλοποίηση, η παραπάνω σχέση παίρνει τη μορφή:

$$\boxed{S = K\left[x \cdot I + \left(1 - x\right)Q\right]} \qquad (2)$$

όπου: ***x*** είναι το βάρος συμμετοχής της εισροής στην αποθήκευση του τμήματος του ποταμού. Είναι αδιάστατος αριθμός και παίρνει τιμές μεταξύ 0 – 0.5.

Κ είναι μία σταθερά που εκφράζει το μέσο χρόνο που χρειάζεται η αιχμή της πλημμύρας για να διανύσει το τμήμα του ποταμού και έχει μονάδες χρόνου.

Για τον προσδιορισμό των παραμέτρων ***x*** και ***Κ*** γίνεται χρήση υδρογραφημάτων εισροής και εκροής. Με γνωστές τις τιμές των ***x*** και ***Κ***, η διαδικασία για τον υπολογισμό της διόδευσης περιγράφεται με τις παραπάνω εξισώσεις κατάλληλα μετασχηματισμένες σε πεπερασμένες διαφορές για χρονικό διάστημα **Δ*t***.

Διόδευση Πλημμυρών

Διόδευση Πλημμύρας μέσω Τμήματος Ποταμού (Μέθοδος Muskingum)

Εξισώσεις συνέχειας:
$$\boxed{S_{i+1} - S_i = \Delta t\left(\frac{I_i + I_{i+1}}{2} - \frac{Q_i + Q_{i+1}}{2}\right)} \qquad (3)$$

Εξισώσεις αποθήκευσης:
$$\boxed{S_{i+1} - S_i = K\left[x\left(I_{i+1} - I_i\right) + \left(1 - x\right)\left(Q_{i+1} - Q_i\right)\right]} \qquad (4)$$

Από το συνδυασμό των παραπάνω εξισώσεων προκύπτει η αναδρομική σχέση για τον υπολογισμό της εκροής, γνωστή σαν εξίσωση **Muskingum** :

$$\boxed{Q_{i+1} = C_0 I_{i+1} + C_1 I_i + C_2 Q_i} \qquad (5)$$

όπου:
$$\boxed{C_0 = \frac{-Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}} \quad \boxed{C_1 = \frac{Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}} \quad \boxed{C_2 = \frac{K - Kx - 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}} \qquad (6)$$

Για τους παραπάνω συντελεστές ισχύει ότι:
$$\boxed{C_0 + C_1 + C_2 = 1}$$

Διόδευση Πλημμυρών

Διόδευση Πλημμύρας μέσω Τμήματος Ποταμού (Μέθοδος Muskingum)

Η εφαρμογή της συγκεκριμένης διαδικασίας δίνει το υδρογράφημα εκροής. Για λόγους αριθμητικής ευστάθειας, για το χρονικό βήμα Δt πρέπει να ισχύει ότι:

$$\boxed{\Delta t < 2K\left(1-x\right)}$$

Η χρήση της μεθόδου θεωρεί μόνιμη και ομοιόμορφη ροή στο υδατόρευμα πριν την εμφάνιση της πλημμύρας. Η μέθοδος έχει αποδειχτεί ότι δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα για αριθμούς Froude μικρότερους από 0.5.

Οι παράμετροι ***x*** και ***K*** προσδιορίζονται μέσω της σχέσης:

$$\boxed{K=\frac{0.5\cdot\Delta t\left[\left(I_i+I_{i+1}\right)-\left(Q_i+Q_{i+1}\right)\right]}{x\left(I_{i+1}-I_i\right)+\left(1-x\right)\left(Q_{i+1}-Q_i\right)}} \qquad (7)$$

Σχεδιάζοντας σε γράφημα τις αθροιστικές τιμές αριθμητή και παρονομαστή για διάφορες τιμές του ***x***, προκύπτουν διάφορες καμπύλες. Επιλέγεται η τιμή του ***x*** για την οποία η καμπύλη που προκύπτει προσεγγίζεται με μία ευθεία.

Διόδευση Πλημμυρών

Διόδευση Πλημμύρας μέσω Τμήματος Ποταμού (Μέθοδος Muskingum)

Η παραπάνω μέθοδος για τον υπολογισμό των ***x*** και ***K*** δεν καταλήγει πάντα σε αποδεκτά αποτελέσματα.

Για το λόγο αυτό ο υπολογισμός των ***x*** και ***K*** μπορεί να γίνει με βάση τη γραμμική συσχέτιση των μεγεθών **S** και **[x·I+(1-x)·Q]** μέσω της εξίσωσης (2). Σχεδιάζεται για τις διάφορες τιμές του **x** το γράφημα των στιγμιαίων τιμών της αποθήκευσης **S** (κατακόρυφος άξονας) και της ποσότητας **[x·I+(1-x)·Q]** (οριζόντιος άξονας), και επιλέγεται η τιμή του ***x*** για την οποία η καμπύλη που προκύπτει προσεγγίζεται με ευθεία. Η τιμή του ***K*** είναι η κλίση της ευθείας που σχηματίζεται.

Οι δύο τύποι προβλημάτων που εξετάζονται με τη μέθοδο **Muskingum** είναι:

1. Δίνεται το υδρογράφημα εισόδου και οι παράμετροι ***x*** και ***K*** και ζητείται το υδρογράφημα εξόδου.
2. Δίνονται τα υδρογραφήματα εισόδου και εξόδου και ζητούνται οι τιμές των παραμέτρων ***x*** και ***K***.

Διόδευση Πλημμυρών

Διόδευση Πλημμύρας μέσω Τμήματος Ποταμού (Μέθοδος Muskingum)

<u>Τύπος προβλήματος 1</u>

Δίνεται το υδρογράφημα εισόδου και οι παράμετροι $\boldsymbol{x}$ και $\boldsymbol{K}$ και ζητείται το υδρογράφημα εξόδου.

<u>Τρόπος επίλυσης</u>

- Αρχικά υπολογίζονται οι συντελεστές $\boldsymbol{C_0}$, $\boldsymbol{C_1}$ και $\boldsymbol{C_2}$ μετά από αντικατάσταση των τιμών των $\boldsymbol{K}$, $\boldsymbol{x}$ και $\boldsymbol{\Delta t}$ στις εξισώσεις (6).
- Στη συνέχεια εφαρμόζουμε την εξίσωση **Muskingum** (εξίσωση 5) με γνωστές τις εισροές $\boldsymbol{I}$ για κάθε χρονική στιγμή.
- Η διόδευση πραγματοποιείται σε διαδοχικά χρονικά βήματα με χρήση του υπολογισμένου $\boldsymbol{Q_{i+1}}$ σαν $\boldsymbol{Q_i}$ στο επόμενο χρονικό βήμα.

Διόδευση Πλημμυρών

Διόδευση Πλημμύρας μέσω Τμήματος Ποταμού (Μέθοδος Muskingum)

<u>Τύπος προβλήματος 2</u>

Δίνονται τα υδρογραφήματα εισόδου και εξόδου και ζητούνται οι τιμές των παραμέτρων ***x*** και ***K***. Η επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος βασίζεται στη γραμμική συσχέτιση των μεγεθών ***S*** και **[*x*·*I*+(1-*x*)·*Q*]** μέσω της εξίσωσης (2).

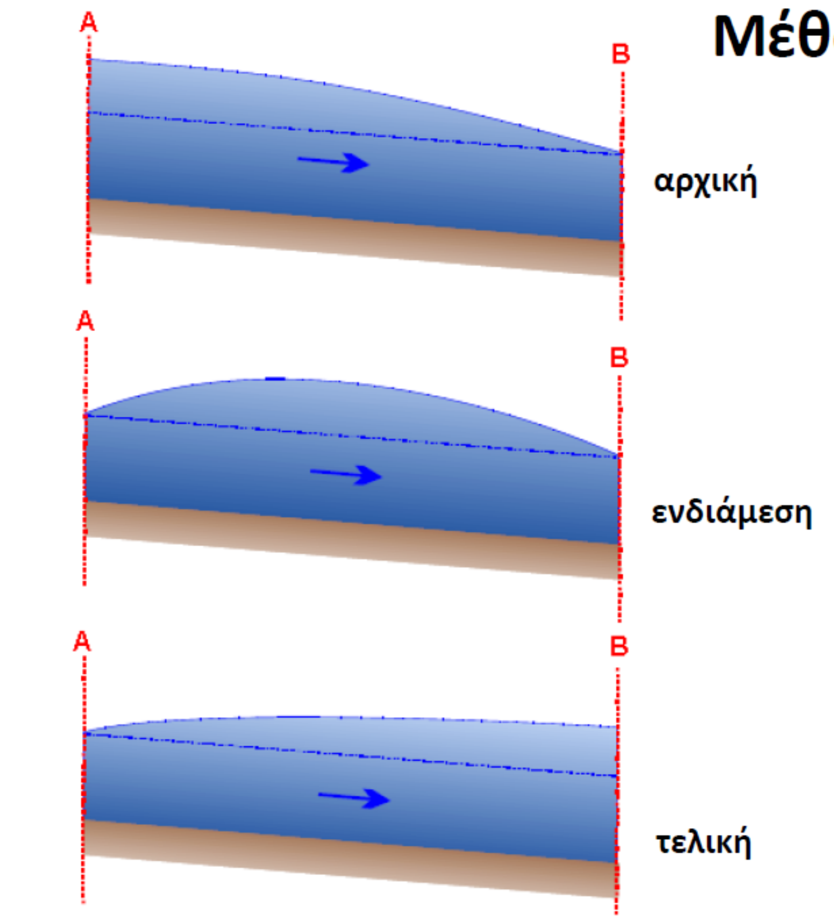
<u>Τρόπος επίλυσης</u>

- Η αποθήκευση **S** υπολογίζεται από την εξίσωση (3) για κάθε χρονική στιγμή με βάση την προηγούμενη τιμή της.
- Σχεδιάζουμε το γράφημα των τιμών της αποθήκευσης ***S*** (κατακόρυφος άξονας) και του μεγέθους **[*x*·*I*+(1-*x*)·*Q*]** (οριζόντιος άξονας) για διάφορες τιμές του ***x***.
- Επιλέγεται η τιμή του ***x*** για την οποία η καμπύλη που προκύπτει προσεγγίζεται με ευθεία.
- Η τιμή του ***K*** είναι η κλίση αυτής της ευθείας.

Διόδευση Πλημμυρών

Διόδευση Πλημμύρας μέσω Τμήματος Ποταμού (Μέθοδος Muskingum)

Μέθοδος Muskingum



Μορφή (profile) της ελεύθερης επιφάνειας του νερού στην αρχική, ενδιάμεση και τελική φάση της διοδεύσεως, ανάμεσα στις διατομές A και B

<u>Παράδειγμα 1 (ΤΥΠΟΣ 1):</u> Να γίνει διόδευση του πλημμυρογραφήματος που δίνεται στη στήλη (2) του παρακάτω Πίνακα, με δεδομένα x=0.2 και K=2 μέρες. Το χρονικό βήμα των δεδομένων εισόδου είναι 1 ημέρα και μονάδες μέτρησης m^3/s. Να υποτεθεί ότι στις 16/3 η εισροή είναι ίση με την εκροή.

Λύση:

Υπολογίζονται οι συντελεστές Muskingum C_0, C_1, C_2 με αντικατάσταση των τιμών x, K και Δt

$$C_0 = \frac{-Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t} = \frac{-2\cdot 0.2 + 0.5\cdot 1}{2 - 2\cdot 0.2 + 0.5\cdot 1} \simeq 0.048$$

$$C_1 = \frac{Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t} = \frac{2\cdot 0.2 + 0.5\cdot 1}{2 - 2\cdot 0.2 + 0.5\cdot 1} = \frac{0.9}{2.1} \simeq 0.428$$

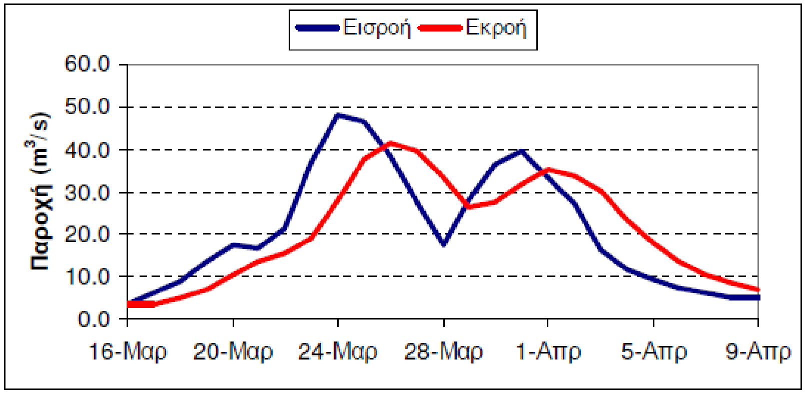
$$C_2 = \frac{K - Kx - 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t} = \frac{2 - 2\cdot 0.2 - 0.5\cdot 1}{2 - 2\cdot 0.2 + 0.5\cdot 1} = \frac{1.1}{2.1} \simeq 0.524$$

Ο έλεγχος δίνει:

$$C_0 + C_1 + C_2 = 1$$

Ημερομηνία	Εισροή (I)
16-Μαρ	3.4
17-Μαρ	6.1
18-Μαρ	9
19-Μαρ	13.4
20-Μαρ	17.3
21-Μαρ	16.8
22-Μαρ	21.3
23-Μαρ	36.9
24-Μαρ	48.1
25-Μαρ	46.3
26-Μαρ	38.4
27-Μαρ	27.6
28-Μαρ	17.4
29-Μαρ	27.8
30-Μαρ	36.2
31-Μαρ	39.4
1-Απρ	33.1
2-Απρ	27.1
3-Απρ	16.4
4-Απρ	11.8
5-Απρ	9.2
6-Απρ	7.5
7-Απρ	6.3
8-Απρ	5
9-Απρ	4.9

$$Q_{i+1} = C_0 I_{i+1} + C_1 I_i + C_2 Q_i$$



Ημερομηνία	Εισροή, (I_i)	$C_0 I_{i+1}$	$C_1 I_i$	$C_2 Q_i$	Εκροή, Q_i
16-Μαρ	3.4				3.4
17-Μαρ	6.1	0.3	1.5	1.8	3.5
18-Μαρ	9	0.4	2.6	1.8	4.9
19-Μαρ	13.4	0.6	3.9	2.6	7.1
20-Μαρ	17.3	0.8	5.7	3.7	10.3
21-Μαρ	16.8	0.8	7.4	5.4	13.6
22-Μαρ	21.3	1.0	7.2	7.1	15.3
23-Μαρ	36.9	1.8	9.1	8.0	18.9
24-Μαρ	48.1	2.3	15.8	9.9	28.0
25-Μαρ	46.3	2.2	20.6	14.7	37.5
26-Μαρ	38.4	1.8	19.8	19.6	41.3
27-Μαρ	27.6	1.3	16.4	21.6	39.4
28-Μαρ	17.4	0.8	11.8	20.6	33.3
29-Μαρ	27.8	1.3	7.4	17.4	26.2
30-Μαρ	36.2	1.7	11.9	13.7	27.4
31-Μαρ	39.4	1.9	15.5	14.3	31.7
1-Απρ	33.1	1.6	16.9	16.6	35.1
2-Απρ	27.1	1.3	14.2	18.4	33.8
3-Απρ	16.4	0.8	11.6	17.7	30.1
4-Απρ	11.8	0.6	7.0	15.8	23.4
5-Απρ	9.2	0.4	5.1	12.2	17.7
6-Απρ	7.5	0.4	3.9	9.3	13.6
7-Απρ	6.3	0.3	3.2	7.1	10.6
8-Απρ	5	0.2	2.7	5.6	8.5
9-Απρ	4.9	0.2	2.1	4.5	6.8

<u>Παράδειγμα 2 (ΤΥΠΟΣ 2):</u> Στις στήλες 1, 2, και 3 του πίνακα που ακολουθεί δίνονται οι τιμές του χρόνου t ανά 6hr, οι μετρημένες τιμές εισροής I, γεγονότος πλημμύρας στη διατομή ελέγχου (1) και οι μετρημένες τιμές της εκροής Q, στη διατομή ελέγχου (2), αντίστοιχα. Ζητούνται οι τιμές των παραμέτρων x και K.

Λύση:

Οι παράμετροι ***x*** και ***K*** προσδιορίζονται μέσω της σχέσης (7):

$$K=\frac{0.5\cdot\Delta t\left[\left(I_i+I_{i+1}\right)-\left(Q_i+Q_{i+1}\right)\right]}{x\left(I_{i+1}-I_i\right)+\left(1-x\right)\left(Q_{i+1}-Q_i\right)}=\frac{\mathrm{A}}{\Pi}$$

ή από $$S_t=S_0+\int_0^t\left(I-Q\right)dt$$

Θα σχεδιάσουμε σε γράφημα τις αθροιστικές τιμές αριθμητή και παρονομαστή για διάφορες τιμές του x, όπου θα προκύψουν διάφορες καμπύλες.

Στη στήλη (4): υπολογίζουμε το ΣΑ, δηλ. <u>τις αθροιστικές τιμές του αριθμητή της σχέσης (7)</u>

Στις στήλες (5,6,7): υπολογίζουμε <u>το άθροισμα ΣΠ των ζυγισμένων τιμών</u> $xI+(1-x)Q$ <u>του παρανομαστή</u> για τις δοκιμαστικές τιμές x=0.2, 0.3, 0.4

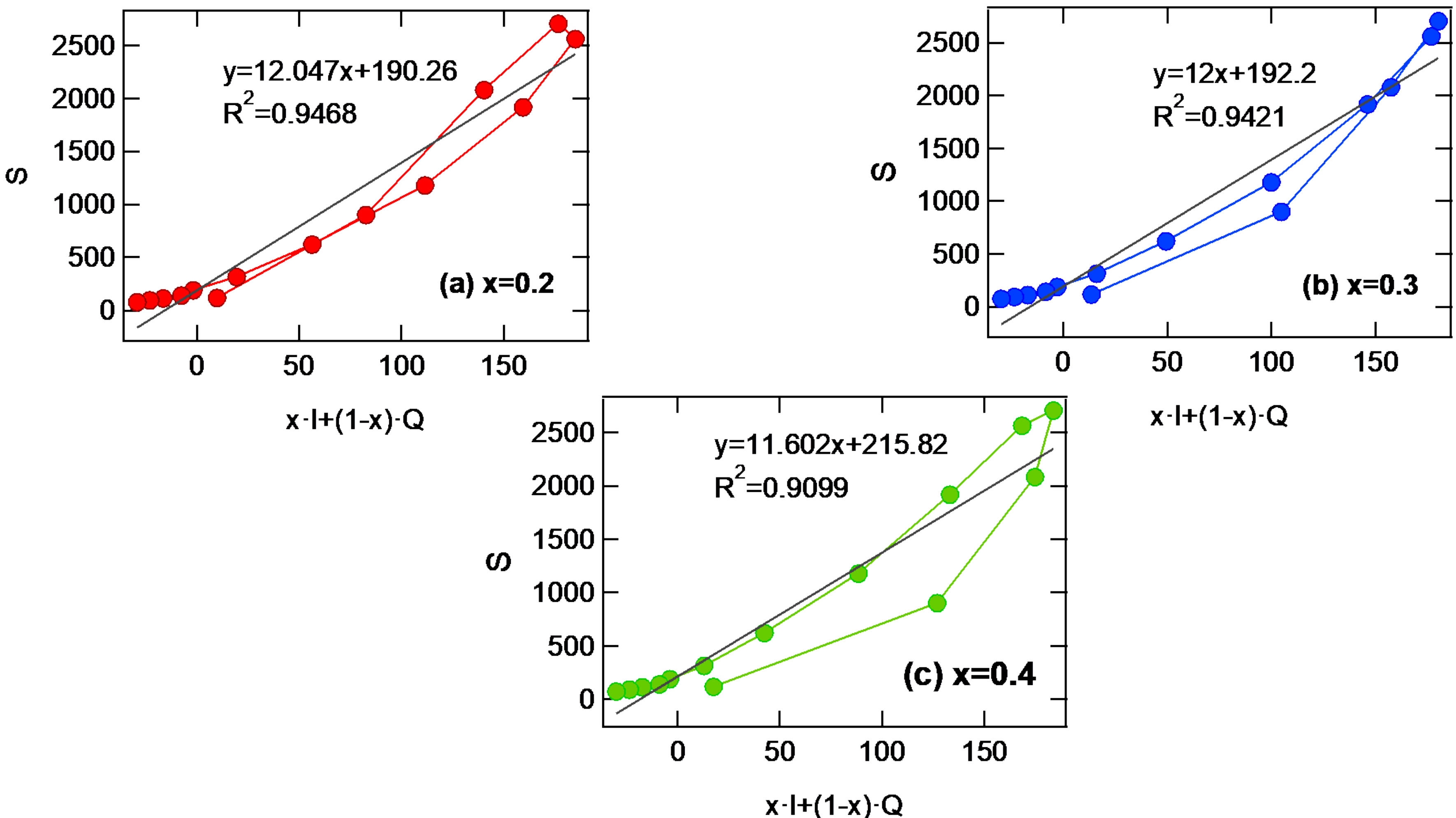
(1)	(2)	(3)
t	**I**	**Q**
(hr)	**(m^3/s)**	**(m^3/s)**
0	70.4	70.4
6	112	72
12	329.6	108.8
18	348.8	176
24	275.2	240
30	188.8	272
36	124.8	256
42	89.6	204.8
48	70.4	140.8
54	64	96
60	60.8	70.4
66	57.6	64
72	51.2	54.4
78	44.8	48
84	38.4	41.6

Δt=6hrs

$$S_i = 0.5 \cdot \Delta t\left[\left(I_i + I_{i+1}\right) - \left(Q_i + Q_{i+1}\right)\right]$$

(1)	(2)	(3)	(4)	$x\left(I_{i+1} - I_i\right) + \left(1 - x\right)\left(Q_{i+1} - Q_i\right)$		
t	**I**	**Q**	**S_i (m^3 hr/s)**	**x=0.2**	**x=0.3**	**x=0.4**
(hr)	**(m^3/s)**	**(m^3/s)**				
0	70.4	70.4	120	9.6	13.6	17.6
6	112	72	902.4	82.6	104.6	126.7
12	329.6	108.8	2083.2	140.2	157.4	174.7
18	348.8	176	2707.2	176.6	180.2	183.7
24	275.2	240	2563.2	185.0	176.6	168.3
30	188.8	272	1920	159.4	146.2	133.1
36	124.8	256	1180.8	111.4	99.8	88.3
42	89.6	204.8	624	56.3	49.3	42.2
48	70.4	140.8	316.8	19.2	16.0	12.8
54	64	96	192	-1.9	-2.9	-3.8
60	60.8	70.4	144	-7.7	-8.3	-9.0
66	57.6	64	115.2	-16.6	-17.0	-17.3
72	51.2	54.4	96	-23.0	-23.4	-23.7
78	44.8	48	76.8	-29.4	-29.8	-30.1
84	38.4	41.6				

Ο υπολογισμός των ***x*** και ***K*** μπορεί να γίνει με βάση τη γραμμική συσχέτιση των μεγεθών **S** και **[x·I+(1-x)·Q]**. Σχεδιάζεται για τις διάφορες τιμές του **x** το γράφημα των στιγμιαίων τιμών της αποθήκευσης **S** (κατακόρυφος άξονας) (στήλη 4) και της ποσότητας **[x·I+(1-x)·Q]** (οριζόντιος άξονας) (στήλες 5,6,7), και επιλέγεται η τιμή του ***x*** για την οποία η καμπύλη που προκύπτει προσεγγίζεται με ευθεία. Η τιμή του ***K*** είναι η κλίση της ευθείας που σχηματίζεται.



Παρατηρείται, ότι η ποιο στενή αναδιπλούμενη καμπύλη στο διάγραμμα, προκύπτει για **x=0.2**.

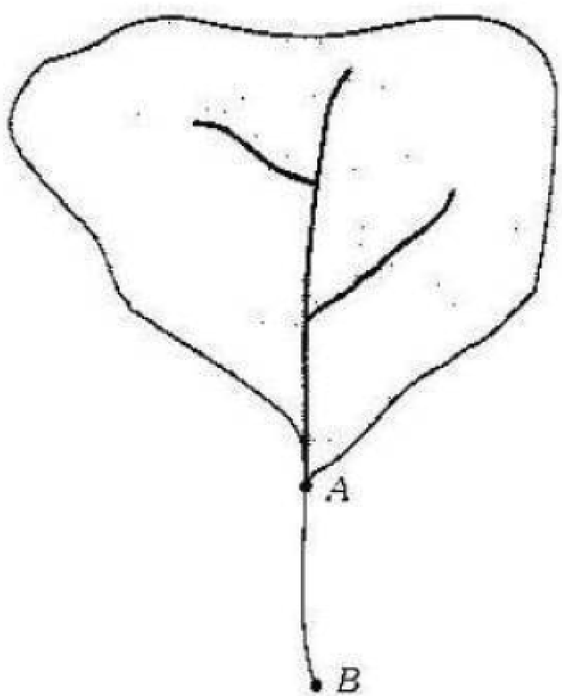
Η παράμετρος Κ υπολογίζεται ως η κλίση της προσεγγιστικής ευθείας στην καμπύλη αυτή, ίση με: **K=12 hr**

Η παράμετρος Κ αντιστοιχεί στο μέσο χρόνο διαδρομής της αιχμής της πλημμύρας από τη διατομή ελέγχου (1) (εισροή, Ι) στη διατομή ελέγχου (2) (εκροή, Q).

Πράγματι στη στήλη (2) του πίνακα η **αιχμή εισροής** είναι ίση με **348.8 m^3/s** και εκδηλώνεται τη **18^η ώρα**, ενώ η αιχμή της εκροής είναι ίση με **272 m^3/s** και εκδηλώνεται την **30^η ώρα**, δηλαδή η διαφορά τους είναι 12 hr, όπως υπολογίσθηκε παραπάνω.

t	**I**	**Q**
(hr)	**(m3/s)**	**(m3/s)**
0	70.4	70.4
6	112	72
12	329.6	108.8
18	**348.8**	176
24	275.2	240
30	188.8	**272**
36	124.8	256
42	89.6	204.8
48	70.4	140.8
54	64	96
60	60.8	70.4
66	57.6	64
72	51.2	54.4
78	44.8	48
84	38.4	41.6

<u>Παράδειγμα 3 (ΤΥΠΟΣ 1):</u> Στην έξοδο Α λεκάνης απορροής δίνεται το υδρογράφημα πλημμύρας. Στη θέση Β κατάντη του Α ζητείται η παροχή σχεδιασμού Q_{max} του υδατορεύματος.
Η διόδευση να γίνει με τη μέθοδο Muskingum. Δίνονται επίσης: συντελεστής x=0.22, χρονική απόσταση K=2hr, χρονικό βήμα διόδευσης Δt=1 hr.



Η λεκάνη απορροής και το τμήμα ΑΒ του υδατορεύματος.

t (hr)	I (m^3/s)
0	0
1	14
2	74
3	147
4	224
5	334
6	453
7	527
8	488
9	409
10	336
11	284
12	233
13	200
14	160
15	135
16	98
17	74
18	58
19	46
20	32
21	20
22	10
23	3
24	0

Λύση:

$$Q_{i+1} = C_0 I_{i+1} + C_1 I_i + C_2 Q_i$$

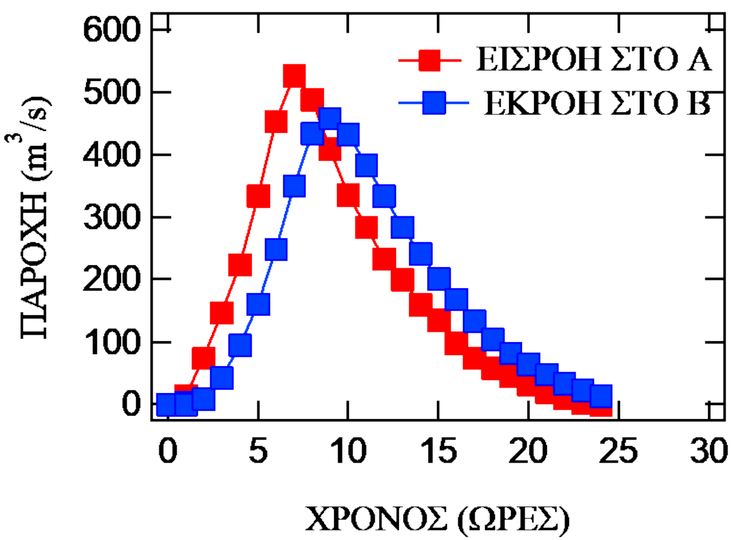
Πρώτα προσδιορίζονται οι ποσότητες C_1, C_2, C_3.

$$C_0 = \frac{-Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t} = \frac{-2 \cdot 0.22 + 0.5 \cdot 1}{2 - 2 \cdot 0.22 + 0.5 \cdot 1} \simeq 0.029$$

$$C_1 = \frac{Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t} = \frac{2 \cdot 0.22 + 0.5 \cdot 1}{2 - 2 \cdot 0.22 + 0.5 \cdot 1} = \frac{0.94}{2.06} \simeq 0.456$$

$$C_2 = \frac{K - Kx - 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t} = \frac{2 - 2 \cdot 0.22 - 0.5 \cdot 1}{2 - 2 \cdot 0.22 + 0.5 \cdot 1} = \frac{1.06}{2.06} \simeq 0.515$$

Ο έλεγχος δίνει: $C_0 + C_1 + C_2 = 1$



t (hr)	I (m^3/s)	Q (m^3/s)
0	0	0
1	14	0.4
2	74	8.7
3	147	42.5
4	224	95.4
5	334	161
6	453	248.3
7	527	349.7
8	488	434.6
9	409	458.2
10	336	432.2
11	284	384
12	233	334
13	200	284.1
14	160	242.1
15	135	201.6
16	98	168.2
17	74	133.5
18	58	104.2
19	46	81.4
20	32	63.8
21	20	48
22	10	34.2
23	3	22.2
24	0	12.8

<u>Παράδειγμα 4:</u> Στον ακόλουθο πίνακα 1 φαίνονται τα υδρογραφήματα 2 σταθμών υδρομετρήσεων κατα μήκος ενός ποταμού που αναφερονται σε ένα πλημμυρικό γεγονός. Ζητούνται:

α). Οι σταθερές Κ και x της μεθόδου Muskingum που αναφέρονται στο τμήμα μεταξύ των δύο σταθμών.

β). Να γίνει η διόδευση της πλημμύρας που φαίνεται στον πίνακα 2 διαμέσου του τμήματος μεταξύ των σταθμών.

Δίνεται ότι κατα την αρχή της πλημμύρας η παροχή στον κατάντη σταθμό ήταν 14,3 m^3/sec .

Πίνακας 1: Υδρογράφημα των 2 σταθμών για δεδομένη πλημμύρα

ΧΡΟΝΟΣ (ΗΜΕΡΕΣ)	**1η**	**2η**	**3η**	**4η**	**5η**	**6η**	**7η**	**8η**	**9η**	**10η**	**11η**	**12η**	**13η**
ΠΑΡΟΧΗ ΣΤΑΘΜΟΥ Ι (m^3/sec)	15.5	18.4	24.1	33.1	56.6	58.1	49.8	39.4	33.4	24.6	18.7	14.4	12
ΠΑΡΟΧΗ ΣΤΑΘΜΟΥ ΙΙ (m^3/sec)	14.3	15.9	18.6	24.5	36	52.8	55.3	48.4	39.7	31.9	26.8	19	13.4

Πίνακας 2: Υδρογράφημα 1ου σταθμού

ΧΡΟΝΟΣ (ΩΡΕΣ)	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108
ΠΑΡΟΧΗ ΣΤΑΘΜΟΥ Ι (m^3/sec)	15	19,1	26,4	36,5	44,8	47,2	45	41,2	37,2	35,5
ΧΡΟΝΟΣ (ΩΡΕΣ)	120	132	144	156	168	180	192	204		
ΠΑΡΟΧΗ ΣΤΑΘΜΟΥ Ι (m^3/sec)	33,6	31,7	29	27,4	26,1	24,5	23	21,7		

Λύση:

α). Οι σταθερές Κ και x συνδέονται με τη σχέση (7):

$$K=\frac{0.5\cdot\Delta t\left[\left(I_i+I_{i+1}\right)-\left(Q_i+Q_{i+1}\right)\right]}{x\left(I_{i+1}-I_i\right)+\left(1-x\right)\left(Q_{i+1}-Q_i\right)}=\frac{\mathrm{A}}{\Pi}$$

όπου I η παροχή στο σταθμό I (m^3/sec)

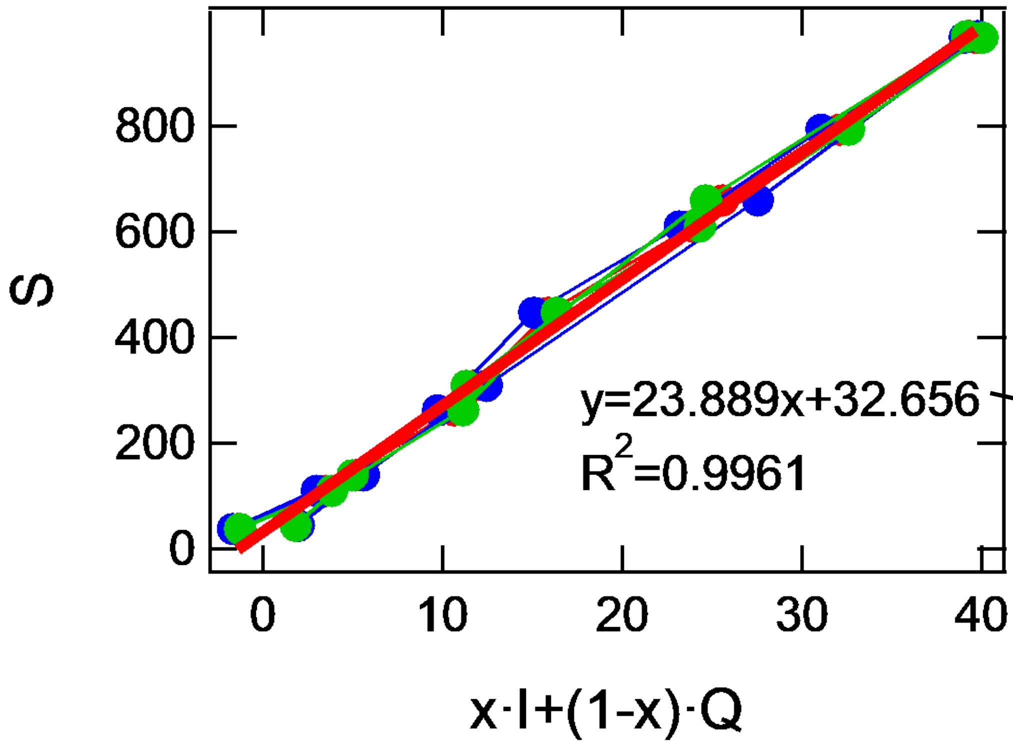
Q η παροχή στο σταθμό II (m^3/sec)

Δt το χρονικό βήμα μετρήσεων (hr)

Υπολογίζονται οι αθροιστικές τιμές του αριθμητή Α και παρανομαστή Π για διάφορες τιμές του x.

Αν παρασταθούν γραφικά και για κάθε x προκύπτουν οι αναδιπλούμενες καμπύλες του σχήματος παρακάτω. Εκεί φαίνεται ότι η τιμή του x, για την οποία η αναδιπλούμενη καμπύλη είναι πιο ομαλή και τείνει να εκφυλιστεί σε ευθύγραμμο τμήμα είναι **x = 0,20**.

				$x\left(I_{i+1}-I_i\right)+\left(1-x\right)\left(Q_{i+1}-Q_i\right)$		
t	**I**	**Q**	**S_i (m^3 hr/s)**	**0.2*I+0.8 *Q**	**0.3*I+0. 7*Q**	**0.15*I+0 .85***
(hr)	**(m^3/s)**	**(m^3/s)**				**Q**
0	15.5	14.3	44.4	1.86	1.99	1.80
24	18.4	15.9	140.4	5.16	5.59	4.95
48	24.1	18.6	309.6	11.68	12.42	11.31
72	33.1	24.5	660	25.58	27.52	24.61
96	56.6	36	970.8	39.32	39.73	39.12
120	58.1	52.8	968.4	39.66	38.99	40.00
144	49.8	55.3	794.4	32.06	31.04	32.57
168	39.4	48.4	610.8	23.90	23.15	24.28
192	33.4	39.7	447.6	15.90	15.05	16.33
216	24.6	31.9	262.8	10.64	9.71	11.11
240	18.7	26.8	110.4	3.54	2.96	3.83
264	14.4	19	38.4	-1.42	-1.68	-1.29
288	12	13.4				



για **x = 0,20**

Η τιμή του K θα είναι η κλίση της προσεγγιστικής ευθείας: **K=24hr**

β) Η διόδευση θα γίνει με τη βοήθεια της σχέσης:

$$Q_{i+1} = C_0 I_{i+1} + C_1 I_i + C_2 Q_i$$

Υπολογίζονται οι συντελεστές Muskingum C_0,C_1,C_2 με αντικατάσταση των τιμών x=0.2, K=24 και Δt=12.

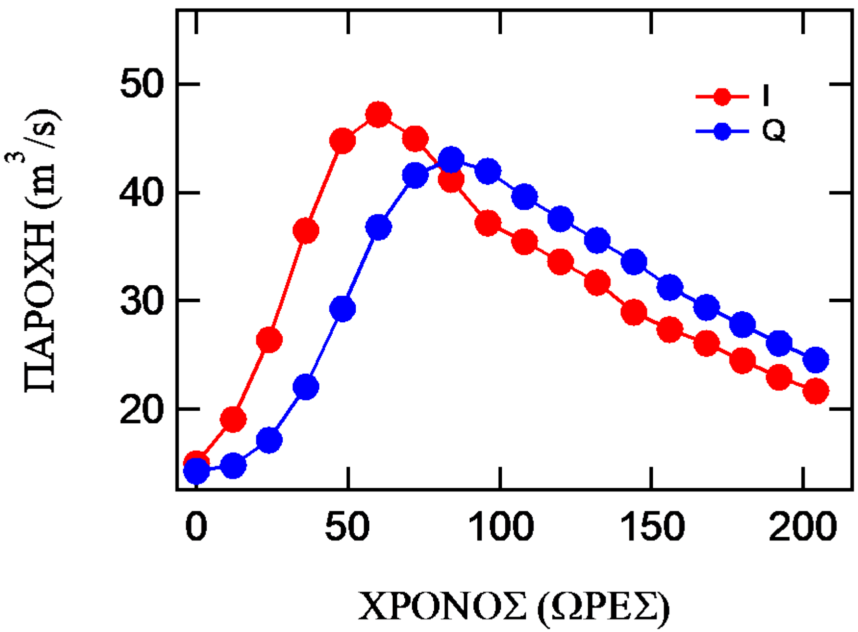
$$Q_{i+1} = C_0 I_{i+1} + C_1 I_i + C_2 Q_i$$

$$C_0 = \frac{-Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t} = \frac{-24\cdot 0.2 + 0.5\cdot 12}{24 - 24\cdot 0.2 + 0.5\cdot 12} = \frac{1.2}{25.2} \simeq 0.047$$

$$C_1 = \frac{Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t} = \frac{24\cdot 0.2 + 0.5\cdot 12}{24 - 24\cdot 0.2 + 0.5\cdot 12} = \frac{10.8}{25.2} \simeq 0.429$$

$$C_2 = \frac{K - Kx - 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t} = \frac{24 - 24\cdot 0.2 - 0.5\cdot 12}{24 - 24\cdot 0.2 + 0.5\cdot 12} = \frac{13.2}{25.2} \simeq 0.524$$

t (hr)	Εισροή m^3/s, (I_i)	$\boxed{C_0 I_{i+1}}$	$\boxed{C_1 I_i}$	$\boxed{C_2 Q_i}$	Εκροή m^3/s, Q_i
0	15.0				14.3
12	19.1	0.9	6.4	7.5	14.8
24	26.4	1.2	8.2	7.8	17.2
36	36.5	1.7	11.3	9.0	22.1
48	44.8	2.1	15.7	11.6	29.3
60	47.2	2.2	19.2	15.4	36.8
72	45.0	2.1	20.2	19.3	41.6
84	41.2	1.9	19.3	21.8	43.1
96	37.2	1.7	17.7	22.6	42.0
108	35.5	1.7	16.0	22.0	39.6
120	33.6	1.6	15.2	20.8	37.6
132	31.7	1.5	14.4	19.7	35.6
144	29.0	1.4	13.6	18.7	33.6
156	27.4	1.3	12.4	17.6	31.3
168	26.1	1.2	11.8	16.4	29.4
180	24.5	1.2	11.2	15.4	27.8
192	23.0	1.1	10.5	14.5	26.1
204	21.7	1.0	9.9	13.7	24.6



Τεχνική Υδρολογία

Βιβλιογραφία

- Τεχνική Υδρολογία, Λευθεριώτης Γεώργιος, Σημειώσεις Μαθήματος, Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος, Πανεπιστήμιο Πατρών, 2021.
- Τεχνική Υδρολογία, Σακκάς Ι.Γ., Τόμος 1, Υδρολογία Επιφανειακών Υδάτων, Εκδόσεις Αϊβάζης, 2007.
- Τεχνική Υδρολογία, Μιμίκου Μ.Α., Μπαλτάς Ε.Α. 6η έκδοση, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 2018.
- Υδατικοί Πόροι ΙΙ: Εφαρμογές Τεχνικής Υδρολογίας, Τσακίρης Γ., Βαγγέλης Χ. Εκδόσεις Συμμετρία, 2009.