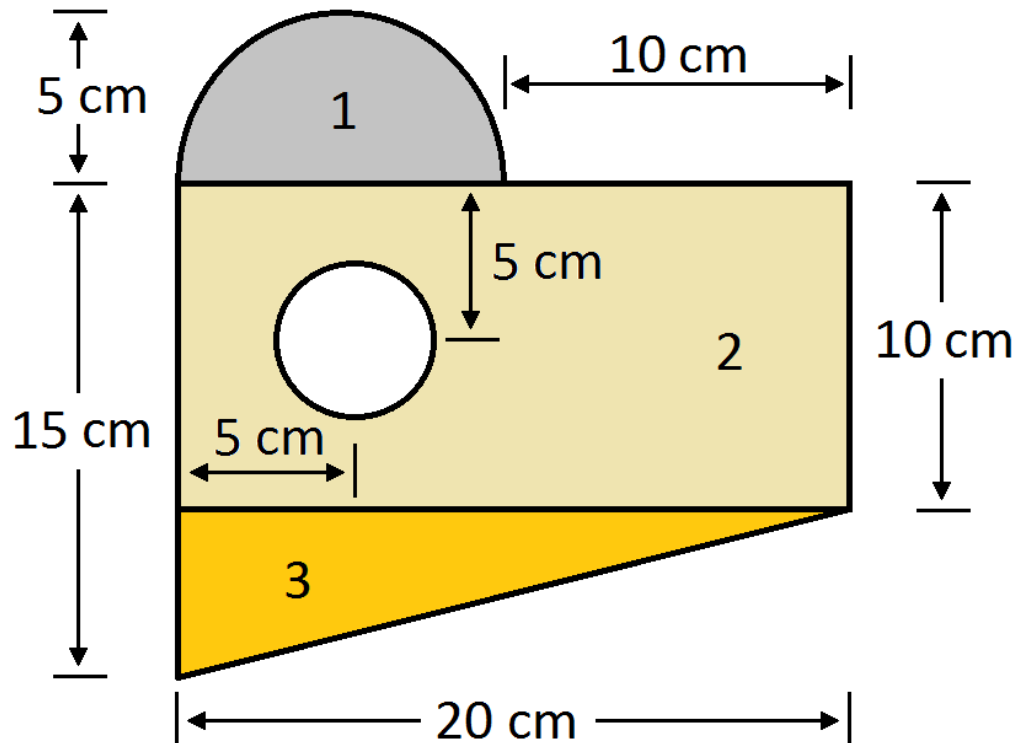


Τεχνική Μηχανική

Άσκηση 6

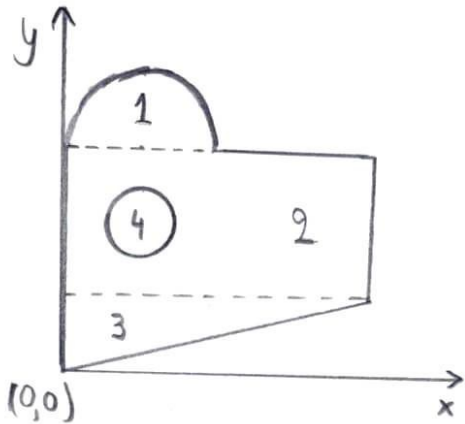
Να προσδιοριστεί το κέντρο βάρους του παρακάτω σώματος ενιαίου πάχους t που αποτελείται από τρία διαφορετικά υλικά αν η διάμετρος της οπής είναι $D = 5 \text{ cm}$ και τα ειδικά βάρη των υλικών είναι $\gamma_1 = 78,5 \text{ kN/m}^3$, $\gamma_2 = 87,6 \text{ kN/m}^3$ και $\gamma_3 = 66,7 \text{ kN/m}^3$.



Άσκηση 6 Τεχνική Μηχανική

Το σώμα αποτελείται από 3 διαφορετικά υλικά, άρα το κέντρο βάρους και το κέντρο μάζας δεν θα συμπίπτουν.

Το σώμα θα χωριστεί σε επιμέρους σώματα:



Θεωρούμε την κάτω αριστερή γωνία σαν αρχή των αξόνων.

1: Ημισύγιο, 2: ορθογώνιο, 3: τρίγωνο, 4: κύβλος (αφαίρεση από το 2)

Υπολογίζουμε τις επιφάνειες

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot \eta \cdot \frac{D_1^2}{4} = \frac{1}{2} \eta \cdot \frac{(10 \text{ cm})^2}{4} = 39,27 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 20 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 200 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 50 \text{ cm}^2$$

$$A_4 = \frac{\eta D_4^2}{4} = \frac{\eta (5 \text{ cm})^2}{4} = 19,63 \text{ cm}^2$$

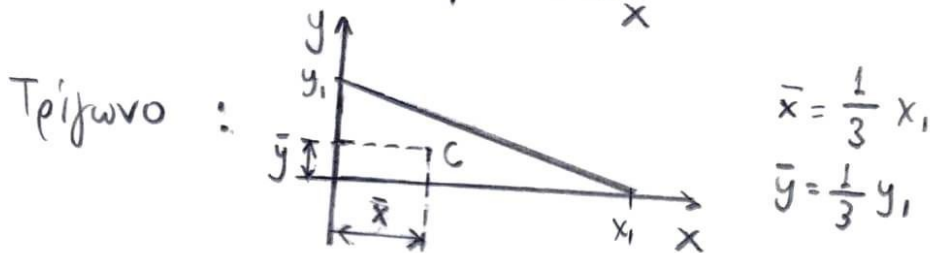
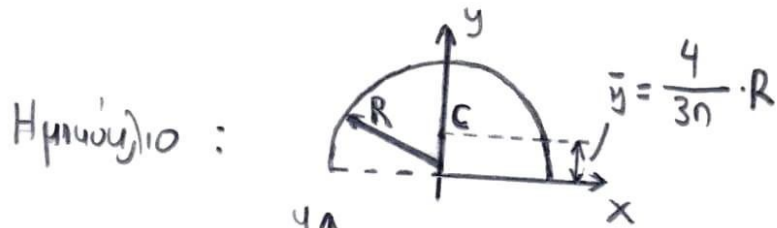
Έπειτα υπολογίζουμε τις συντεταγμένες του κέντρου βάρους των επιμέρους επιφανειών

Επιφάνεια 1: $\bar{x}_1 = 5 \text{ cm}$, $\bar{y}_1 = 15 \text{ cm} + \frac{4}{3n} R_1 = 15 \text{ cm} + \frac{4}{3n} 5 \text{ cm} = 17,12 \text{ cm}$

Επιφάνεια 2: $\bar{x}_2 = 10 \text{ cm}$, $\bar{y}_2 = 10 \text{ cm}$

Επιφάνεια 3: $\bar{x}_3 = \frac{1}{3} 20 \text{ cm} = 6,67 \text{ cm}$, $\bar{y}_3 = \frac{2}{3} 5 \text{ cm} = 3,33 \text{ cm}$

Επιφάνεια 4: $\bar{x}_4 = 5 \text{ cm}$, $\bar{y}_4 = 10 \text{ cm}$



$$\bar{x} = \frac{1}{3} x_1$$

$$\bar{y} = \frac{1}{3} y_1$$

Τέλος, υπολογίζουμε τις συντεταγμένες του κέντρου βάρους ολόκληρου του σώματος, λαμβάνοντας υπόψη τα διαφορετικά είδη βάρη των υλικών.

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i \gamma_i A_i}{\sum \gamma_i A_i} = \frac{\bar{x}_1 \cdot \gamma_1 \cdot A_1 + \bar{x}_2 \cdot \gamma_2 \cdot A_2 + \bar{x}_3 \cdot \gamma_3 \cdot A_3 - \bar{x}_4 \cdot \gamma_4 \cdot A_4}{\gamma_1 A_1 + \gamma_2 A_2 + \gamma_3 A_3 - \gamma_4 A_4} =$$

$$= \frac{5 \text{ cm} \cdot 78,5 \text{ kN/m}^3 \cdot 39,27 \text{ cm}^2 + 10 \cdot 87,6 \cdot 200 + 6,67 \cdot 66,7 \cdot 50 - 5 \cdot 87,6 \cdot 19,63}{78,5 \cdot 39,27 + 87,6 \cdot 200 + 66,7 \cdot 50 - 87,6 \cdot 19,63} =$$

$$= \frac{204259,985}{22218,107} \Rightarrow \boxed{\bar{x} = 9,193 \text{ cm}}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i \gamma_i A_i}{\sum \gamma_i A_i} = \frac{17,12 \cdot 78,5 \cdot 39,27 + 10 \cdot 87,6 \cdot 200 + 3,33 \cdot 66,7 \cdot 50 - 10 \cdot 87,6 \cdot 19,63}{22218,107} \Rightarrow \boxed{\bar{y} = 9,987 \text{ cm}}$$