«Εφαρμοσμένη Υδραυλική»

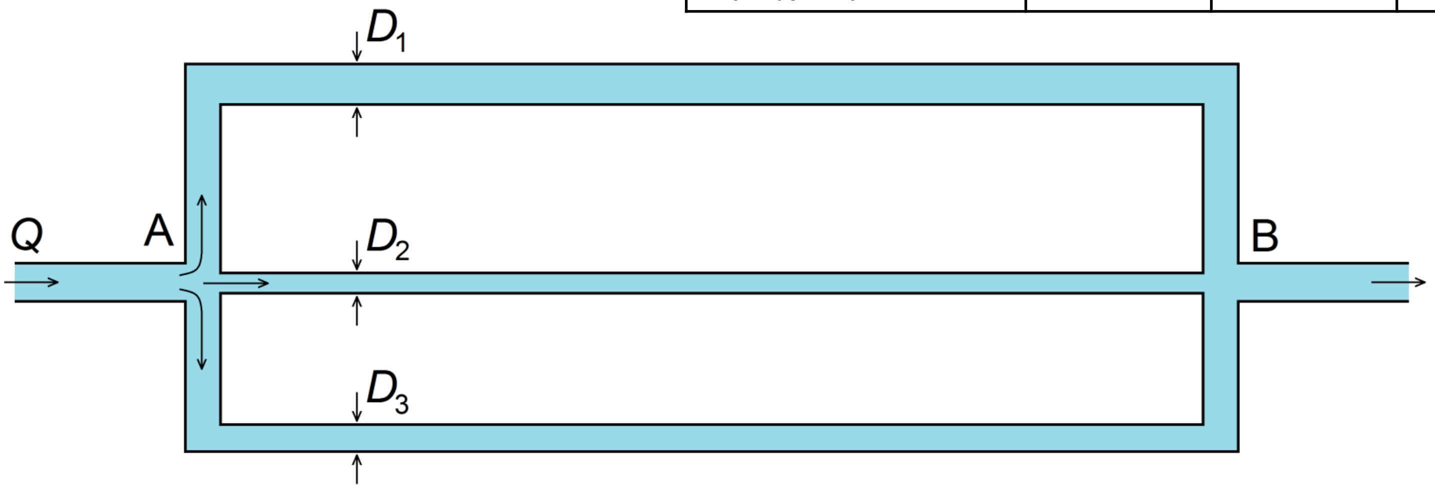
Άσκηση 4
Κλειστοί Αγωγοί

Λευθεριώτης Γεώργιος
Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος
Πανεπιστήμιο Πατρών

Άσκηση 4

Να υπολογιστούν οι παροχές στους τρεις παράλληλους αγωγούς και η συνολική παροχή του συστήματος αν η πίεση στη διατομή A είναι 71,6 kN/m^2 και η πίεση στη διατομή B είναι 49 KN/m^2. Τα υψόμετρα στις διατομές A και B είναι z_A = 40 m και z_B = 35 m, ενώ για τις διαμέτρους εισόδου και εξόδου ισχύει ότι $D_A = D_B$. Οι τοπικές απώλειες να θεωρηθούν αμελητέες. Το κινηματικό ιξώδες του νερού είναι $\nu = 1{,}02 \times 10^{-6}$ m^2/sec και η πυκνότητα του νερού ρ = 1000 kg/m^3.

Αγωγός	**1**	**2**	**3**
Μήκος (m)	300	460	620
Διάμετρος (cm)	30	15	25
Τραχύτητα (mm)	0,3	0,3	0,5



Άσκηση 4

Λύση

Στους παράλληλους αγωγούς ισχύει ότι το άθροισμα τον παροχών σε κάθε αγωγό είναι ίσο με τη συνολική παροχή του συστήματος:

$$\boxed{Q = Q_1 + Q_2 + Q_3}$$

Επίσης στους παράλληλους αγωγούς ισχύει ότι οι απώλειες φορτίου είναι ίσες σε όλους τους αγωγούς :

$$\boxed{h_{L_{A-B}} = h_{L_1} = h_{L_2} = h_{L_3}}$$

Επειδή οι τοπικές απώλειες θεωρούνται αμελητέες η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$\boxed{h_{f_{A-B}} = h_{f_1} = h_{f_2} = h_{f_3}}$$

Άσκηση 4

Λύση

Εφαρμόζουμε την εξίσωση ενέργειας μεταξύ των διατομών A και B και έχουμε:

$$\frac{p_A}{\gamma}+z_A+\frac{V_A^2}{2g}=\frac{p_B}{\gamma}+z_B+\frac{V_B^2}{2g}+h_{L(A-B)}$$

Αφού για τις διατομές εισόδου και εξόδου ισχύει ότι $D_A = D_B$ τότε θα ισχύει $V_A = V_B$. Επίσης οι τοπικές απώλειες είναι αμελητέες. Άρα η εξίσωση της ενέργειας γίνεται :

$$\frac{p_A}{\gamma}+z_A=\frac{p_B}{\gamma}+z_B+h_{f(A-B)}\Rightarrow h_{f(A-B)}=\frac{p_A}{\gamma}+z_A-\frac{p_B}{\gamma}-z_B\Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_{f(A-B)}=\frac{71{,}6\cdot 10^3}{9810}+40-\frac{49\cdot 10^3}{9810}-35\Rightarrow \boxed{h_{f(A-B)}=7{,}3\ m}$$

όπου

$$\gamma=\rho\cdot g=9810\ \ N/m^3$$

Όπως είπαμε, στους παράλληλους αγωγούς ισχύει ότι οι απώλειες φορτίου είναι ίσες σε όλους τους αγωγούς. Άρα θα ισχύει ότι: $\boxed{h_{f_{A-B}}=h_{f_1}=h_{f_2}=h_{f_3}=7{,}3\ \text{m}}$

Κάθε αγωγός επιλύεται ξεχωριστά σαν πρόβλημα τύπου II

Εφαρμοσμένη Υδραυλική

Άσκηση 4

Λύση

<u>Αγωγός 1</u>

<u>**Darcy - Weisbach**</u> $h_{f_1} = f_1 \dfrac{L_1}{D_1}\dfrac{V_1^2}{2g}$ $\dfrac{\varepsilon_1}{D_1} = \dfrac{0,3\ mm}{300\ mm} = 0,001$

Υποθέτουμε τιμή του f_1 για μεγάλο Re (πλήρως τυρβώδη ροή), έστω f_1 = 0,02

Η Darcy - Weisbach γίνεται:

$$h_{f_1} = f_1 \frac{L_1}{D_1}\frac{V_1^2}{2g} \Rightarrow V_1^2 = \frac{h_{f_1}\cdot D_1 \cdot 2g}{f_1 \cdot L_1} \Rightarrow V_1^2 = \frac{7,3\cdot 0,3\cdot 2g}{0,02\cdot 300} \Rightarrow \boxed{V_1 = 2,68\ \ m/s}$$

Ελέγχουμε την τιμή που βρήκαμε:

$$\mathrm{Re}_1 = \frac{V_1\cdot D_1}{\nu} = \frac{2,68\cdot 0,3}{1,02\times 10^{-6}} \Rightarrow \mathrm{Re}_1 = 788235 \xrightarrow{\text{Moody } (\varepsilon_1/D_1 = 0,001)} f_1^{'} = 0,02 = f_1 \quad \checkmark$$

Άρα η παροχή είναι : $Q_1 = V_1\cdot A_1 = V_1\cdot \dfrac{\pi\cdot D_1^2}{4} = 2,68\cdot\dfrac{\pi\cdot 0,3^2}{4} \Rightarrow \boxed{Q_1 = 0,19\ \ m^3/s}$

Άσκηση 4

Λύση

Αγωγός 2

Darcy - Weisbach $h_{f_2} = f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^{\,2}}{2g}$ $\frac{\varepsilon_2}{D_2} = \frac{0,3\ mm}{150\ mm} = 0,002$

Υποθέτουμε τιμή του f_2 για μεγάλο Re (πλήρως τυρβώδη ροή), έστω f_2 = 0,024

Η Darcy - Weisbach γίνεται:

$$h_{f_2} = f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^{\,2}}{2g} \Rightarrow V_2^{\,2} = \frac{h_{f_2} \cdot D_2 \cdot 2g}{f_2 \cdot L_2} \Rightarrow V_2^{\,2} = \frac{7,3 \cdot 0,15 \cdot 2g}{0,024 \cdot 460} \Rightarrow \boxed{V_2 = 1,395\ m/s}$$

Ελέγχουμε την τιμή που βρήκαμε:

$$\mathrm{Re}_2 = \frac{V_2 \cdot D_2}{\nu} = \frac{1,395 \cdot 0,15}{1,02 \times 10^{-6}} \Rightarrow \mathrm{Re}_1 = 205147 \xrightarrow{\text{Moody } (\varepsilon_2/D_2 = 0,002)} f_2^{'} = 0,024 = f_2 \quad \checkmark$$

Άρα η παροχή είναι : $Q_2 = V_2 \cdot A_2 = V_2 \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} = 1,395 \cdot \frac{\pi \cdot 0,15^2}{4} \Rightarrow \boxed{Q_2 = 0,025\ m^3/s}$

Άσκηση 4

Λύση

Αγωγός 3

Darcy - Weisbach $h_{f_3} = f_3 \dfrac{L_3}{D_3}\dfrac{V_3^{\;2}}{2g}$ $\qquad \dfrac{\varepsilon_3}{D_3} = \dfrac{0,5\ mm}{250\ mm} = 0,002$

Υποθέτουμε τιμή του f_3 για μεγάλο Re (πλήρως τυρβώδη ροή), έστω f_3 = 0,024

Η Darcy - Weisbach γίνεται:

$$h_{f_3} = f_3 \frac{L_3}{D_3}\frac{V_3^{\;2}}{2g} \Rightarrow V_3^{\;2} = \frac{h_{f_3}\cdot D_3 \cdot 2g}{f_3 \cdot L_3} \Rightarrow V_3^{\;2} = \frac{7,3\cdot 0,25\cdot 2g}{0,024\cdot 620} \Rightarrow \boxed{V_3 = 1,55\ \ m/s}$$

Ελέγχουμε την τιμή που βρήκαμε:

$$\mathrm{Re}_3 = \frac{V_3\cdot D_3}{\nu} = \frac{1,55\cdot 0,25}{1,02\times 10^{-6}} \Rightarrow \mathrm{Re}_3 = 379901 \xrightarrow{\text{Moody } (\varepsilon_3/D_3 = 0,002)} f_3^{'} = 0,024 = f_3 \quad \checkmark$$

Άρα η παροχή είναι : $Q_3 = V_3 \cdot A_3 = V_3 \cdot \dfrac{\pi \cdot D_3^2}{4} = 1,55 \cdot \dfrac{\pi \cdot 0,25^2}{4} \Rightarrow \boxed{Q_3 = 0,076\ \ m^3/s}$

Άσκηση 4

Λύση

Άρα οι τιμές της παροχής στους 3 αγωγούς είναι:

$$\boxed{Q_1 = 0{,}19 \ \ m^3/s} \qquad \boxed{Q_2 = 0{,}025 \ \ m^3/s} \qquad \boxed{Q_3 = 0{,}076 \ \ m^3/s}$$

Για τη συνολική παροχή του συστήματος ισχύει ότι:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0{,}19 + 0{,}025 + 0{,}076 \Rightarrow \boxed{Q = 0{,}291 \ \ m^3/s}$$

Προσοχή:

Αν σε κάποιον από τους ελέγχους για το συντελεστή *f*, η νέα τιμή *f’* διέφερε από την αρχική τιμή πάνω από π.χ. 5%, τότε θα έπρεπε να ξανακάνουμε τις πράξεις και να βρούμε νέα ταχύτητα από την εξίσωση Darcy - Weisbach μέχρις ότου η διαφορά μεταξύ των δύο τιμών του *f* να είναι μικρότερή από 5%.