«Εφαρμοσμένη Υδραυλική»

Άσκηση 3
Κλειστοί Αγωγοί

Λευθεριώτης Γεώργιος
Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος
Πανεπιστήμιο Πατρών

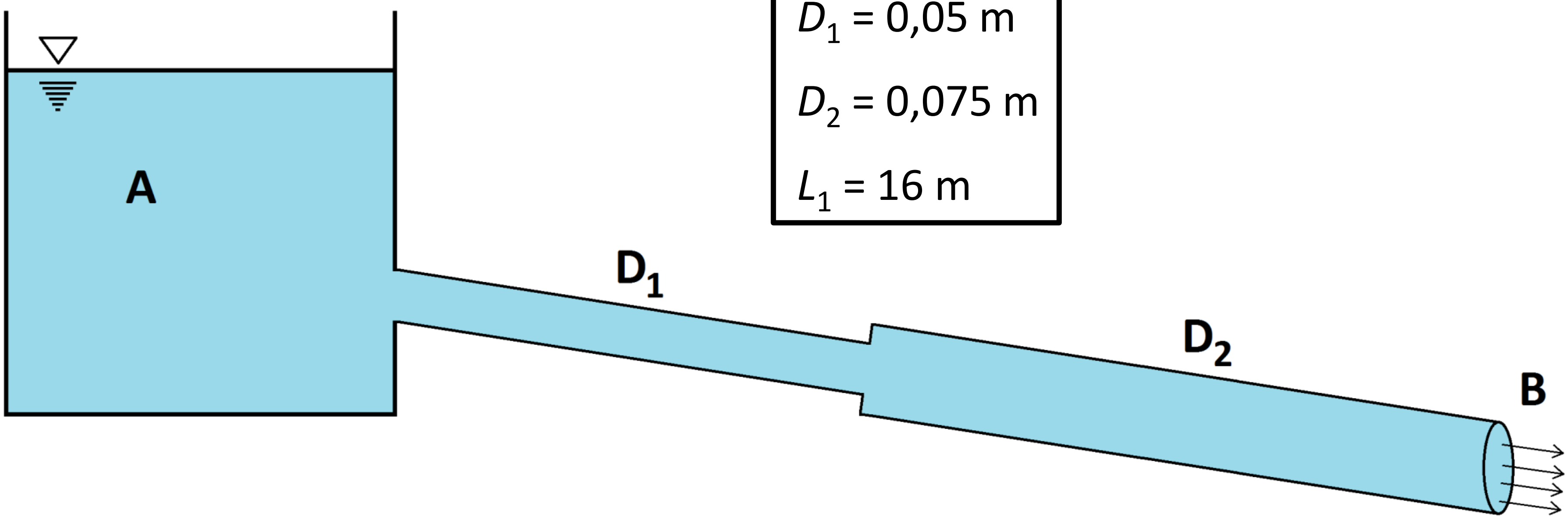
Άσκηση 3

Νερό εκρέει από δεξαμενή η οποία βρίσκεται σε υψόμετρο z_A = 90 m στον αγωγό του παρακάτω σχήματος, ο οποίος έχει συνολικό μήκος L = 38 m. Αν η παροχή στην έξοδο είναι 3 lt/sec, να υπολογιστεί το υψόμετρο στην έξοδο. Θεωρήστε συντελεστή τραχύτητας ε = 0,25 mm και $\nu = 1{,}3 \times 10^{-6}$ m²/s. Οι τοπικές απώλειες να θεωρηθούν αμελητέες.

D_1 = 0,05 m

D_2 = 0,075 m

L_1 = 16 m



Άσκηση 3

Λύση

Από την εξίσωση συνέχειας ξέρουμε ότι : $Q = V \cdot A$

Άρα για τα δύο τμήματα του αγωγού έχουμε :

$$Q = V_1 \cdot A_1 \Rightarrow V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{\frac{\pi D_1^2}{4}} = \frac{4Q}{\pi D_1^2} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 10^{-3}\, m^3/s}{\pi \cdot \left(0,05m\right)^2} \Rightarrow V_1 = 1,53\, m/s$$

$$Q = V_2 \cdot A_2 \Rightarrow V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{\frac{\pi D_2^2}{4}} = \frac{4Q}{\pi D_2^2} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 10^{-3}\, m^3/s}{\pi \cdot \left(0,075m\right)^2} \Rightarrow V_2 = 0,68\, m/s$$

Άσκηση 3

Λύση

Εφαρμόζουμε την εξίσωση της ενέργειας μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας της δεξαμενής Α και του σημείου Β στην έξοδο του νερού από τον αγωγό.

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{V_A^2}{2g} = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{V_B^2}{2g} + h_{L(A-B)}$$

Η πίεση στην επιφάνεια της δεξαμενής και στην έξοδο του αγωγού είναι ίση με την ατμοσφαιρική, άρα θεωρείται μηδενική. Επίσης η ταχύτητα στη δεξαμενή είναι μηδενική και οι τοπικές απώλειες θεωρούνται αμελητέες. Άρα η εξίσωση της ενέργειας γίνεται:

$$z_A = z_B + \frac{V_B^2}{2g} + h_{f_{(A-B)}} \qquad (1)$$

Για τις γραμμικές απώλειες αγωγών σε σειρά ισχύει ότι : $h_{f_{(A-B)}} = h_{f_1} + h_{f_2}$

Άσκηση 3

Λύση

Άρα πρέπει να υπολογίσουμε τις γραμμικές απώλειες στα δύο τμήματα του αγωγού από την εξίσωση Darcy-Weisbach

$$h_{f_{(A-B)}} = h_{f_1} + h_{f_2} = f_1 \frac{L_1}{D_1}\frac{V_1^2}{2g} + f_2 \frac{L_2}{D_2}\frac{V_2^2}{2g}$$

Βρίσκουμε τους συντελεστές τριβής f_1 και f_2 από το διάγραμμα Moody

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\varepsilon}{D_1} = \dfrac{0,25\ mm}{0,05\ m} = \dfrac{0,00025\ m}{0,05\ m} = 0,005 \\ \\ \mathrm{Re}_1 = \dfrac{V_1 \cdot D_1}{\nu} = \dfrac{1,53 \cdot 0,05}{1,3\times10^{-6}} \Rightarrow \mathrm{Re}_1 = 58846 \end{array}\right\} \quad f_1 = 0,033$$

Άσκηση 3

Λύση

$$\left.\begin{aligned}\frac{\varepsilon}{D_2}=\frac{0,25\ mm}{0,075\ m}=\frac{0,00025\ m}{0,075\ m}=0,0033\\ \mathrm{Re}_2=\frac{V_2\cdot D_2}{v}=\frac{0,68\cdot 0,075}{1,3\times 10^{-6}}\Rightarrow \mathrm{Re}_2=39230\end{aligned}\right\}\ f_2=0,03$$

Άρα οι συνολικές γραμμικές απώλειες στον αγωγό είναι:

$$h_{f_{(A-B)}}=h_{f_1}+h_{f_2}=f_1\frac{L_1}{D_1}\frac{V_1^2}{2g}+f_2\frac{L_2}{D_2}\frac{V_2^2}{2g}=0,033\frac{16}{0,05}\frac{1,53^2}{2g}+0,03\frac{22}{0,075}\frac{0,68^2}{2g}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{h_{f_{(A-B)}}=1,47m}$$

Άσκηση 3

Λύση

Άρα η εξίσωση ενέργειας (1) γίνεται:

$$z_A = z_B + \frac{V_B^2}{2g} + h_{f_{(A-B)}} \Rightarrow 90 = z_B + \frac{0,68^2}{2g} + 1,47 \Rightarrow z_B = 90 - \frac{0,68^2}{2g} - 1,47 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z_B = 90 - \frac{0,68^2}{2g} - 1,47 \Rightarrow \boxed{z_B = 88,506\ m}$$