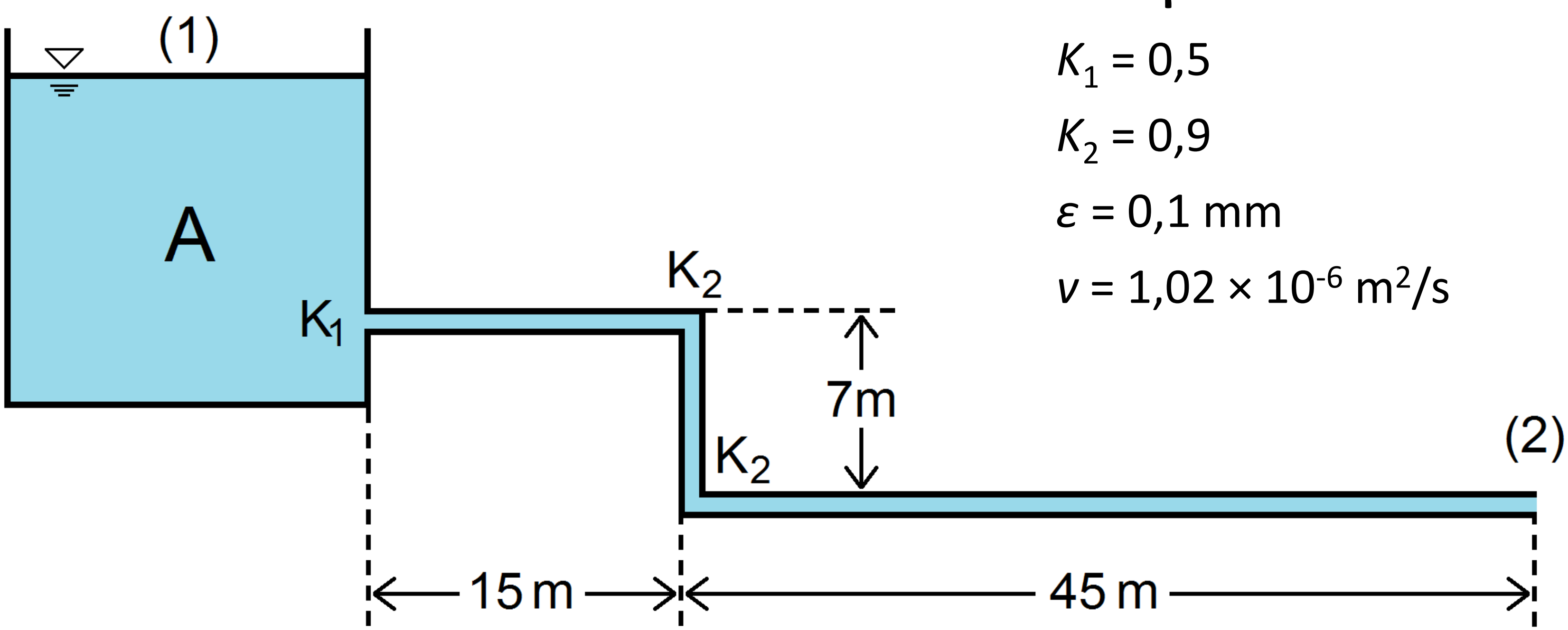
«Εφαρμοσμένη Υδραυλική»

Άσκηση 2
Κλειστοί Αγωγοί

Λευθεριώτης Γεώργιος
Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος
Πανεπιστήμιο Πατρών

Άσκηση 2

Η Δεξαμενή Α του παρακάτω σχήματος βρίσκεται σε υψόμετρο 120 m. Ο αγωγός που εξέρχεται από τη δεξαμενή έχει διάμετρο 20 cm και εκρέει στην ατμόσφαιρα σε υψόμετρο 90 m. Να υπολογιστεί η παροχή *Q* του αγωγού λαμβάνοντας υπόψη και τις τοπικές απώλειες.



Δεδομένα

$K_1 = 0{,}5$

$K_2 = 0{,}9$

$\varepsilon = 0{,}1$ mm

$\nu = 1{,}02 \times 10^{-6}$ m²/s

Άσκηση 2

Λύση

Εφαρμόζουμε εξίσωση ενέργειας μεταξύ των διατομών (1) και (2) και έχουμε:

$$\boxed{\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_{L_{1-2}}}$$

Η πίεση στην επιφάνεια στις δεξαμενής και στην έξοδο του αγωγού είναι ίση με την ατμοσφαιρική. Επίσης το νερό στη δεξαμενή δεν κινείται, άρα η ταχύτητα στη διατομή 1 είναι μηδενική.

Τέλος, οι συνολικές απώλειες ενέργειας μεταξύ των διατομών (1) και (2) είναι ίσες με το άθροισμα των γραμμικών και των τοπικών απωλειών.

Άρα η εξίσωση ενέργειας παίρνει τη μορφή:

$$\boxed{z_1 = z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_f + h_\tau}$$

Άσκηση 2

Λύση

Οι τοπικές απώλειες ισούνται με: $\boxed{h_\tau = K_1 \frac{V_2^2}{2g} + 2 \times K_2 \frac{V_2^2}{2g} = 0,5 \frac{V_2^2}{2g} + 2 \times 0,9 \frac{V_2^2}{2g}}$

Οι γραμμικές απώλειες από την Darcy-Weisbach ισούνται με: $\boxed{h_f = f \frac{L}{D} \frac{V_2^2}{2g}}$

Άρα η εξίσωση ενέργειας γίνεται: $\boxed{z_1 = z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + f \frac{L}{D} \frac{V_2^2}{2g} + 0,5 \frac{V_2^2}{2g} + 2 \times 0,9 \frac{V_2^2}{2g} \quad (1)}$

Η σχετική τραχύτητα είναι ίση με: $\boxed{\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,1\ mm}{200\ mm} = 0,0005}$

Άρα από το διάγραμμα Moody υποθέτουμε συντελεστή τριβών *f* για μεγάλο Re, έστω $\boxed{f = 0,018}$

Άσκηση 2

Λύση

Μετά από αντικατάσταση των τιμών στην (1) έχουμε:

$$z_1 = z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + f\,\frac{L}{D}\frac{V_2^2}{2g} + 0,5\frac{V_2^2}{2g} + 2\times 0,9\frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 120 = 90 + \frac{V_2^2}{2g} + 0,018\frac{67}{0,2}\frac{V_2^2}{2g} + 0,5\frac{V_2^2}{2g} + 1,8\frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 120 - 90 = \frac{V_2^2}{2g} + 6,03\frac{V_2^2}{2g} + 0,5\frac{V_2^2}{2g} + 1,8\frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 30 = 9,33\frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow V_2^2 = \frac{30\cdot 2g}{9,33} \Rightarrow V_2^2 = 63,087 \Rightarrow \boxed{V_2 = 7,943\ \ m/s}$$

Ελέγχουμε την τιμή του *f*

$$Re = \frac{V_2 D}{v} = \frac{7,943\cdot 0,2}{1,02\cdot 10^{-6}} \Rightarrow \boxed{Re = 1557450} \xrightarrow{\text{Από Moody για } \varepsilon/D = 0,0005} \boxed{f_2 = 0,0175}$$

Άσκηση 2

Λύση

Το σφάλμα στην εκτίμηση του *f* είναι: $\frac{f-f_2}{f}=\frac{0,018-0,0175}{0,018}=0,0277=2,7\%$

Το σφάλμα είναι μικρότερο από 5% άρα δεχόμαστε την ταχύτητα $V_2=7,943\ m/s$

Άρα με γνωστή πια την ταχύτητα υπολογίζουμε την παροχή από την εξίσωση της συνέχειας:

$$Q=V_2\cdot A=V_2\cdot\frac{\pi\cdot D^2}{4}=7,943\cdot\frac{\pi\cdot 0,2^2}{4}\Rightarrow \boxed{Q=0,25\ m^3/s}$$

<u>Προσοχή:</u> Αν το σφάλμα ήταν μεγαλύτερο από 5% θα έπρεπε να επαναλάβουμε τις πράξεις με την τιμή του f_2 και να βρίσκαμε νέο συντελεστή τριβών f_3 μέχρι το σφάλμα να ήταν μικρότερο από 5 %.