

# ΒΑΥΕΣ και πιθανότητες...

Φραγκίσκος Κουτελιέρης  
Αναπληρωτής Καθηγητής Παν/μίου Πατρών



Επικοινωνία: [fcoutelieris@upatras.gr](mailto:fcoutelieris@upatras.gr)



# Ας δούμε ένα παράδειγμα

Ρίχνω ένα ζάρι και πληροφορούμαι ότι έφερα ζυγό αριθμό. Ποια η πιθανότητα να έχω φέρει 2;

Έχω φέρει ζυγό, άρα τα ενδεχόμενα είναι {2, 4, 6}.

Κάθε ένα από αυτά έχει **1/3** πιθανότητα να ισχύει.



# Ας δούμε το ίδιο παράδειγμα

Ρίχνω ένα ζάρι και πληροφορούμαι ότι έφερα ζυγό αριθμό. Ποια η πιθανότητα να έχω φέρει 2;

$$A = \{\text{φέρνω } 2\}$$

$$B = \{\text{φέρνω ζυγό αριθμό}\}$$

Πιθανότητα να ισχύει το A:  $P(A) = 1/6$

Πιθανότητα να ισχύει το B:  $P(B) = 1/2$

**ΠΩΣ ΣΧΕΤΙΖΟΝΤΑΙ ΑΥΤΑ?**



# ΘΕΩΡΗΜΑ BAYES

$$P(A|B) = P(B|A) * P(A) / P(B)$$

Η πιθανότητα να συμβεί το ενδεχόμενο A δεδομένου του B,

ισούται με

την πιθανότητα να συμβεί το B δεδομένου του A,

επί

την πιθανότητα να συμβεί το A,

διά

την πιθανότητα να συμβεί το B.



# TOMAS BAYES



1701 - 1761

London, England

Φιλόσοφος, στατιστικός και κληρικός.

Δεν δημοσίευσε τίποτε όσο ζούσε...

*T. Bayes.*



# Ξανά το παράδειγμα

Ρίχνω ένα ζάρι και πληροφορούμαι ότι έφερα ζυγό αριθμό. Ποια η πιθανότητα να έχω φέρει 2;

$$A = \{\text{φέρνω } 2\}$$

$$B = \{\text{φέρνω ζυγό αριθμό}\}$$

$$\text{Πιθανότητα να ισχύει το } A: P(A) = 1/6$$

$$\text{Πιθανότητα να ισχύει το } B: P(B) = 1/2$$

$$P(A|B) = P(B|A) * P(A) / P(B) = 1 * (1/6) / (1/2) = 1/3$$



# Εφαρμογές του BAYES

Αλγόριθμος junk mail

Αλγόριθμος αναζήτησης google

Αυτόνομη κίνηση οχημάτων

...



# Παράδειγμα

Κάνω ένα τεστ για μια ασθένεια «Α», για την οποία τα στατιστικά δείχνουν ότι προσβάλλει μόλις **έναν στους εκατό** ανθρώπους.

Το τεστ γράφει πως έχει **90% ακρίβεια**.

Το αποτέλεσμα του τεστ **είναι θετικό**.

Πόση είναι η πιθανότητα να είμαι ασθενής?

**8.33% !!!!!!!!!!!!!!!**





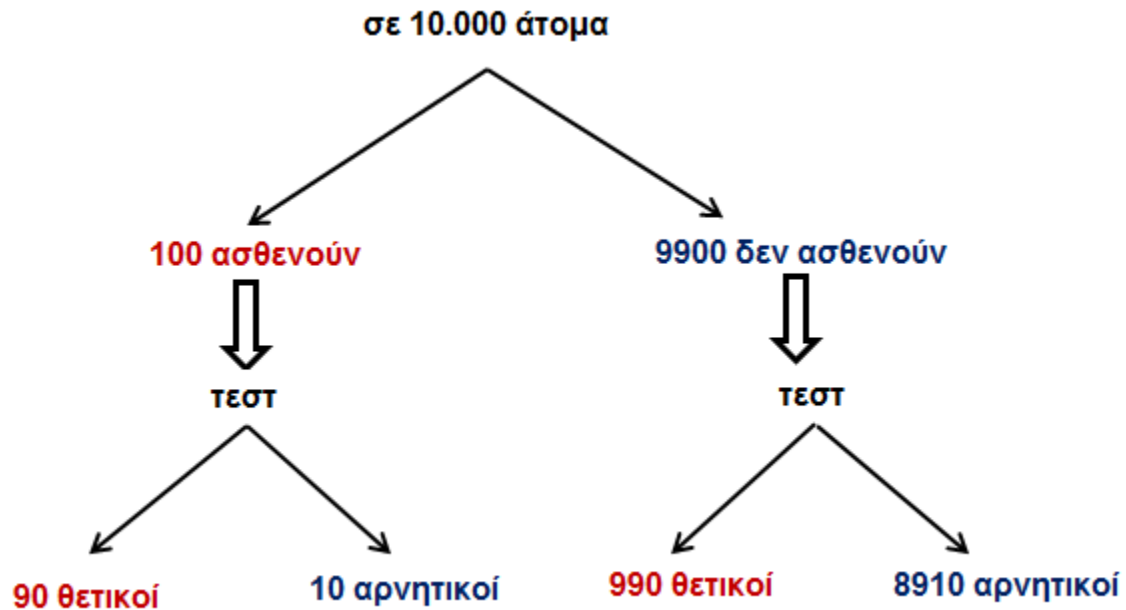
# Ας το δούμε καλύτερα

Το τεστ έχει **90%** ακρίβεια.

Αν το κάνουν 10 άτομα που έχουν την ασθένεια τότε θα βγάλει **9** φορές **θετικό** αποτέλεσμα, ενώ αν το κάνουν 10 άτομα που δεν την έχουν τότε θα βγάλει **9** φορές **αρνητικό**.



# Οπότε?



# Άρα

Σε **10.000** άτομα θα βρεθούν συνολικά **1080** θετικά τεστ. Ωστόσο, μόλις **90** από τους **1080** θα είναι πράγματι ασθενείς. Οι υπόλοιποι θα είναι υγιείς, που λόγω σφάλματος θα έχουν βγάλει θετικό αποτέλεσμα.

Η διαίρεση  $90/1080$  οδηγεί στο  $0.083$  δηλαδή στο  $8.33\%$

