ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά μαθήματα ΠΠ

ΤΙΤΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ**

ΕΝΟΤΗΤΑ: **2. ΣΔΕ 1ης τάξης**

ΟΝΟΜΑ ΚΑΘΗΓΗΤΗ: **ΦΡ. ΚΟΥΤΕΛΙΕΡΗΣ**

ΤΜΗΜΑ**: Τμήμα Διαχείρισης Περιβάλλοντος και Φυσικών Πόρων**

ΑΓΡΙΝΙΟ

Άδειες Χρήσης

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Φραγκίσκος Κουτελιέρης

Αναπληρωτής Καθηγητής Παν/μίου Πατρών

Επικοινωνία: fcoutelieris@upatras.gr

ΣΔΕ 1ης ΤΑΞΗΣ

Μια διαφορική εξίσωση **πρώτης τάξης** έχει τη μορφή

$$F\left(x, y(x), y'(x)\right) = 0$$

ή τη μορφή

$$y'(x) = f\left(x, y(x)\right)$$

εάν είναι λυμένη ως προς $y'(x)$.

Τεχνικές / Είδη

- χωριζομένων μεταβλητών
- γραμμικές
- Bernulli
- … άλλες.

ΧΩΡΙΖΟΜΕΝΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

Διαφορική εξίσωση χωριζομένων μεταβλητών λέγεται κάθε εξίσωση της μορφής

$$g(y)\,y' = f(x)$$

$$\begin{aligned}
&g(y)\,y' = f(x) \Leftrightarrow \\
&g(y)\,dy = f(x)\,dx \Leftrightarrow \\
&\int g(y)\,dy = \int f(x)\,dx \Leftrightarrow \\
&y = F(x) + C
\end{aligned}$$

ΓΡΑΜΜΙΚΗ

Γραμμική διαφορική εξίσωση πρώτης τάξης ονομάζεται κάθε εξίσωση της μορφής

$$\frac{dy}{dx} + A_L(x)\, y(x) = B_L(x)$$

$$y(x) = e^{-\int A_L(x)dx}\left[c + \int B_L(x) e^{\int A_L(x)dx} dx\right] =$$

$$= ce^{-\int A_L(x)dx} + e^{-\int A_L(x)dx} \int B_L(x) e^{\int A_L(x)dx} dx$$

y_γ

$y_{\iota\delta}$

BERNULLI

Διαφορική εξίσωση Bernoulli ονομάζεται κάθε εξίσωση της μορφής

$$\frac{dy}{dx} + A_B(x)\,y = B_B(x)\,y^{\mu}$$

$\mu = 0$
γραμμική

$\mu = 1$
χωριζομένων μεταβλητών

BERNULLI

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της εξίσωσης με $y^{-\mu}$ προκύπτει ότι

$$y^{-\mu}\frac{dy}{dx}+A_B(x)yy^{-\mu}=B_B(x)y^{\mu}y^{-\mu}\Leftrightarrow$$
$$y^{-\mu}\frac{dy}{dx}+A_B(x)y^{1-\mu}=B_B(x)$$

Θέτοντας $\omega(x)=y^{1-\mu}(x)$ είναι $\omega'(x)=(1-\mu)y'(x)y^{-\mu}$, συνεπώς η τελευταία εξίσωση γίνεται

$$\frac{\omega'(x)}{1-\mu}+A_B(x)\omega(x)=B_B(x)$$

η οποία είναι πλέον μια γραμμική διαφορική εξίσωση με $A_L(x)=(1-\mu)A_B(x)$ και $B_L(x)=(1-\mu)B_B(x)$, η οποία αντιμετωπίζεται σύμφωνα με όσα έχουν αναφερθεί προηγούμενα .
Πιο συγκεκριμένα, η λύση της τελευταίας διαφορικής εξίσωσης δίνεται από την έκφραση

$$\omega(x)=e^{-\int A_L(x)dx}\left[c+\int B_L(x)e^{\int A_L(x)dx}dx\right]\Leftrightarrow$$
$$\omega(x)=e^{(\mu-1)\int A_B(x)dx}\left[c+(1-\mu)\int B_B(x)e^{(1-\mu)\int A_B(x)dx}dx\right]$$

οπότε

$$y(x)=\{\omega(x)\}^{\frac{1}{1-\mu}}=\left\{e^{(\mu-1)\int A_B(x)dx}\left[c+(1-\mu)\int B_B(x)e^{(1-\mu)\int A_B(x)dx}dx\right]\right\}^{\frac{1}{1-\mu}}.$$

Ασκήσεις

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την **1η** έκδοση.

Σημείωμα Αναφοράς

Φραγκίσκος Κουτελιέρης. «ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ». Έκδοση: 1.0. Αγρίνιο 2015.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

https://eclass.upatras.gr/courses/ENV123/

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνα 1: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a0/Kugleramme.jpg

«Το υλικό της παρουσίασης προέρχεται από τις πανεπιστημιακές παραδόσεις του καθηγητή Φρ. Κουτελιέρη».