



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά μαθήματα ΠΠ

ΤΙΤΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ**

ΕΝΟΤΗΤΑ: **ΑΚΟΛΟΥΘΙΕΣ – ΣΕΙΡΕΣ - ΟΡΙΑ**

ΟΝΟΜΑ ΚΑΘΗΓΗΤΗ: **ΦΡ. ΚΟΥΤΕΛΙΕΡΗΣ**

ΤΜΗΜΑ: **Τμήμα Διαχείρισης Περιβάλλοντος και
Φυσικών Πόρων**

ΑΓΡΙΝΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

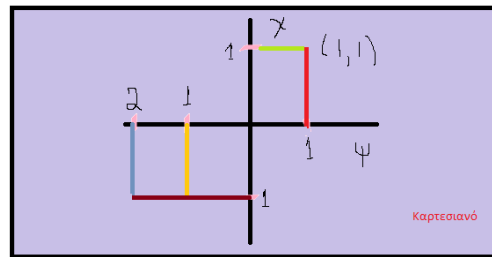
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ II

Φραγκίσκος Κουτελιέρης

Αναπληρωτής Καθηγητής Παν/μίου Πατρών



Επικοινωνία: fcoutelieris@upatras.gr



Ακολουθίες

Ένα διατεταγμένο και αριθμήσιμο σύνολο πραγματικών αριθμών $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \dots$ ονομάζεται ακολουθία και συμβολίζεται με $\{\alpha_n\}$ ή απλώς α_n .

Προφανώς, $\alpha_n : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$

Πάντοτε κάθε ακολουθία έχει άπειρο πλήθος όρων,
δηλ. $n \rightarrow +\infty$



Σειρές

Έστω μια ακολουθία (α_n) . Η ακολουθία (S_n) όπου

$$S_1 = \alpha_1,$$

$$S_2 = \alpha_1 + \alpha_2,$$

$$S_3 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3,$$

...

$$S_n = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n,$$

...

ονομάζεται **σειρά** και συμβολίζεται με

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n$$



Σειρές και όρια ...

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \rightarrow S \in \mathbb{R} \quad \text{συγκλίνουσα}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \rightarrow \pm\infty \quad \text{(θετικά /αρνητικά) αποκλίνουσα}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \rightarrow \quad \text{μη συγκλίνουσα}$$



Ειδική μορφή Σειράς

Η σειρά $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$ ονομάζεται **δυναμοσειρά**



Κριτήριο λόγου για σύγκλιση

Έστω η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ και το όριο $\lim \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = P$

Αν $P < 1$ συγκλίνει η σειρά

Αν $P > 1$ δεν συγκλίνει η σειρά

Αν $P = 1$ δεν λειτουργεί το κριτήριο



Κριτήριο ρίζας για σύγκλιση

Έστω η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ και το όριο $\lim \sqrt[n]{a_n} = P$

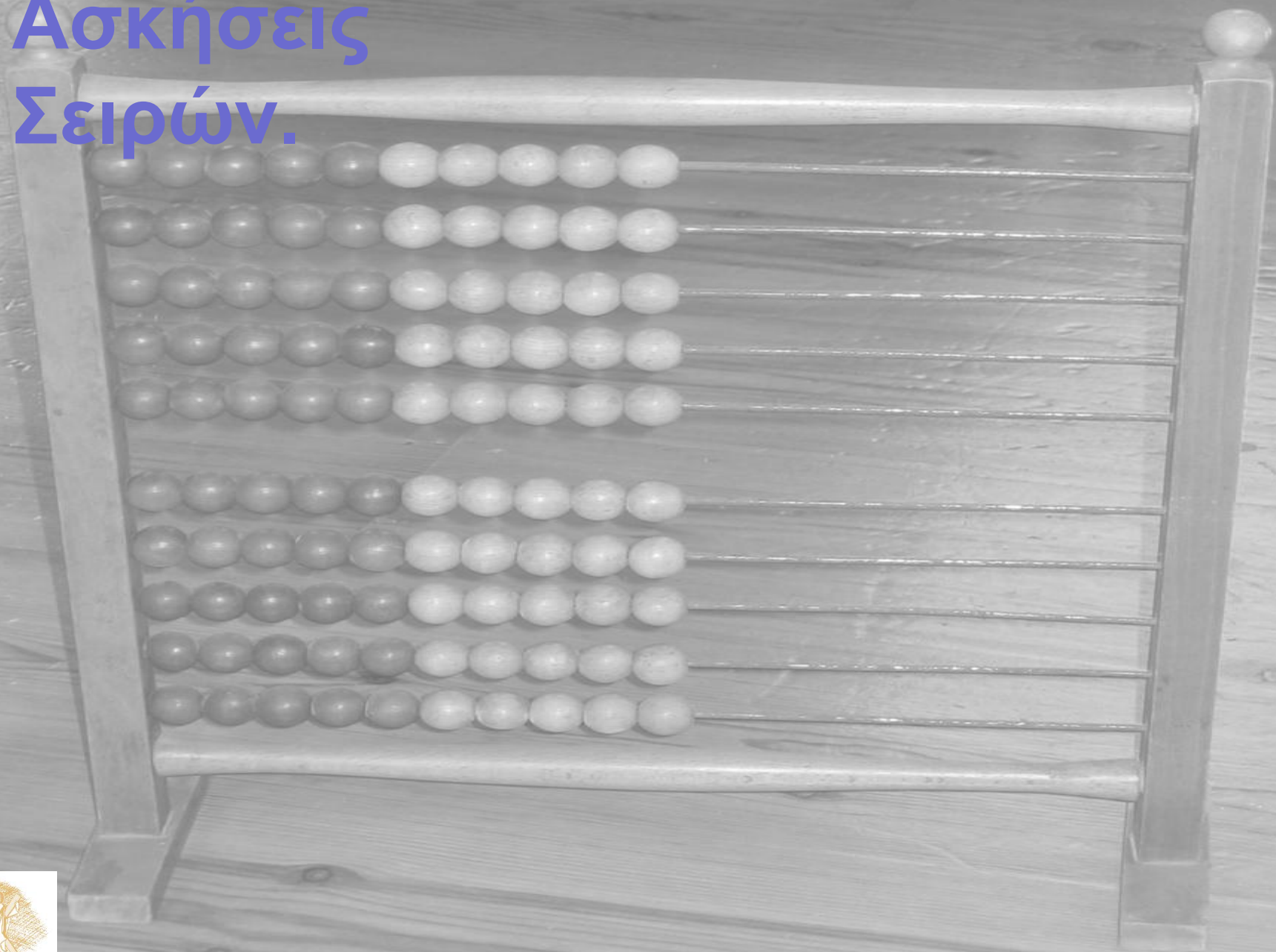
Αν $P < 1$ συγκλίνει η σειρά

Αν $P > 1$ δεν συγκλίνει η σειρά

Αν $P = 1$ δεν λειτουργεί το κριτήριο



Ασκήσεις Σειρών.



Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την 1^η έκδοση.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Φραγκίσκος Κουτελιέρης, 2015.

Φραγκίσκος Κουτελιέρης. «ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ». Έκδοση: 1.0. Αγρίνιο 2015.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

<https://eclass.upatras.gr/courses/ENV122/index.php>

Σημείωμα Αδειοδότησης



Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού, Απαγόρευση Εμπορικής Χρήσης και Όχι Παράγωγα Έργα. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνα 1: <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a0/Kugleramme.jpg>

«Το υλικό της παρουσίασης προέρχεται από τις πανεπιστημιακές παραδόσεις του καθηγητή Φρ. Κουτελιέρη».

