



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα **ΠΠ**

ΤΙΤΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ**

ΕΝΟΤΗΤΑ: **ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΤΡΙΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ**

ΟΝΟΜΑ ΚΑΘΗΓΗΤΗ: **ΦΡ. ΚΟΥΤΕΛΙΕΡΗΣ**

ΤΜΗΜΑ: **Τμήμα Διαχείρισης Περιβάλλοντος και
Φυσικών Πόρων**

ΑΓΡΙΝΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

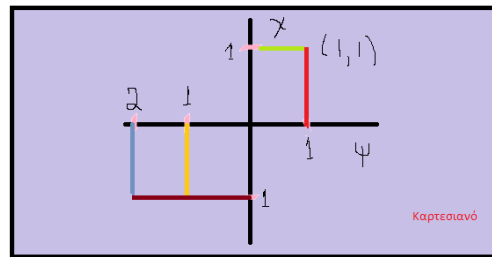
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ II

Φραγκίσκος Κουτελιέρης

Αναπληρωτής Καθηγητής Παν/μίου Πατρών



Επικοινωνία: fcoutelieris@upatras.gr



Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

όπου $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$

«Σημείο»

Πραγματικός χώρος n διάστασης



Παράγωγοι

$$f(x) \longrightarrow f'(x) = \frac{df}{dx}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \longrightarrow$$

$$\nabla f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) =$$

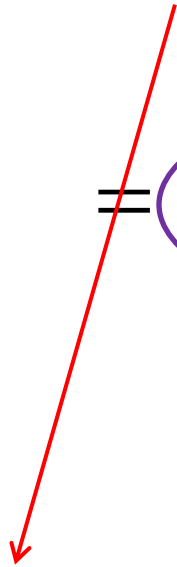
$$= \frac{\partial f}{\partial x_1} e_{-x_1} + \frac{\partial f}{\partial x_2} e_{-x_2} + \frac{\partial f}{\partial x_3} e_{-x_3} + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} e_{-x_n}$$



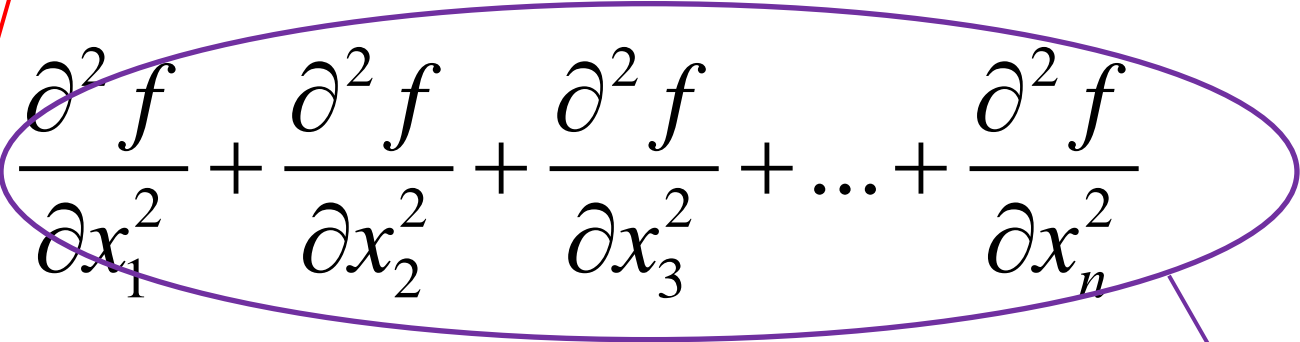
$$\nabla^2 f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) =$$

$$\nabla \cdot \nabla f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) =$$

$$= \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x_3^2} + \dots + \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2}$$



Εσωτερικό γινόμενο



Βαθμωτό



Πολύ βασικό

Το $\nabla f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ είναι διάνυσμα

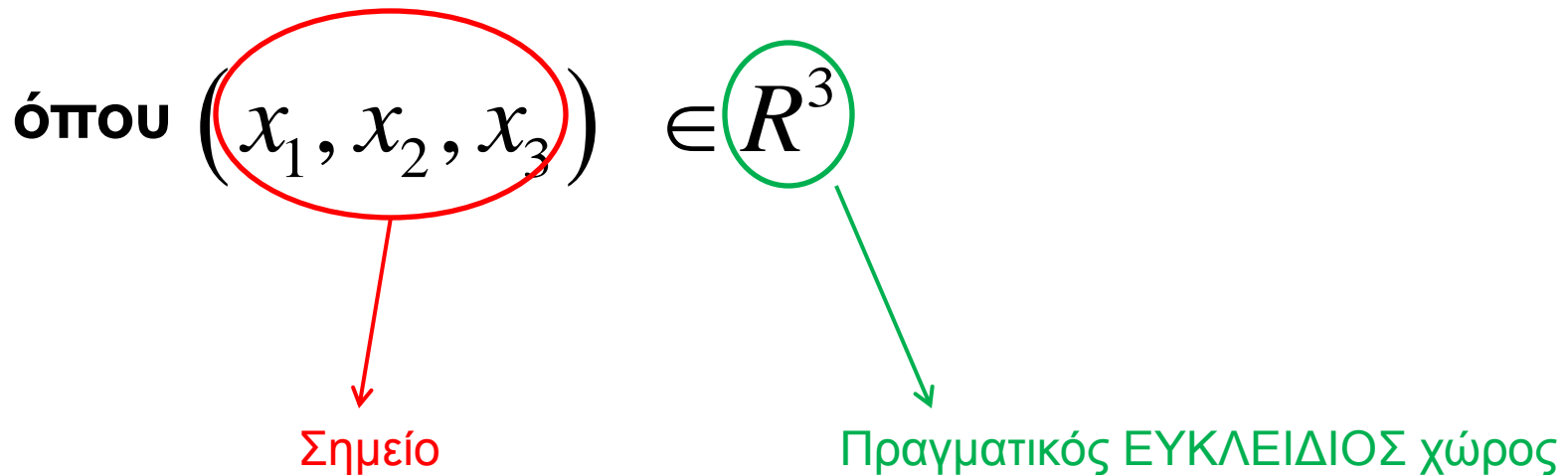
Βαθμωτό



Συναρτήσεις τριών μεταβλητών

$$f(x_1, x_2, x_3)$$

$$f(x, y, z)$$



Παράγωγοι συναρτήσεων τριών μεταβλητών

$$\nabla f(x, y, z) = \frac{\partial f}{\partial x} \underline{e}_x + \frac{\partial f}{\partial y} \underline{e}_y + \frac{\partial f}{\partial z} \underline{e}_z$$

$$\nabla^2 f(x, y, z) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$



Τριπλά Ολοκληρώματα

$$\int_E \int_C \int_A f(x, y, z) dx dy dz$$

Υπολογίζεται κανονικά ως $\int_C \int_A F(x, y) dx dy = G(z)$



Ασκήσεις Συναρτήσεων τριών μεταβλητών.



Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την 1^η έκδοση.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Φραγκίσκος Κουτελιέρης, 2015.

Φραγκίσκος Κουτελιέρης. «ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ». Έκδοση: 1.0. Αγρίνιο 2015.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

<https://eclass.upatras.gr/courses/ENV122/index.php>

Σημείωμα Αδειοδότησης



Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού, Απαγόρευση Εμπορικής Χρήσης και Όχι Παράγωγα Έργα. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνα 1: <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a0/Kugleramme.jpg>

«Το υλικό της παρουσίασης προέρχεται από τις πανεπιστημιακές παραδόσεις του καθηγητή Φρ. Κουτελιέρη».

