



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα **ΠΠ**

ΤΙΤΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ**

ΕΝΟΤΗΤΑ: **ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ**

ΟΝΟΜΑ ΚΑΘΗΓΗΤΗ: **ΦΡ. ΚΟΥΤΕΛΙΕΡΗΣ**

ΤΜΗΜΑ: **Τμήμα Διαχείρισης Περιβάλλοντος
και Φυσικών Πόρων**

ΑΓΡΙΝΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

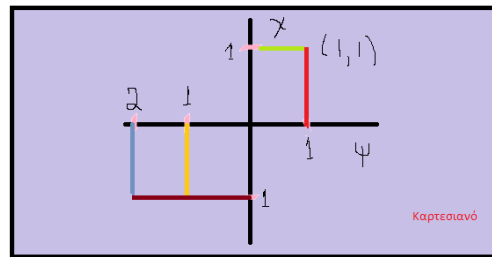
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ II

Φραγκίσκος Κουτελιέρης

Αναπληρωτής Καθηγητής Παν/μίου Πατρών



Επικοινωνία: fcoutelieris@upatras.gr



Ορισμένο ολοκλήρωμα

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(t) dt = G(\beta) - G(\alpha)$$

όπου $G'(x) = f(x) \quad \forall x \in [\alpha, \beta]$



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ
Ακαδ. Έτος: 2008-9

Όνοματεπώνυμο:.....
Αρ. Μητρώου:.....

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (24/9/2009)

Θέμα 1^ο: Να βρεθεί η διαφορική εξίσωση που έχει πλήρη λύση την

$$y(x) = c_1 e^x + c_2 e^{-x} + 2x^3$$

Θέμα 2^ο: Με την χρήση διπλού ολοκληρώματος, να υπολογιστεί το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ με Α(0,1), Β(0,-1) και Γ(3,0).

Θέμα 3^ο: Να υπολογιστούν τα παρακάτω ολοκληρώματα

$$\alpha) \int_1^{11} \frac{x-1}{x^2-5x+6} dx \qquad \beta) \int_1^4 \frac{x-1}{x^2-5x+6} dx$$

Θέμα 4^ο: Η θερμοκρασία $\Theta(t)$ ενός σώματος το οποίο βρίσκεται σε περιβάλλον σταθερής θερμοκρασίας $T < \Theta(t)$, μειώνεται με ρυθμό ανάλογο της διαφοράς $\Theta(t) - T$. Να βρεθεί η $\Theta(t)$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



Ορισμένο ολοκλήρωμα

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(t) dt = G(\beta) - G(\alpha)$$

όπου $G'(x) = f(x) \quad \forall x \in [\alpha, \beta]$



ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ

Το ορισμένο ολοκλήρωμα $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$ λέγεται **γενικευμένο ολοκλήρωμα τύπου I**, αν το διάστημα ολοκλήρωσης είναι άπειρο, δηλ. αν ισχύει μια τουλάχιστον από τις ισότητες $\alpha = -\infty$ ή $\beta = +\infty$.

Έτσι τα γενικευμένα ολοκληρώματα τύπου I έχουν μια από τις μορφές:

$$\int_{-\infty}^{\beta} f(x)dx$$

$$\int_{\alpha}^{+\infty} f(x)dx$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$$



ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ

$$\int_{-\infty}^{\beta} f(x)dx = \lim_{u \rightarrow -\infty} \left[\int_u^{\beta} f(x)dx \right]$$

$$\int_{\alpha}^{+\infty} f(x)dx = \lim_{u \rightarrow +\infty} \left[\int_{\alpha}^u f(x)dx \right]$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^K f(x)dx + \int_K^{+\infty} f(x)dx$$



ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ

~~Πόσο είναι το γενικευμένο ολοκλήρωμα;~~

Συγκλίνει το γενικευμένο ολοκλήρωμα;



ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ

Το ορισμένο ολοκλήρωμα $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$ λέγεται **γενικευμένο ολοκλήρωμα τύπου II**, αν η ολοκληρωτέα συνάρτηση απειρίζεται σε ένα ή σε περισσότερα (πεπερασμένου πάντως πλήθους) σημεία του διαστήματος $[\alpha, \beta]$



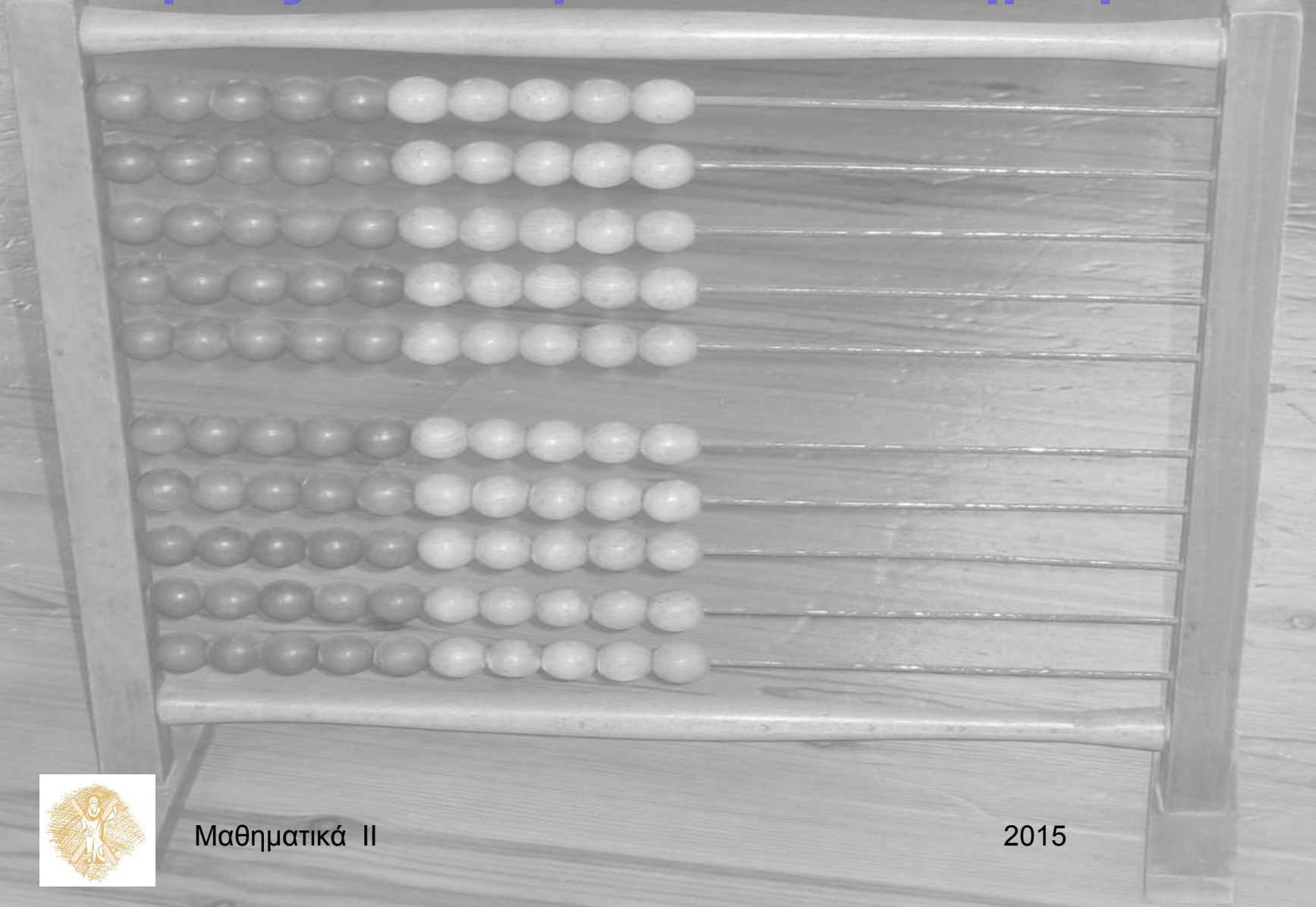
ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ

Τύπου II

1. Η f είναι συνεχής στο $(\alpha, \beta]$ και απειρίζεται στο κάτω άκρο του διαστήματος
2. Η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta)$ και απειρίζεται στο πάνω άκρο του διαστήματος
3. Η f είναι συνεχής στο (α, β) και απειρίζεται και στα δυο άκρα του διαστήματος
4. Η f απειρίζεται σε ένα σημείο γ_1 εντός του $[\alpha, \beta]$ και είναι συνεχής στα διαστήματα $[\alpha, \gamma_1)$ και $(\gamma_1, \beta]$
5. Η f απειρίζεται σε n σημεία, $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ εντός του $[\alpha, \beta]$



Ασκήσεις Γενικευμένων Ολοκληρωμάτων



Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την 1^η έκδοση.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Φραγκίσκος Κουτελιέρης, 2015.

Φραγκίσκος Κουτελιέρης. «ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ». Έκδοση: 1.0. Αγρίνιο 2015.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

<https://eclass.upatras.gr/courses/ENV122/index.php>

Σημείωμα Αδειοδότησης



Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού, Απαγόρευση Εμπορικής Χρήσης και Όχι Παράγωγα Έργα. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνα 1: <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a0/Kugleramme.jpg>

«Το υλικό της παρουσίασης προέρχεται από τις πανεπιστημιακές παραδόσεις του καθηγητή Φρ. Κουτελιέρη».

