Σχεδιασμός Ολοκληρωμένων Κυκλωμάτων VLSI II

Επιμέλεια:

Βασίλης Παλιουράς, Αναπληρωτής Καθηγητής

Ανδρέας Εμερετλής, Υποψήφιος Διδάκτορας

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών

Σημείωμα Αδειοδότησης

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη Δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Ανάπτυξη

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό αναπτύχθηκε στο Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών του Πανεπιστημίου Πατρών.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Αρχιτεκτονικές Πολλαπλασιαστών

Περίγραμμα Παρουσίασης

- Εισαγωγή
- Πολλαπλασιασμός αριθμών χωρίς πρόσημο
- Πολλαπλασιασμός σε συμπλήρωμα του δύο
- Άθροιση προσημασμένων όρων
- Αλγόριθμος πολλαπλασιασμού του Booth

Πολλαπλασιαστές

- Δημιουργία μερικών γινομένων (partial products)
- Άθροιση μερικών γινομένων
- Κατηγορίες πολλαπλασιαστών
  - Σειριακοί ή παράλληλοι
  - Πίνακα ή δένδρου
  - Προσημασμένων αριθμών ή όχι

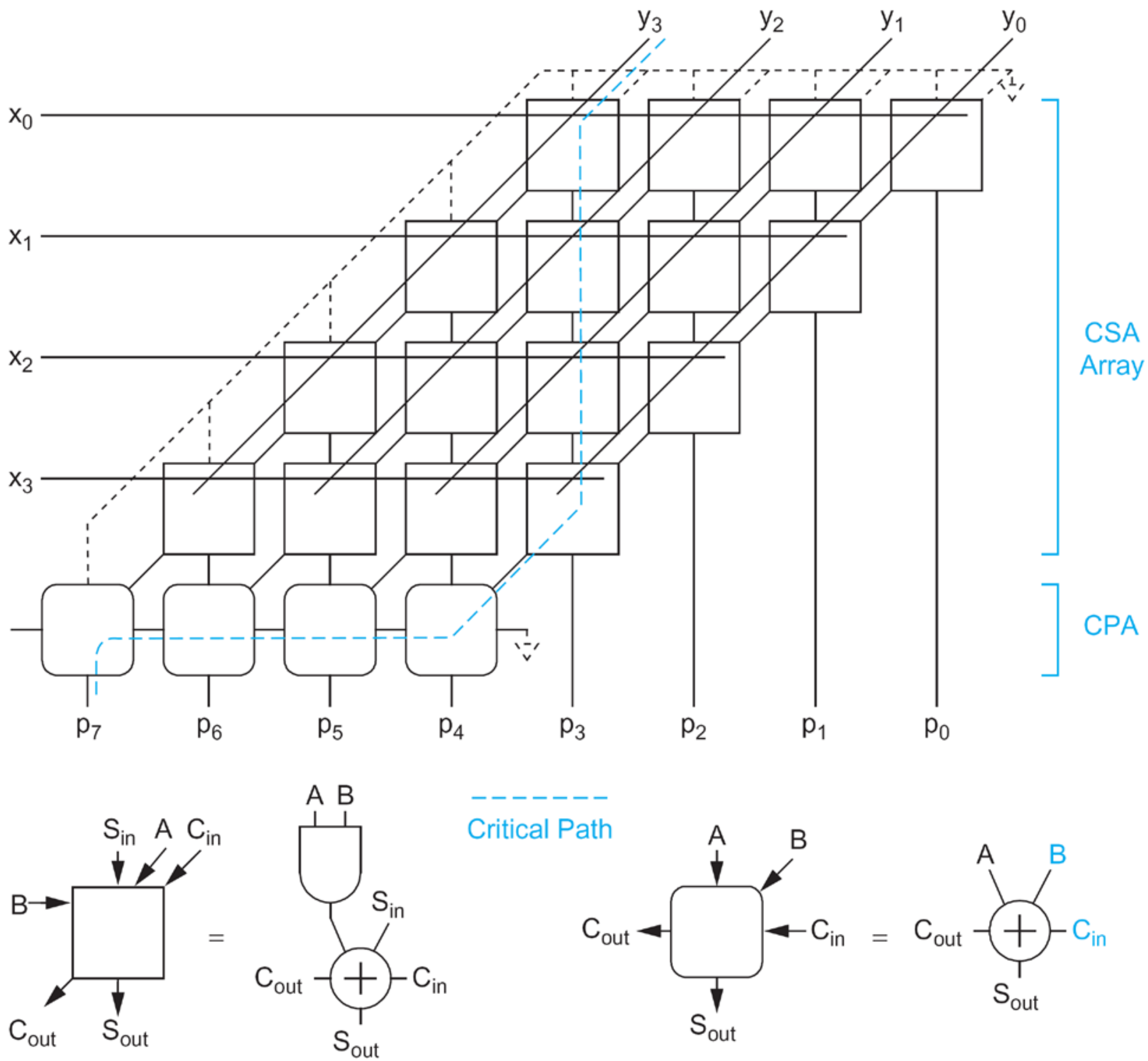
Περίγραμμα Παρουσίασης

- Εισαγωγή
- Πολλαπλασιασμός αριθμών χωρίς πρόσημο
- Πολλαπλασιασμός σε συμπλήρωμα του δύο
- Άθροιση προσημασμένων όρων
- Αλγόριθμος πολλαπλασιασμού του Booth

Αλγόριθμος πολλαπλασιασμού αριθμών χωρίς πρόσημο

						y_5	y_4	y_3	y_2	y_1	y_0	Multiplicand
						x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	x_0	Multiplier
						x_0y_5	x_0y_4	x_0y_3	x_0y_2	x_0y_1	x_0y_0	
					x_1y_5	x_1y_4	x_1y_3	x_1y_2	x_1y_1	x_1y_0		
				x_2y_5	x_2y_4	x_2y_3	x_2y_2	x_2y_1	x_2y_0			Partial Products
			x_3y_5	x_3y_4	x_3y_3	x_3y_2	x_3y_1	x_3y_0				
		x_4y_5	x_4y_4	x_4y_3	x_4y_2	x_4y_1	x_4y_0					
	x_5y_5	x_5y_4	x_5y_3	x_5y_2	x_5y_1	x_5y_0						
p_{11}	p_{10}	p_9	p_8	p_7	p_6	p_5	p_4	p_3	p_2	p_1	p_0	Product

Πολλαπλασιαστής πίνακα για αριθμούς χωρίς πρόσημο



Περίγραμμα Παρουσίασης

- Εισαγωγή
- Πολλαπλασιασμός αριθμών χωρίς πρόσημο
- Πολλαπλασιασμός σε συμπλήρωμα του δύο
- Άθροιση προσημασμένων όρων
- Αλγόριθμος πολλαπλασιασμού του Booth

Πολλαπλασιασμός σε Συμπλήρωμα του Δύο

- Αναπαράσταση συμπληρώματος του δύο
  - Η τιμή X ενός δυαδικού σε συμπλήρωμα του δύο

$$x_{n-1}x_{n-2}\ldots x_2x_1x_0$$

είναι

$$X = -x_{n-1}2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} x_i 2^i, \quad x_i \in \{0,1\}$$

Προσοχή: το περισσότερο σημαντικό ψηφίο έχει αρνητικό βάρος

Πολλαπλασιασμός σε Συμπλήρωμα του Δύο: Παράδειγμα 1

- Έστω ζητείται ο πολλαπλασιασμός $(-3) \times 2$
  - Πολλαπλασιαστέος: 101
  - Πολλαπλασιαστής : 010

		1	0	1
	×	0	1	0
		0	0	0
	1	0	1	
0	0	0		

Πολλαπλασιασμός σε Συμπλήρωμα του Δύο: Παράδειγμα 1

- Έστω ζητείται ο πολλαπλασιασμός $(-3) \times 2$
  - Πολλαπλασιαστέος: 101
  - Πολλαπλασιαστής : 010

$$
\begin{array}{ccccc}
 & & 1 & 0 & 1 \\
 & \times & 0 & 1 & 0 \\
\hline
 & & 0 & 0 & 0 \\
 & 1 & 0 & 1 & \\
0 & 0 & 0 & & \\
\hline
\end{array}
\quad \Rightarrow \quad
\begin{array}{ccccc}
 & & +1 & & \\
 & & \overline{0} & 0 & 0 \\
 & \overline{1} & 0 & 1 & \\
\overline{0} & 0 & 0 & & \\
\hline
\end{array}
$$

Πολλαπλασιασμός σε Συμπλήρωμα του Δύο: Παράδειγμα 1

- Έστω ζητείται ο πολλαπλασιασμός $(-3) \times 2$
  - Πολλαπλασιαστέος: 101
  - Πολλαπλασιαστής : 010

$$
\begin{array}{ccccc}
 & & 1 & 0 & 1 \\
 & \times & 0 & 1 & 0 \\
\hline
 & & 0 & 0 & 0 \\
 & 1 & 0 & 1 & \\
0 & 0 & 0 & & \\
\hline
\end{array}
\quad \Rightarrow \quad
\begin{array}{ccccc}
 & & +1 & & \\
 & & \bar{0} & 0 & 0 \\
 & \bar{1} & 0 & 1 & \\
\bar{0} & 0 & 0 & & \\
\hline
\end{array}
\quad \Rightarrow \quad
\begin{array}{ccccc}
 & & +1 & & \\
 & & 1 & 0 & 0 \\
 & 0 & 0 & 1 & \\
1 & 0 & 0 & & \\
\hline
1 & 1 & 0 & 1 & 0
\end{array}
= -6
$$

Πολλαπλασιασμός σε Συμπλήρωμα του Δύο: Παράδειγμα 2

- Έστω ζητείται ο πολλαπλασιασμός $2 \times (-3)$
  - Πολλαπλασιαστέος: 010
  - Πολλαπλασιαστής : 101

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & & 0 & 1 & 0 \\
 & \times & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & & 0 & 1 & 0 \\
 & 0 & 0 & 0 & \\
1 & 1 & 0 & & \\
\hline
\end{array}
$$

Πολλαπλασιασμός σε Συμπλήρωμα του Δύο: Παράδειγμα 2

- Έστω ζητείται ο πολλαπλασιασμός $2 \times (-3)$
  - Πολλαπλασιαστέος: 010
  - Πολλαπλασιαστής : 101

$$010 \xrightarrow{\text{two's complement}} 110$$

$$\begin{array}{rrrrr} & & 0 & 1 & 0 \\ & \times & 1 & 0 & 1 \\ \hline & & 0 & 1 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & \\ 1 & 1 & 0 & & \\ \hline \end{array}$$

Πολλαπλασιασμός σε Συμπλήρωμα του Δύο: Παράδειγμα 2

- Έστω ζητείται ο πολλαπλασιασμός $2 \times (-3)$
  - Πολλαπλασιαστέος: 010
  - Πολλαπλασιαστής : 101

Αρνητικό βάρος!

$$010 \xrightarrow{\text{two's complement}} 110$$

$$\begin{array}{rrrrr}
 & & 0 & 1 & 0 \\
 & \times & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & & 0 & 1 & 0 \\
 & 0 & 0 & 0 & \\
1 & 1 & 0 & & \\
\hline
\end{array}$$

Το 110 είναι το (–1) × 010, δηλ. το συμπλήρωμα του 010

Πολλαπλασιασμός σε Συμπλήρωμα του Δύο: Παράδειγμα 2

- Έστω ζητείται ο πολλαπλασιασμός 2 × (–3)
  - Πολλαπλασιαστέος: 010
  - Πολλαπλασιαστής : 101

Αρνητικό βάρος!

$$010 \xrightarrow{\text{two's complement}} 110$$

$$
\begin{array}{cccccc}
 & & & 0 & 1 & 0 \\
 & & \times & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & & & 0 & 1 & 0 \\
 & & 0 & 0 & 0 & \\
1 & 1 & 0 & & & \\
\hline
\end{array}
\quad \Rightarrow \quad
\begin{array}{cccccc}
 & & & +1 & & \\
 & & & \bar{0} & 1 & 0 \\
 & & \bar{0} & 0 & 0 & \\
\bar{1} & 1 & 0 & & & \\
\hline
\end{array}
$$

Το 110 είναι το (–1) × 010, δηλ. το συμπλήρωμα του 010

Πολλαπλασιασμός σε Συμπλήρωμα του Δύο: Παράδειγμα 2

- Έστω ζητείται ο πολλαπλασιασμός $2 \times (-3)$
  - Πολλαπλασιαστέος: 010
  - Πολλαπλασιαστής : 101

Αρνητικό βάρος!

$$010 \xrightarrow{\text{two's complement}} 110$$

$$\begin{array}{rrrrr}
 & & 0 & 1 & 0 \\
 & \times & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & & 0 & 1 & 0 \\
 & 0 & 0 & 0 & \\
1 & 1 & 0 & & \\
\hline
\end{array}
\qquad \Rightarrow \qquad
\begin{array}{rrrrr}
 & & +1 & & \\
 & & \overline{0} & 1 & 0 \\
 & \overline{0} & 0 & 0 & \\
\overline{1} & 1 & 0 & & \\
\hline
\end{array}
\qquad \Rightarrow \qquad
\begin{array}{rrrrr}
 & & +1 & & \\
 & & 1 & 1 & 0 \\
 & 1 & 0 & 0 & \\
0 & 1 & 0 & & \\
\hline
1 & 1 & 0 & 1 & 0
\end{array}
= -6$$

Το 110 είναι το (–1) × 010, δηλ. το συμπλήρωμα του 010

Πολλαπλασιασμός σε Συμπλήρωμα του Δύο: Συμπεράσματα

- Η μέθοδος για την άθροιση μερικών γινομένων απλοποιώντας την επέκταση προσήμου ισχύει ***πάντα***.
- Το ζήτημα είναι **πώς** θα προκύψουν τα προς άθροιση μερικά γινόμενα.
  - Όταν ο πολλαπλασιαστής είναι αρνητικός, δηλ. έχει περισσότερο σημαντικό ψηφίο = 1, το αντίστοιχο μερικό γινόμενο είναι το ***συμπλήρωμα του δύο*** **του πολλαπλασιαστέου**, γιατί λόγω της αναπαράστασης συμπληρώματος, το περισσότερο σημαντικό ψηφίο έχει αρνητικό βάρος

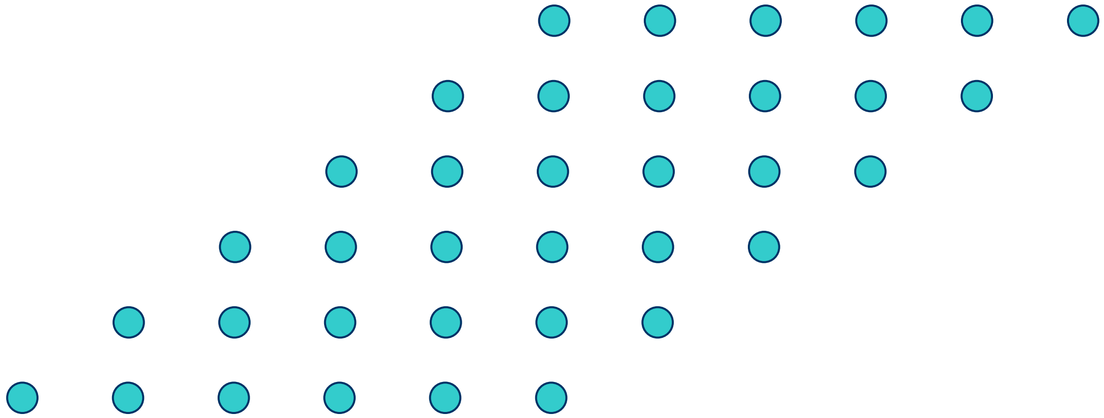
Περίγραμμα Παρουσίασης

- Εισαγωγή
- Πολλαπλασιασμός αριθμών χωρίς πρόσημο
- Πολλαπλασιασμός σε συμπλήρωμα του δύο
- Άθροιση προσημασμένων όρων
- Αλγόριθμος πολλαπλασιασμού του Booth

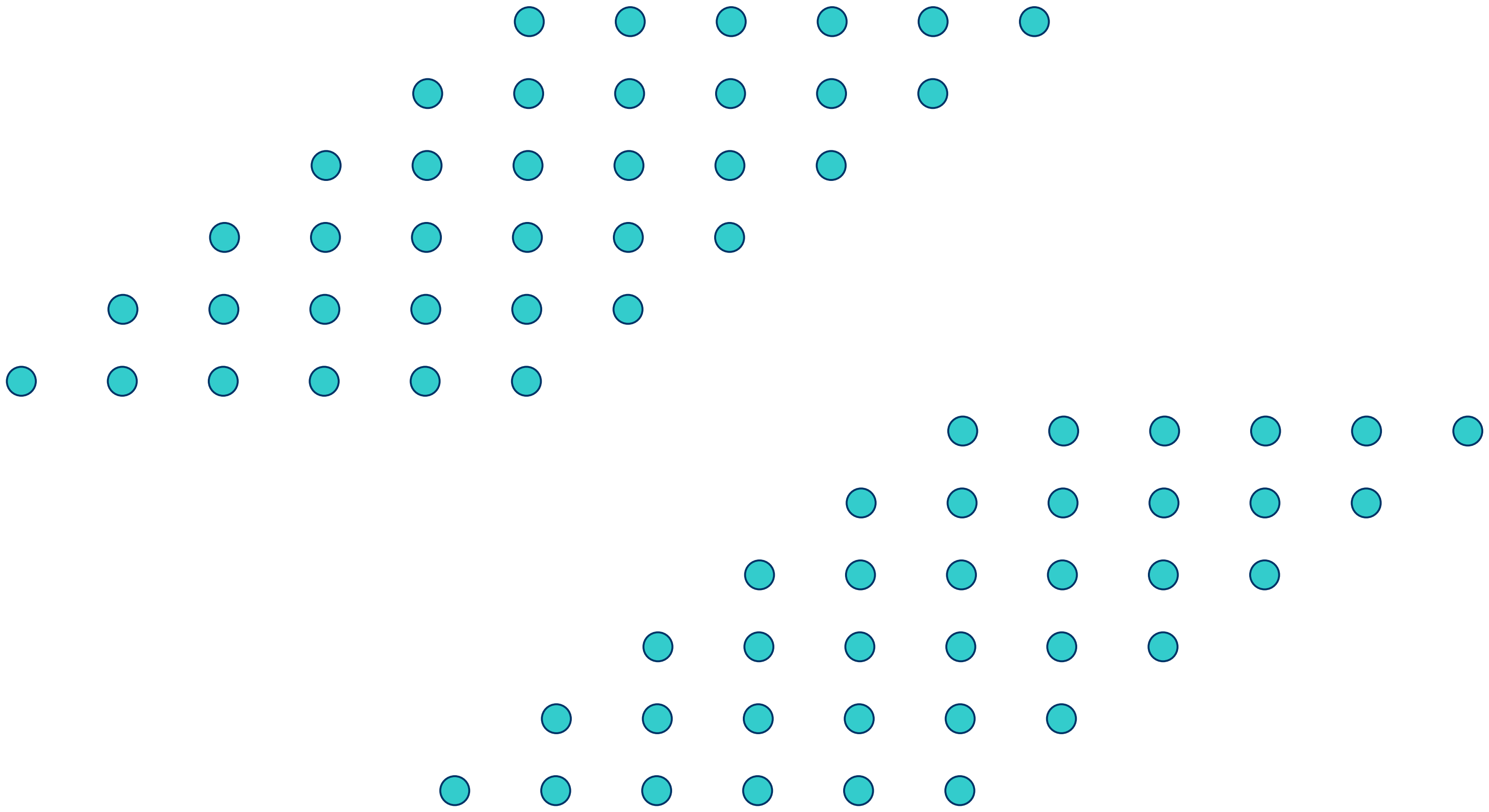
Dot diagrams: Τα μερικά γινόμενα σε μορφή πίνακα

				$a_4 \cdot x_0$	$a_3 \cdot x_0$	$a_2 \cdot x_0$	$a_1 \cdot x_0$	$a_0 \cdot x_0$
			$a_4 \cdot x_1$	$a_3 \cdot x_1$	$a_2 \cdot x_1$	$a_1 \cdot x_1$	$a_0 \cdot x_1$	
		$a_4 \cdot x_2$	$a_3 \cdot x_2$	$a_2 \cdot x_2$	$a_1 \cdot x_2$	$a_0 \cdot x_2$		
	$a_4 \cdot x_3$	$a_3 \cdot x_3$	$a_2 \cdot x_3$	$a_1 \cdot x_3$	$a_0 \cdot x_3$			
$a_4 \cdot x_4$	$a_3 \cdot x_4$	$a_2 \cdot x_4$	$a_1 \cdot x_4$	$a_0 \cdot x_4$				

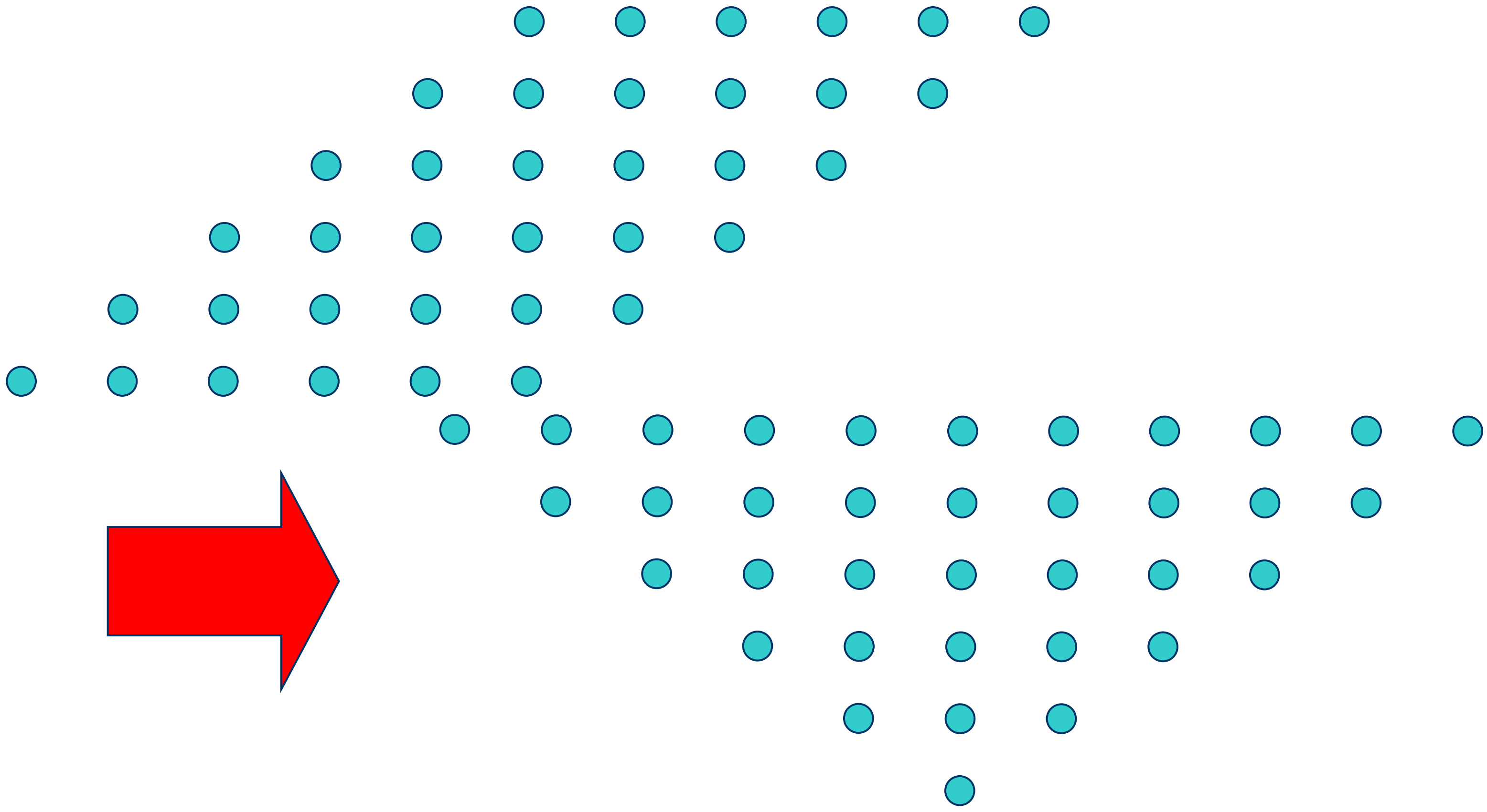
Dot diagrams: Τα μερικά γινόμενα σε μορφή πίνακα



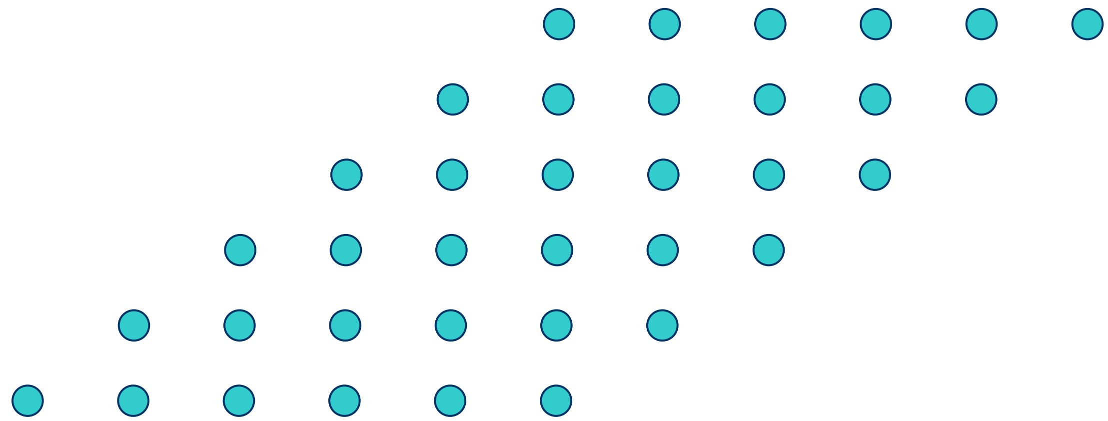
Dot diagrams: Τα μερικά γινόμενα σε μορφή πίνακα



Dot diagrams: Τα μερικά γινόμενα σε μορφή πίνακα

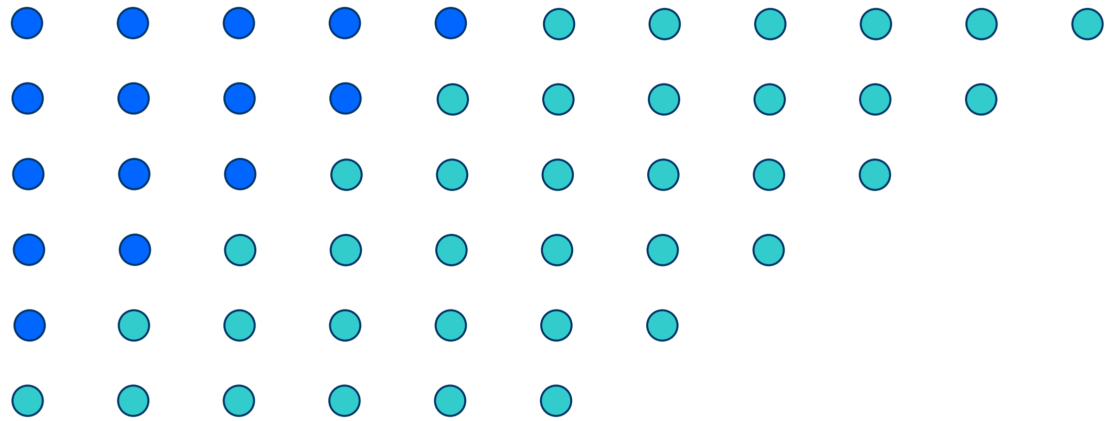


Άθροιση Μερικών Γινομένων με Πρόσημο



Επέκταση προσήμου (sign extension)

Άθροιση Μερικών Γινομένων με Πρόσημο



Επέκταση προσήμου (sign extension)

Μείωση Πολυπλοκότητας Επέκτασης Προσήμου

$$X = -x_{m-1}2^{m-1} + \sum_{i=0}^{m-2} x_i 2^i$$

$$SSSSSSz_4z_3z_2z_1z_0$$

Μείωση Πολυπλοκότητας Επέκτασης Προσήμου

$$X = -x_{m-1}2^{m-1} + \sum_{i=0}^{m-2} x_i 2^i$$

$$ssssssz_4z_3z_2z_1z_0$$

$$-s2^{10} + s2^9 + s2^8 + s2^7 + s2^6 + s2^5 + z_4 2^4 + z_3 2^3 + z_2 2^2 + z_1 2^1 + z_0$$

$$00000\left(-s\right)z_4z_3z_2z_1z_0$$

Μείωση Πολυπλοκότητας Επέκτασης Προσήμου

$$X = -x_{m-1}2^{m-1} + \sum_{i=0}^{m-2} x_i 2^i \qquad ssssssz_4z_3z_2z_1z_0$$

$$-s2^{10} + s2^9 + s2^8 + s2^7 + s2^6 + s2^5 + z_4 2^4 + z_3 2^3 + z_2 2^2 + z_1 2^1 + z_0$$

$$00000(-s)z_4z_3z_2z_1z_0$$

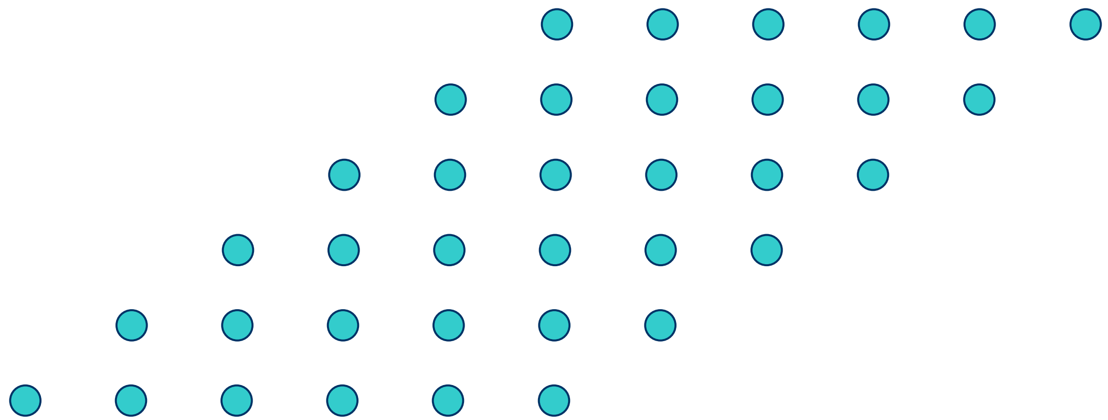
$$-s2^{10} + s2^9 + s2^8 + s2^7 + s2^6 + s2^5 + z_4 2^4 + z_3 2^3 + z_2 2^2 + z_1 2^1 + z_0 =$$

$$-s2^{10} + s\left(2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^5\right) + z_4 2^4 + z_3 2^3 + z_2 2^2 + z_1 2^1 + z_0 =$$

$$-s2^{10} + s\left(2^{10} - 2^5\right) + z_4 2^4 + z_3 2^3 + z_2 2^2 + z_1 2^1 + z_0 =$$

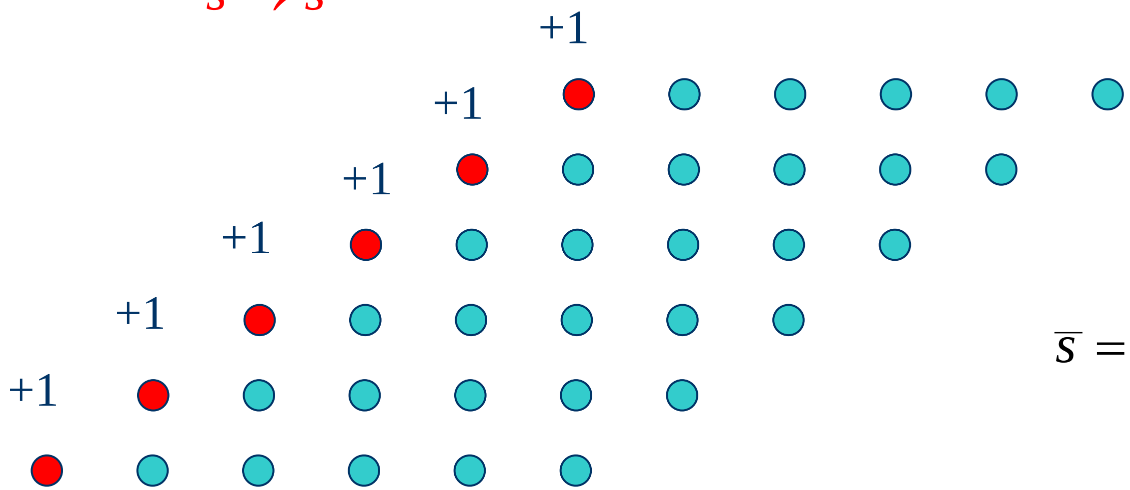
$$(-s)2^5 + z_4 2^4 + z_3 2^3 + z_2 2^2 + z_1 2^1 + z_0$$

Άθροιση *k* Προσημασμένων Όρων



Άθροιση *k* Προσημασμένων Όρων

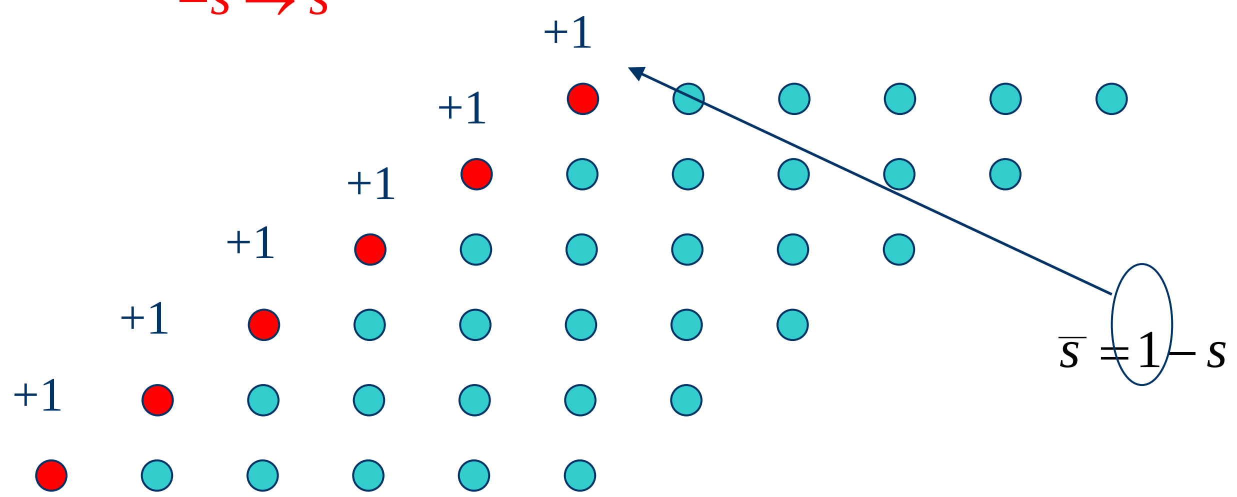
$-s \rightarrow \overline{s}$



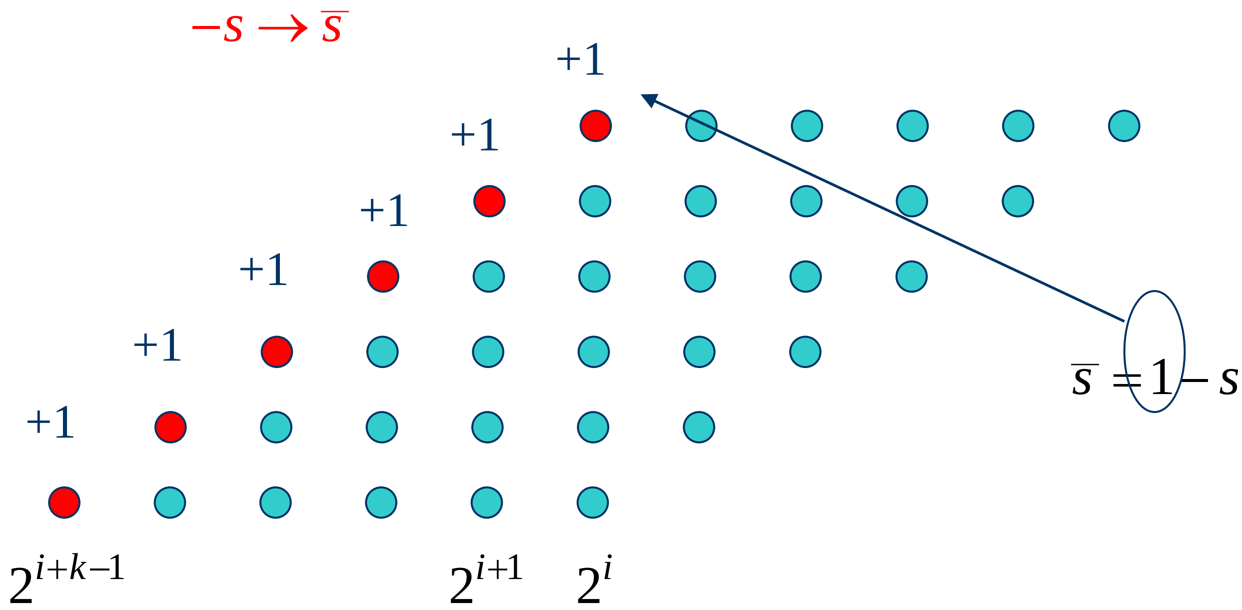
$\overline{s} = 1 - s$

Άθροιση *k* Προσημασμένων Όρων

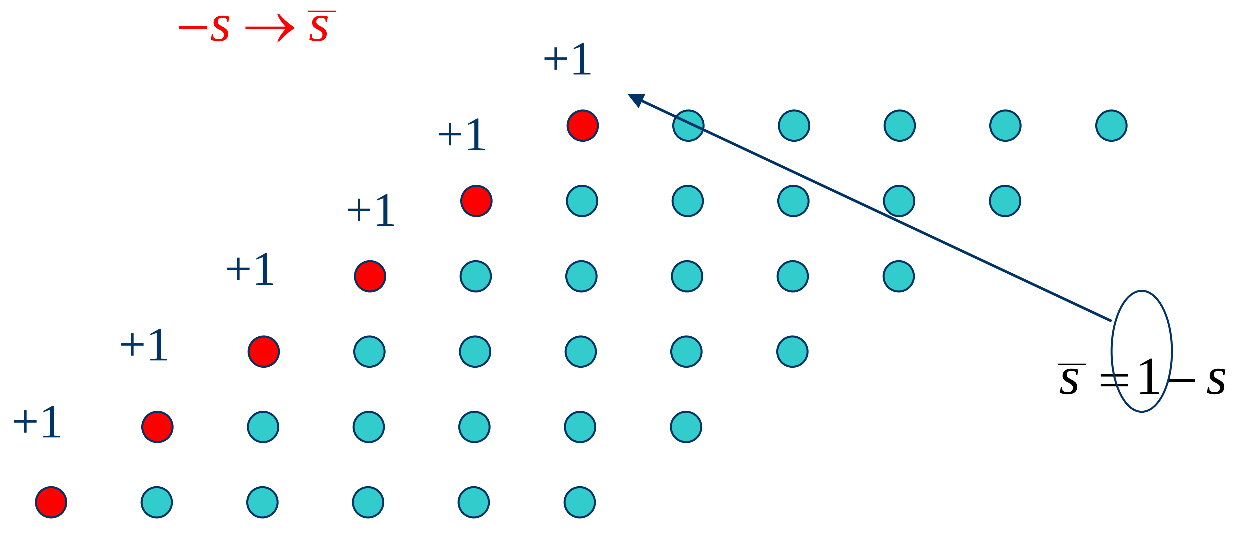
$-s \rightarrow \overline{s}$



Άθροιση *k* Προσημασμένων Όρων



Άθροιση *k* Προσημασμένων Όρων

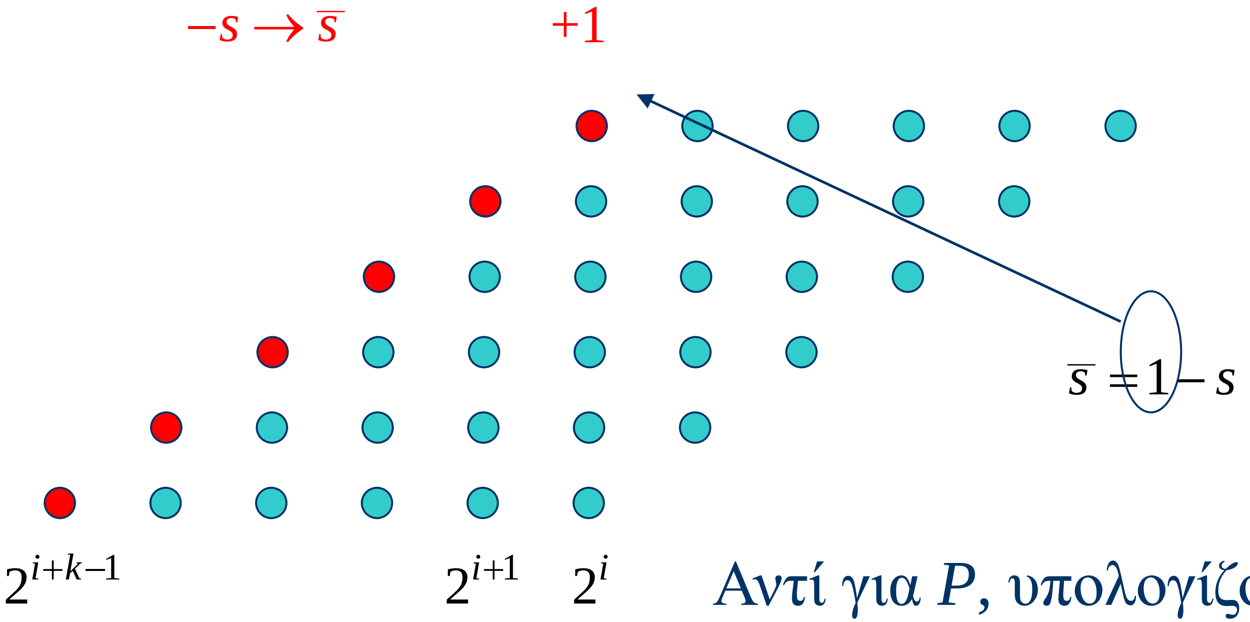


2^{i+k-1} 2^{i+1} 2^{i}

Αντί για P, υπολογίζουμε $P+K$!

$$K = \sum_{l=0}^{k-1} 2^{i+l} = 2^i \sum_{l=0}^{k-1} 2^l \quad = 2^i \frac{2^k - 1}{2-1} = 2^i \left(2^k - 1\right)$$

Άθροιση *k* Προσημασμένων Όρων



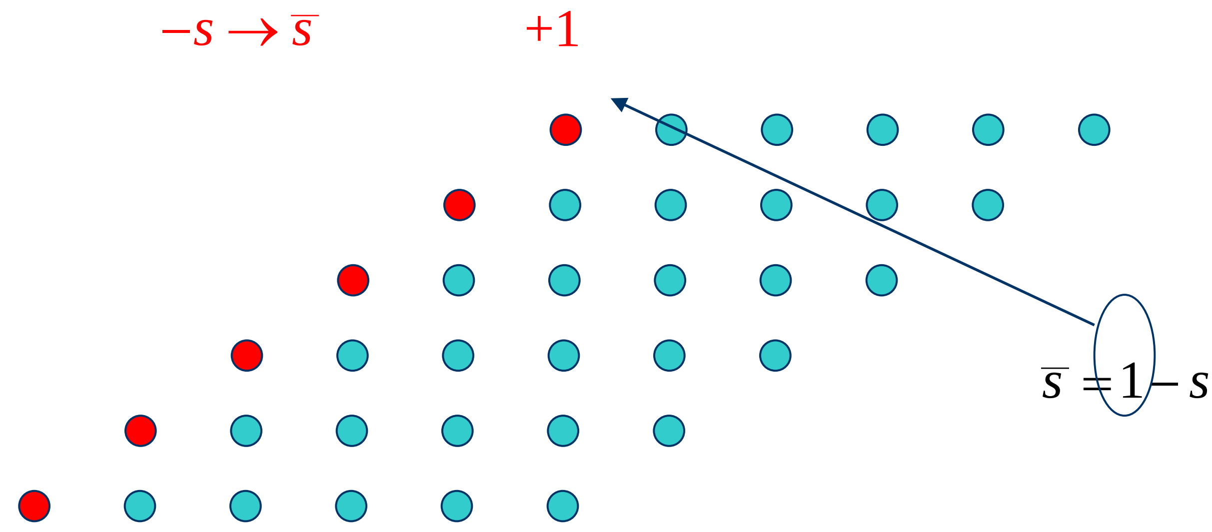
Αντί για P, υπολογίζουμε $P+K$!

$$K = \sum_{l=0}^{k-1} 2^{i+l} = 2^i \sum_{l=0}^{k-1} 2^l = 2^i \frac{2^k - 1}{2-1} = 2^i \left(2^k - 1\right)$$

$$K' = K + 2^i = 2^i \left(2^k - 1\right) + 2^i = 2^i 2^k = 2^{i+k}$$

$$\mathrm{mod}\left(P + 2^{i+k}, 2^{i+k}\right) = P$$

Άθροιση *k* Προσημασμένων Όρων



2^{i+k-1} $\quad 2^{i+1}$ $\quad 2^{i}$

Αντί για P, υπολογίζουμε $P+K$!

$$K = \sum_{l=0}^{k-1} 2^{i+l} = 2^i \sum_{l=0}^{k-1} 2^l \quad = 2^i \frac{2^k - 1}{2-1} = 2^i \left(2^k - 1\right)$$

$$K' = K + 2^i = 2^i \left(2^k - 1\right) + 2^i = 2^i 2^k = 2^{i+k}$$

$$\mathrm{mod}\left(P + 2^{i+k}, 2^{i+k}\right) = P$$

Για σωστό αποτέλεσμα, αγνοούμε το bit 2^{i+k}.

Παράδειγμα Άθροισης Προσημασμένων Αριθμών

Αντιστρέφουμε το πρόσημο και προσθέτουμε ‘1’ στην πρώτη στήλη με πρόσημο.

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
					1					
					0	0	1	0	1	0
				1	0	0	0	0	0	
			0	0	1	0	1	0		
		1	0	0	0	0	0			
	1	1	0	1	1	0				
1	0	0	0	0	0					
0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0

Παράδειγμα Άθροισης Προσημασμένων Αριθμών

Αντιστρέφουμε το πρόσημο και προσθέτουμε ‘1’ στην πρώτη στήλη με πρόσημο.

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
					1					
					0	0	1	0	1	0
				1	0	0	0	0	0	
			0	0	1	0	1	0		
		1	0	0	0	0	0			
	1	1	0	1	1	0				
1	0	0	0	0	0					
0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0

Baugh - Wooley

$$X = -x_{n-1}2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} x_i 2^i \qquad Y = -y_{n-1}2^{n-1} + \sum_{j=0}^{n-2} y_j 2^j$$

$$\begin{aligned}
Y \cdot X \quad &= \quad \left(-y_{n-1}2^{n-1} + \sum_{j=0}^{n-2} y_j 2^j\right)\left(-x_{n-1}2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} x_i 2^i\right) \\
&= \quad x_{n-1}y_{n-1}2^{2n-2} + \sum_j \sum_i x_i y_j 2^{i+j} \\
&\quad\; -x_{n-1}2^{n-1}\sum_{j=0}^{n-2} y_j 2^j \\
&\quad\; -y_{n-1}2^{n-1}\sum_{i=0}^{n-2} x_i 2^i
\end{aligned}$$

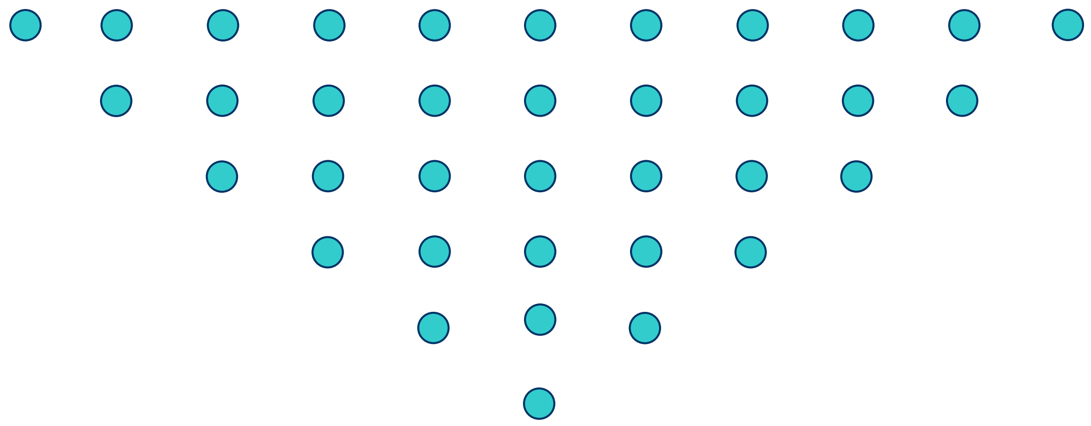
Baugh – Wooley (2)

$$-x_{n-1}2^{n-1}\sum_{j=0}^{n-2} y_j 2^j = -\sum_{j=0}^{n-2} x_{n-1}y_j 2^j 2^{n-1}$$

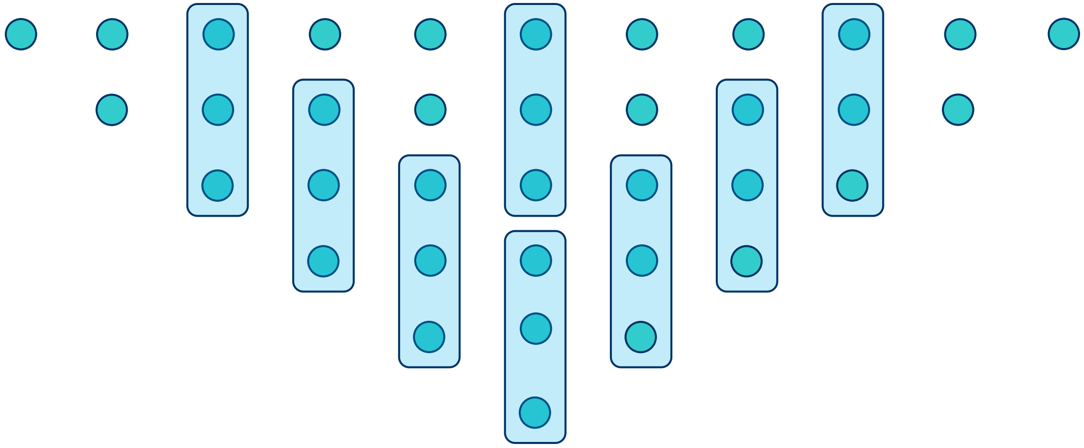
$$1 - x = \bar{x} \Leftrightarrow -x = \bar{x} - 1$$

$$\begin{aligned}
-\sum_{j=0}^{n-2} x_{n-1}y_j 2^j 2^{n-1} &= \sum_{j=0}^{n-2} (\overline{x_{n-1}y_j} - 1)2^j 2^{n-1} \\
&= \sum_{j=0}^{n-2} \overline{x_{n-1}y_j} 2^j 2^{n-1} - \sum_{j=0}^{n-2} 2^j 2^{n-1}
\end{aligned}$$

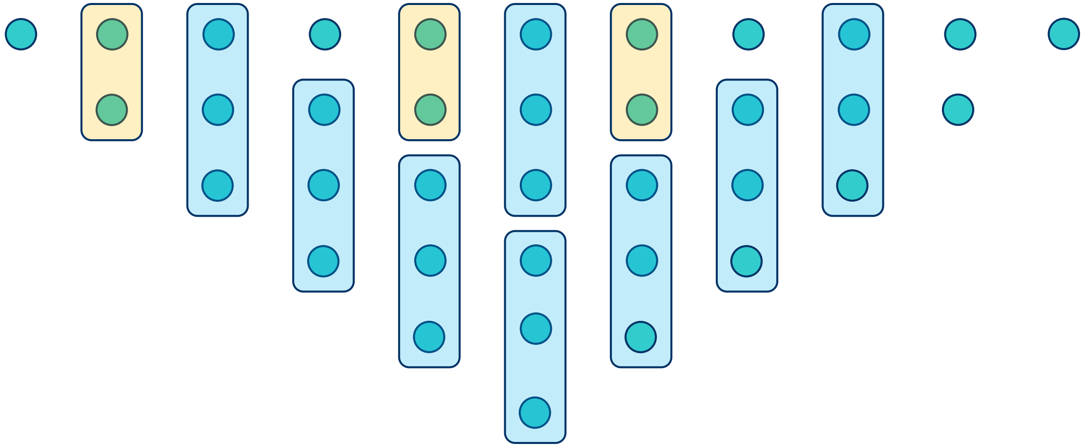
Συσσώρευση των μερικών γινομένων με (3,2) counters: Wallace



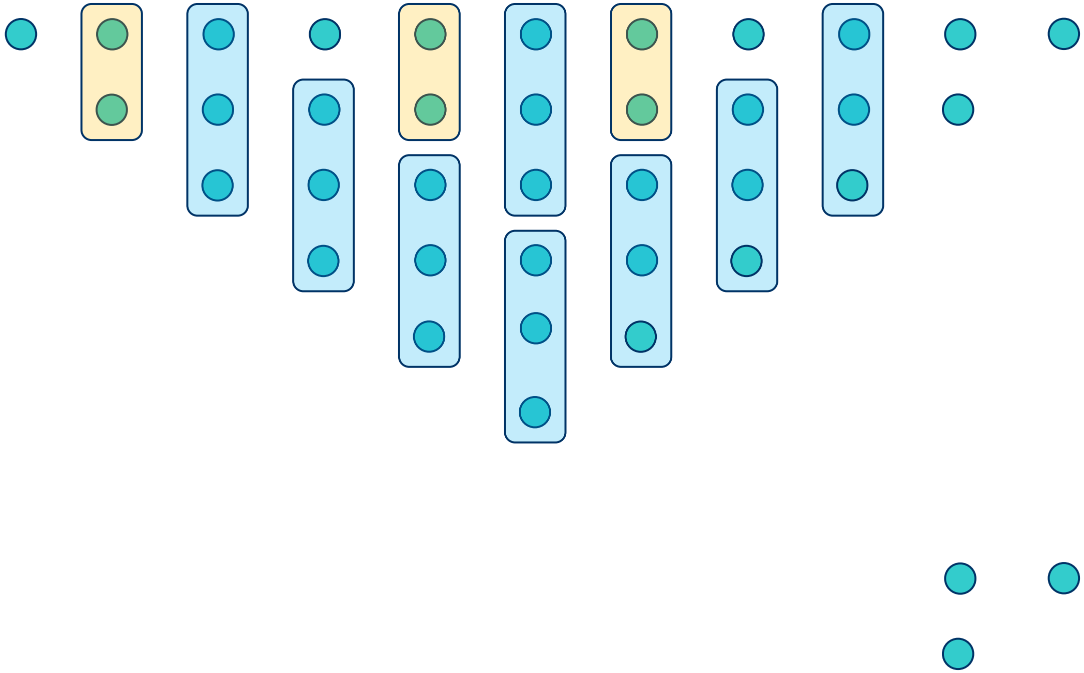
Συσσώρευση των μερικών γινομένων με (3,2) counters: Wallace



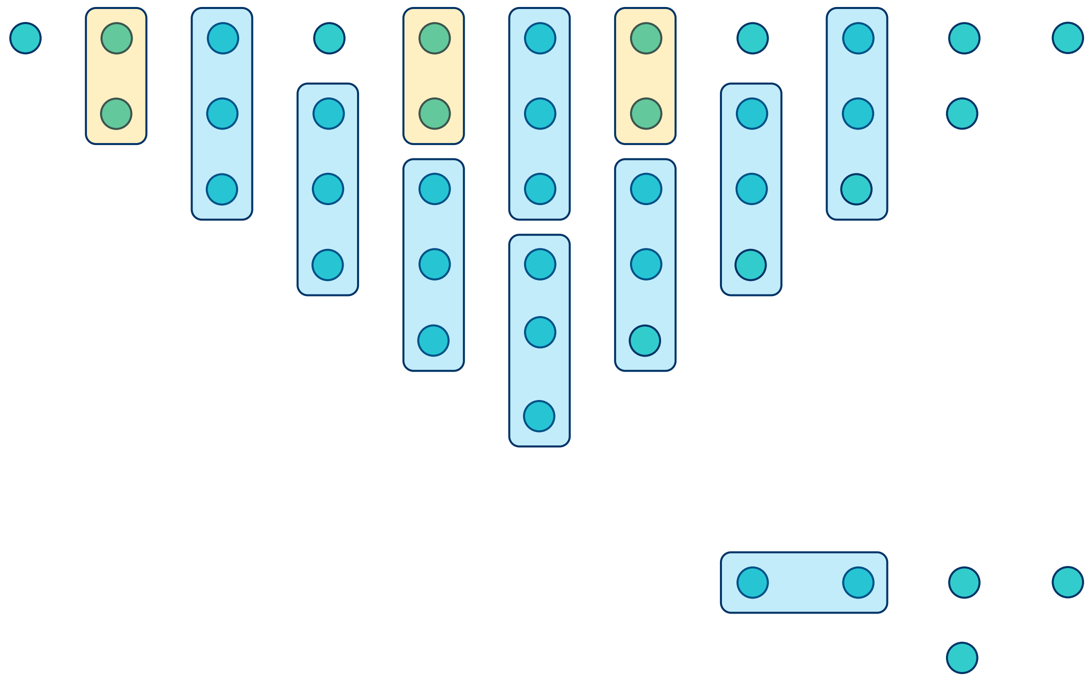
Συσσώρευση των μερικών γινομένων με (3,2) counters: Wallace



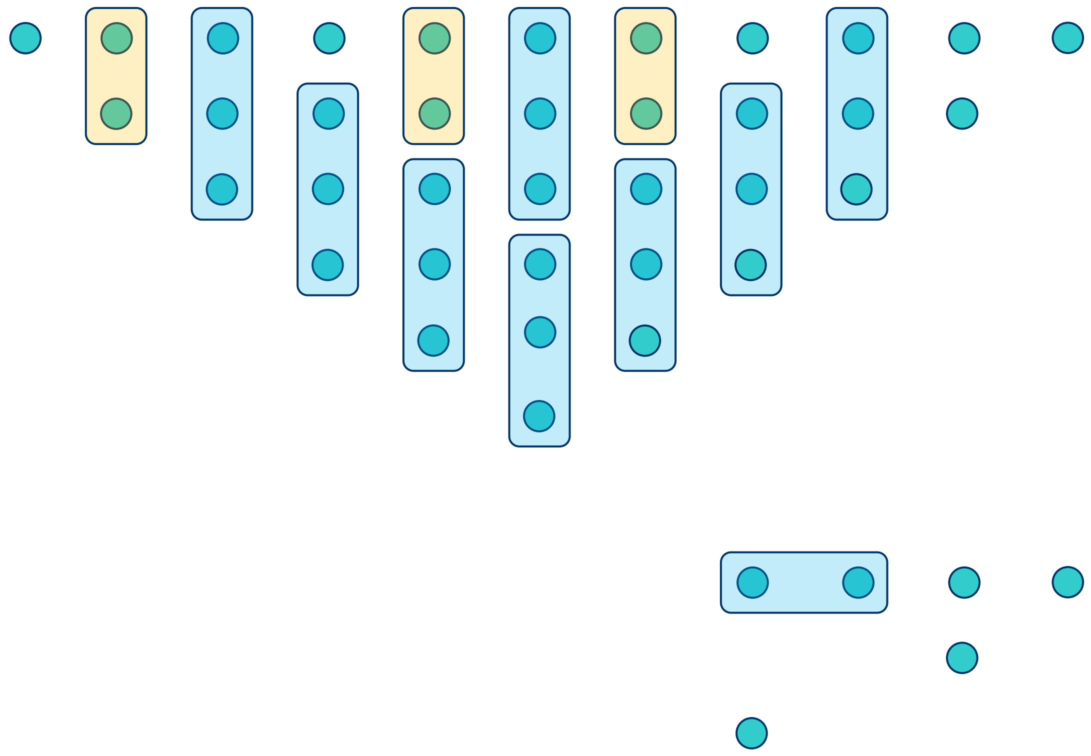
Συσσώρευση των μερικών γινομένων με (3,2) counters: Wallace



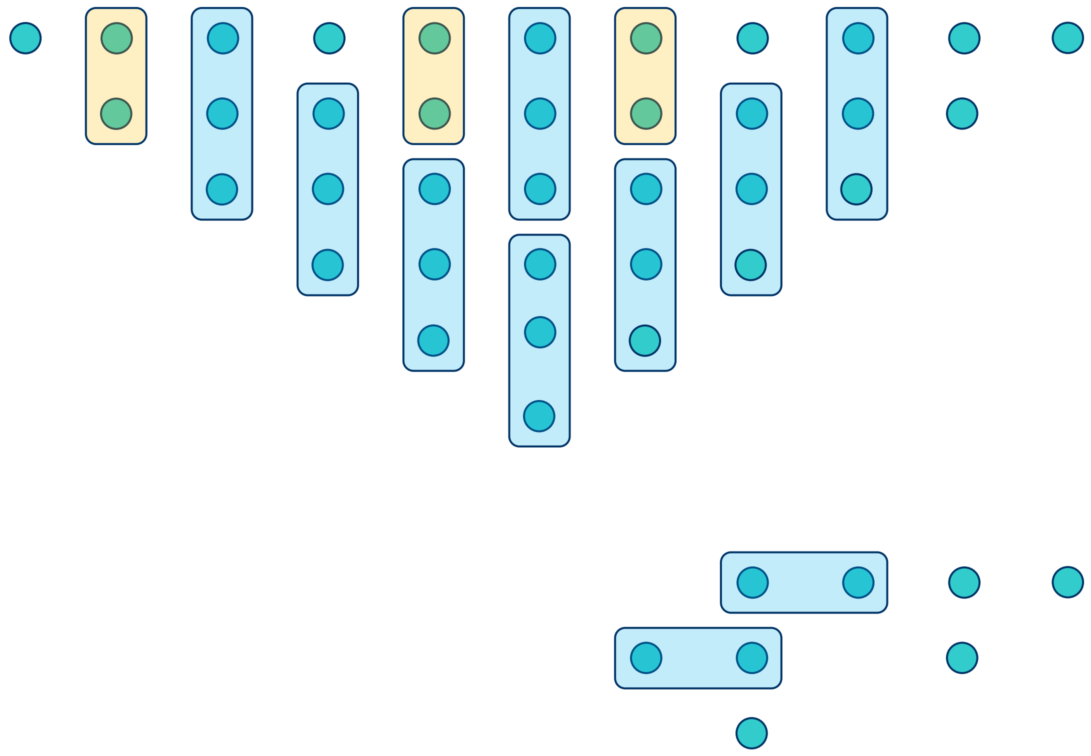
Συσσώρευση των μερικών γινομένων με (3,2) counters: Wallace



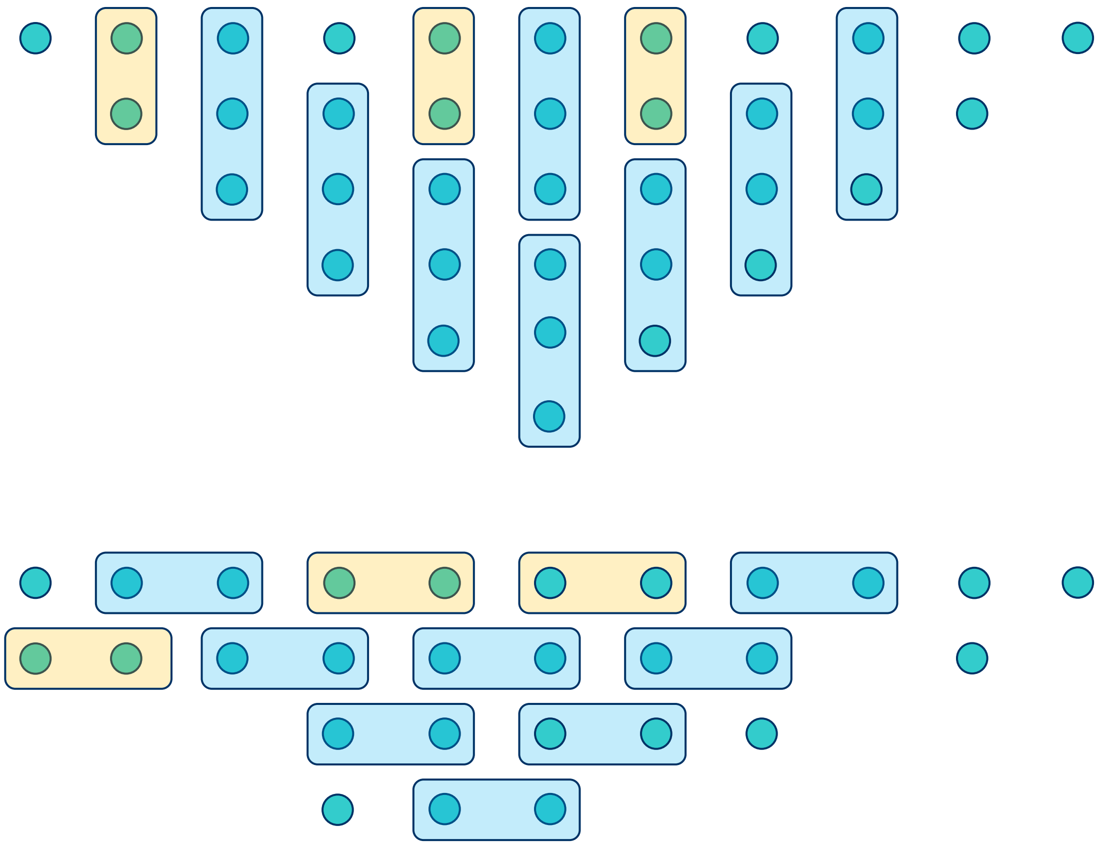
Συσσώρευση των μερικών γινομένων με (3,2) counters: Wallace



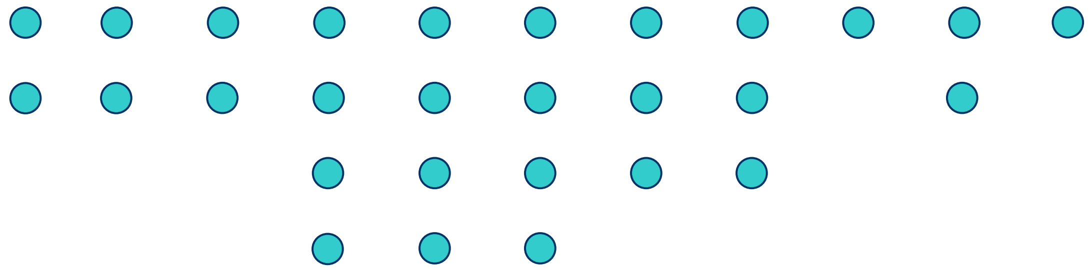
Συσσώρευση των μερικών γινομένων με (3,2) counters: Wallace



Συσσώρευση των μερικών γινομένων με (3,2) counters: Wallace

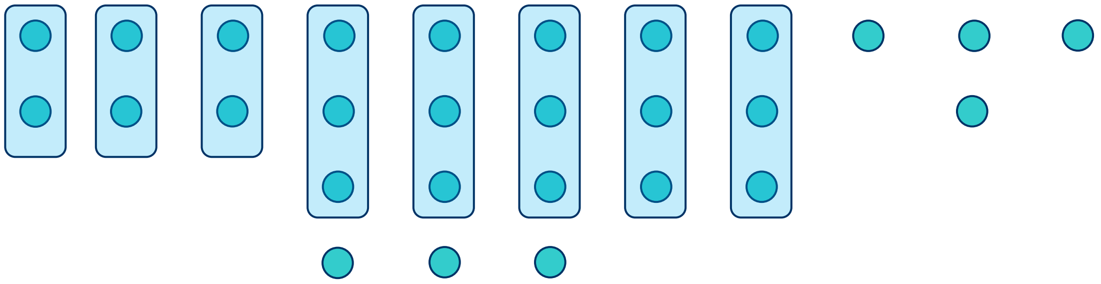


Συσσώρευση των μερικών γινομένων με (3,2) counters: Wallace



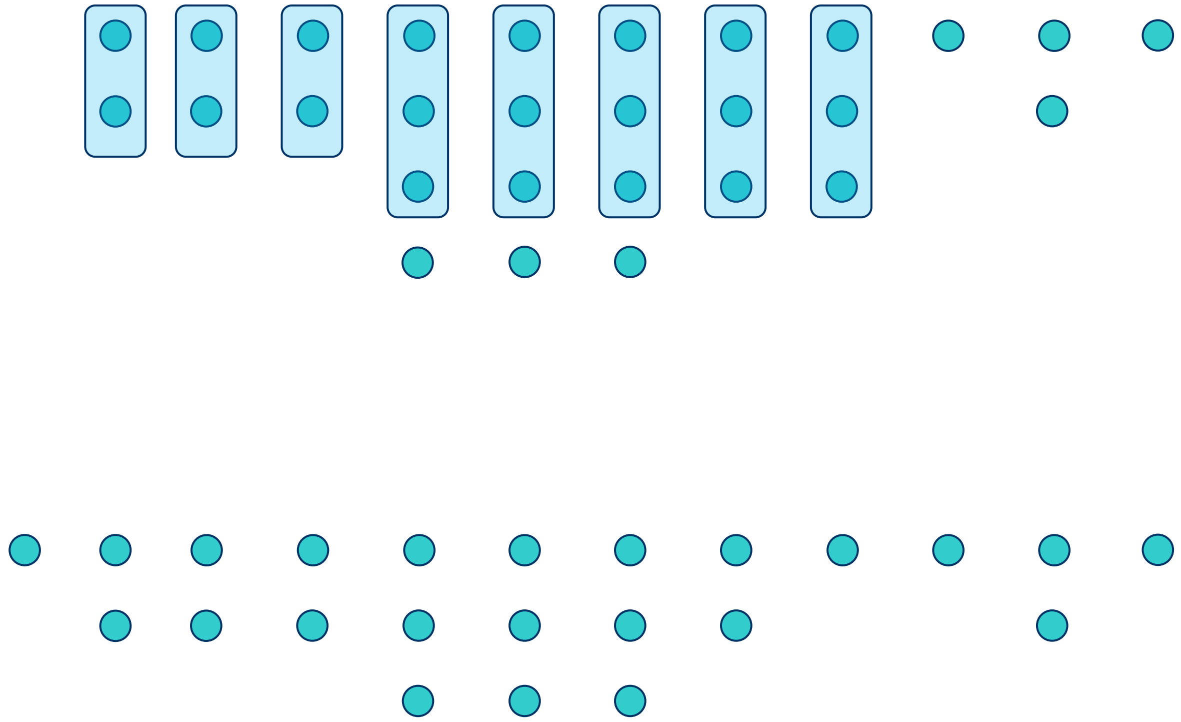
16 FAs, 9 HAs

Συσσώρευση των μερικών γινομένων με (3,2) counters: Wallace



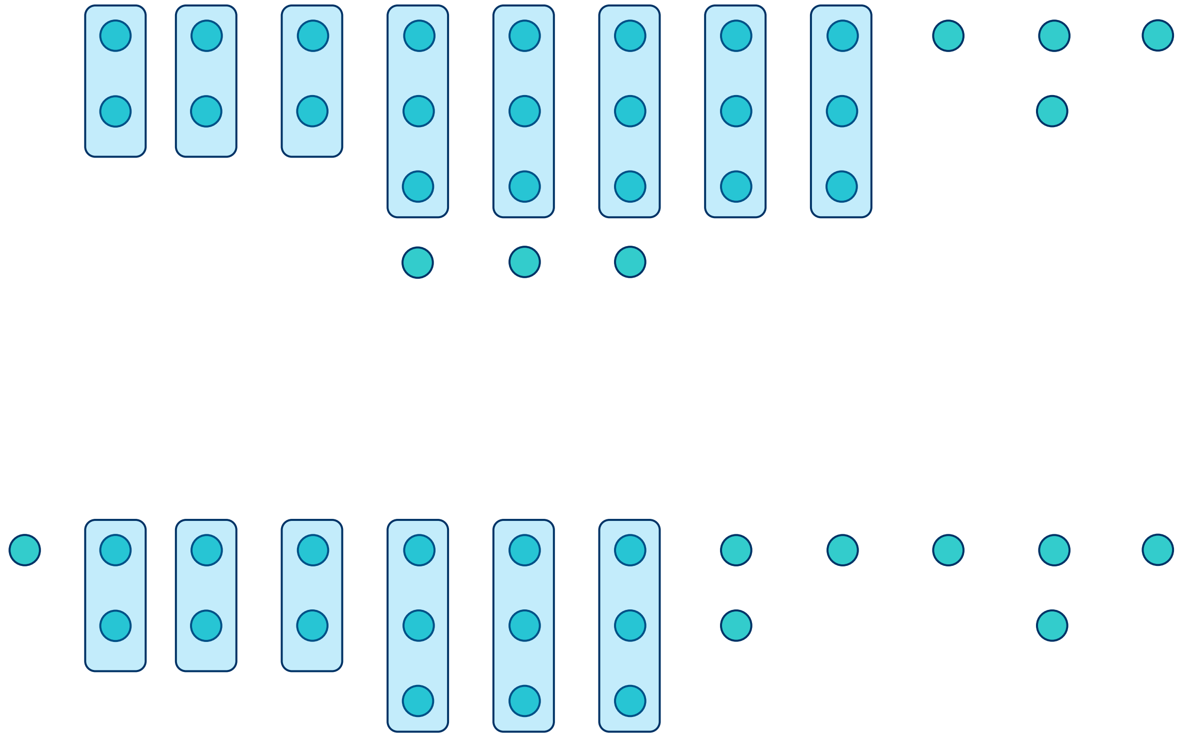
16 FAs, 9 HAs

Συσσώρευση των μερικών γινομένων με (3,2) counters: Wallace



16 FAs, 9 HAs

Συσσώρευση των μερικών γινομένων με (3,2) counters: Wallace

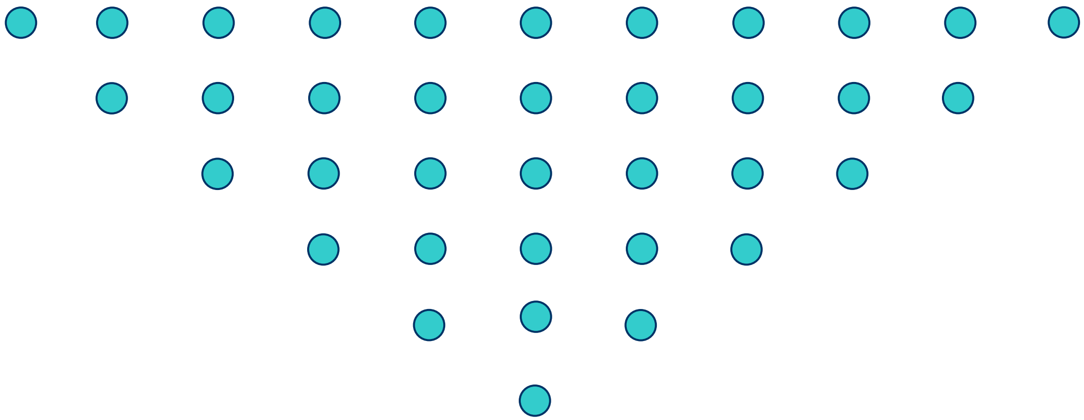


16 FAs, 9 HAs

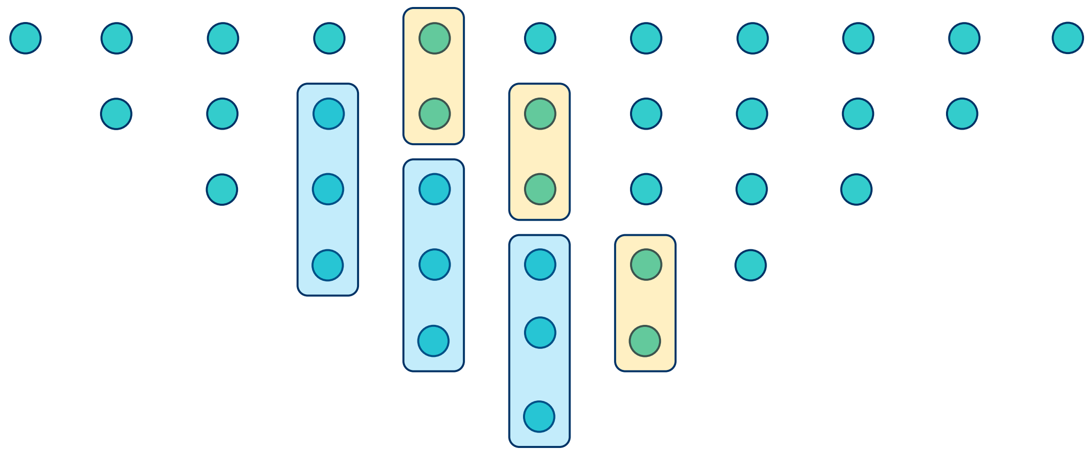
Η στρατηγική του Luigi Dadda

- Μειώνουμε τον αριθμό των προσθετέων στην επόμενη μικρότερη τιμή η οποία αντιστοιχεί ακριβώς σε στοιχείο της ακολουθίας $h(n)$
- Ίδια καθυστέρηση με Wallace, ελάχιστοι FAs και HAs

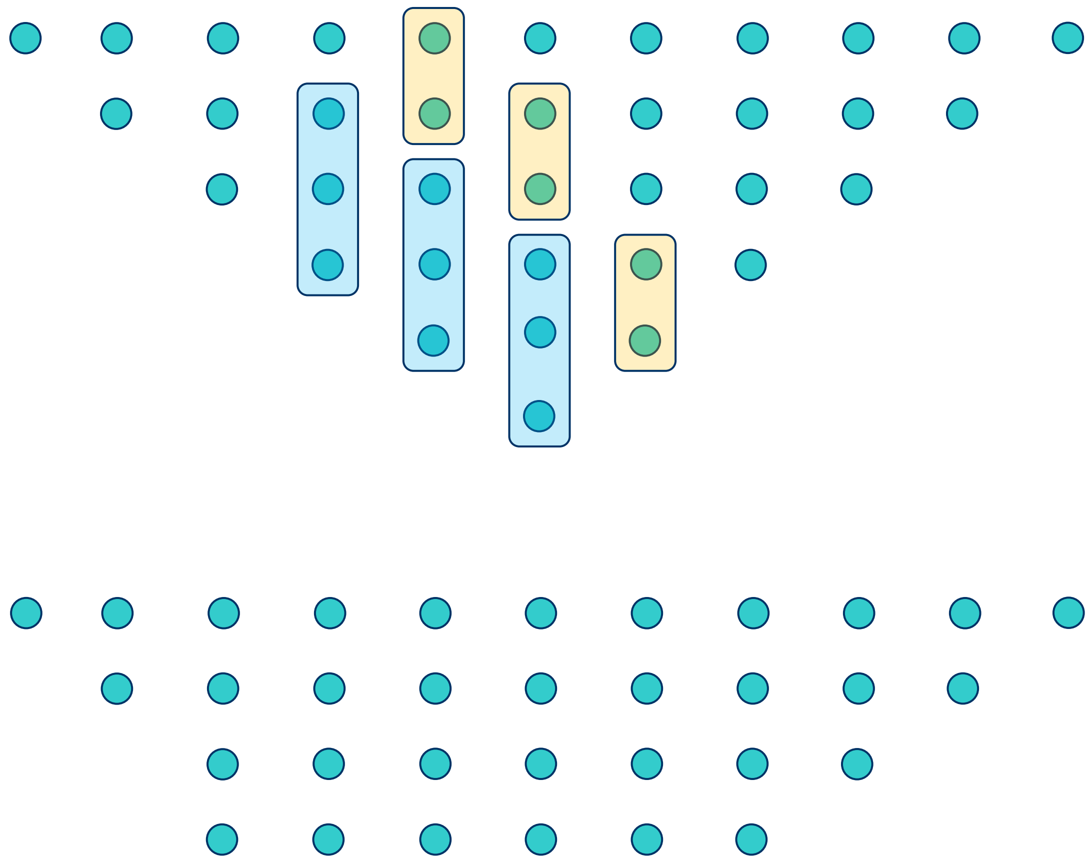
Συσσώρευση των μερικών γινομένων με (3,2) counters: Dadda



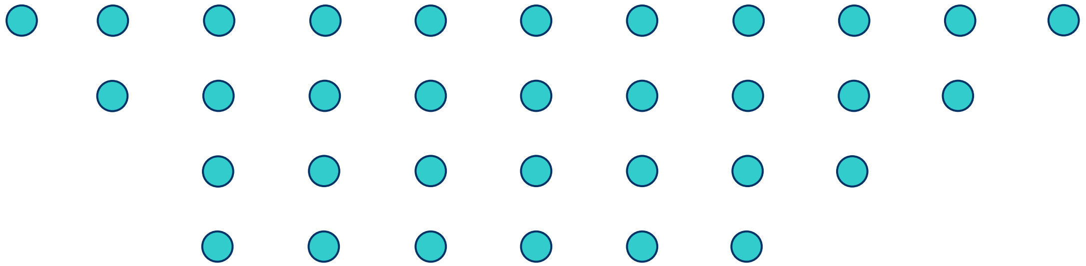
Συσσώρευση των μερικών γινομένων με (3,2) counters: Dadda



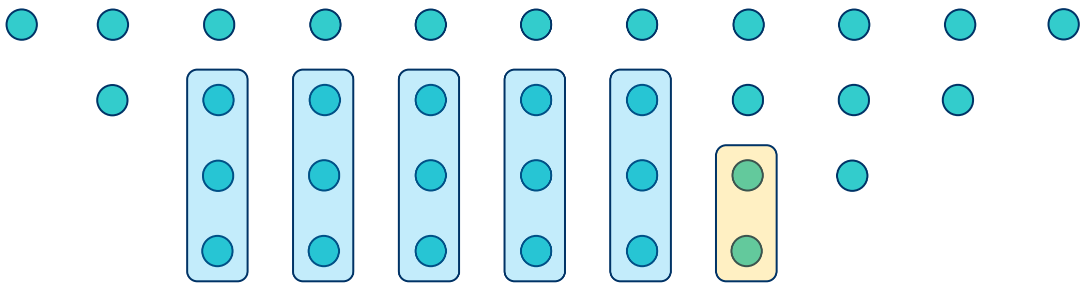
Συσσώρευση των μερικών γινομένων με (3,2) counters: Dadda



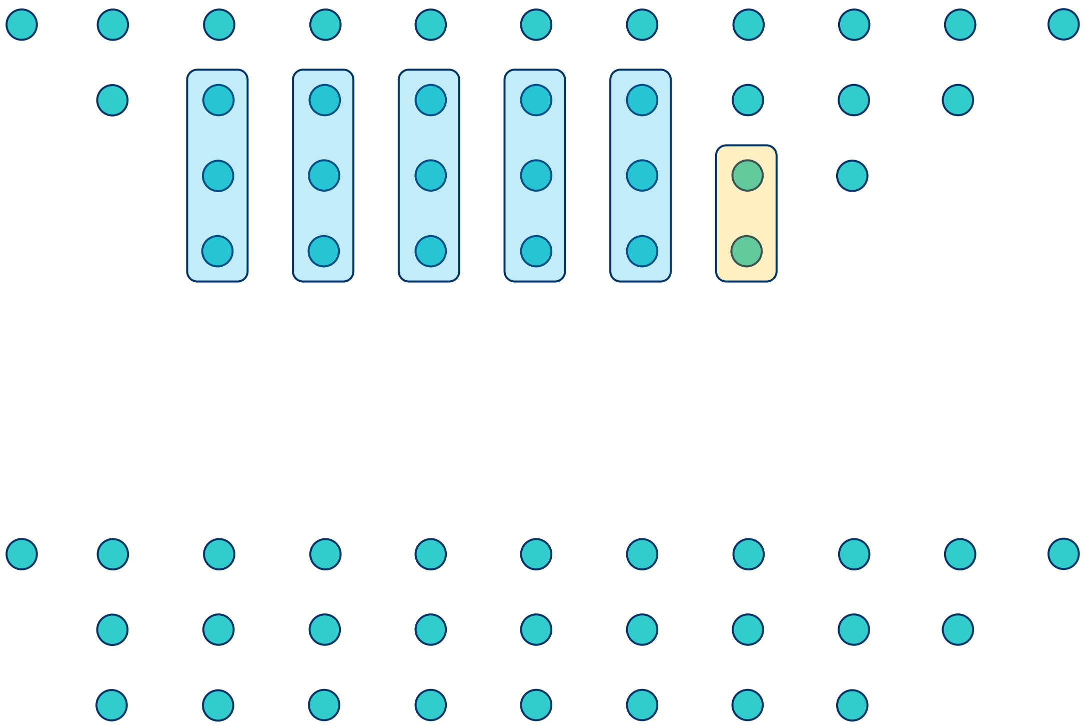
Άθροιση με Dadda



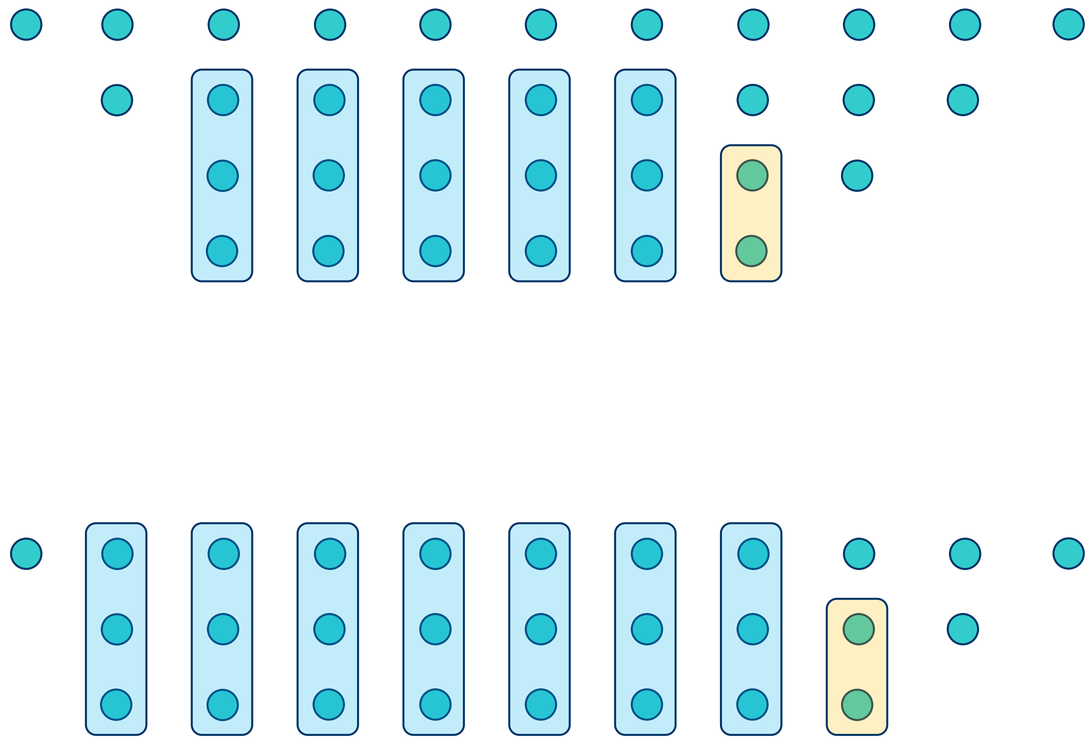
Άθροιση με Dadda



Άθροιση με Dadda



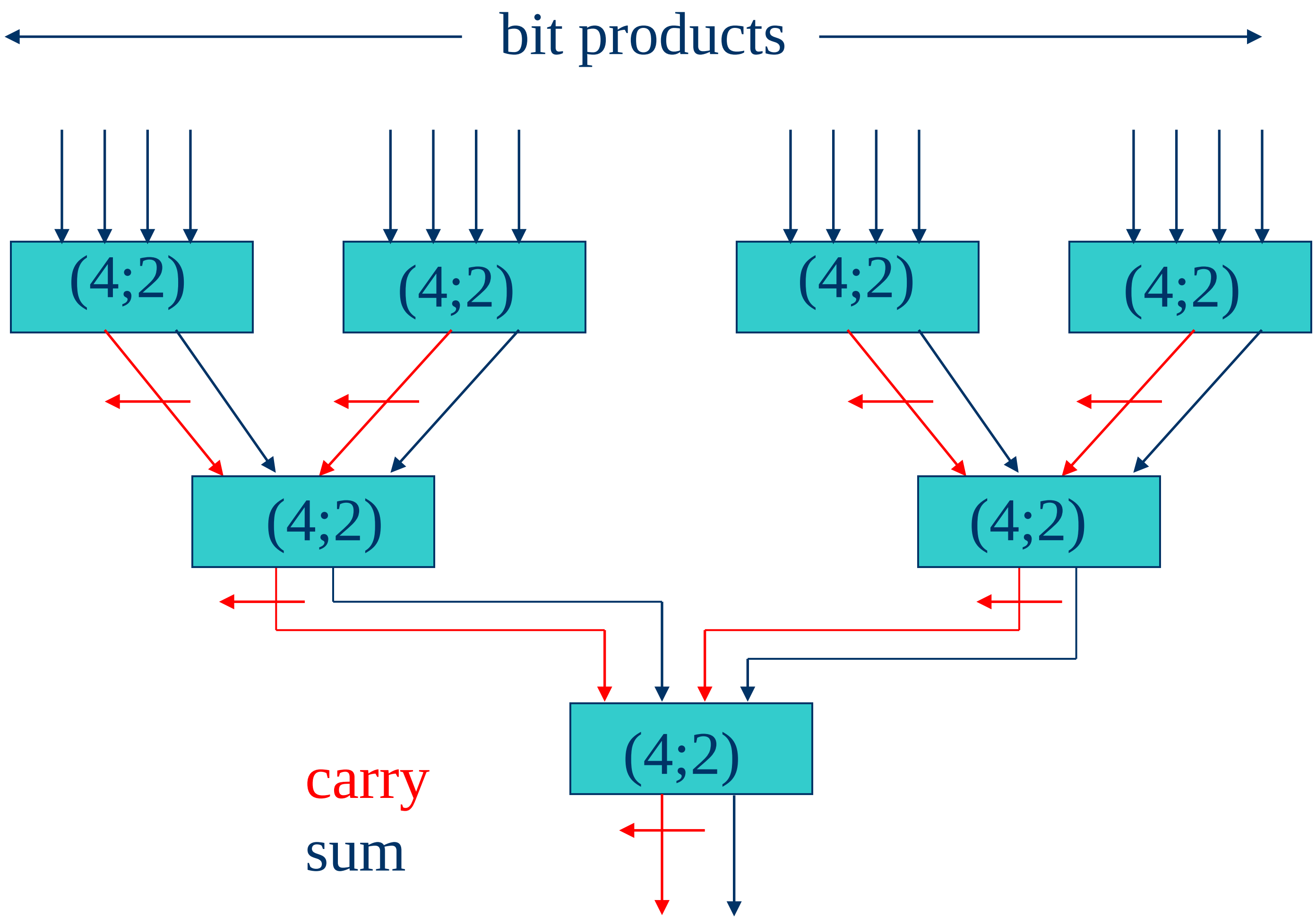
Άθροιση με Dadda



15 FAs, 5 HAs

Δένδρο από (4;2) Compressors

- οργάνωση ενός bit-slice
- λογική *διατήρησης κρατουμένου*



Σύγκριση δένδρων (3,2) counters και δένδρων (4;2) compressors

Αριθμός Όρων	Επίπεδα με (3,2) counters	Επίπεδα με (4;2) compressors	Ισοδύναμη καθυστέρηση
3	1	1	1.5
4	2	1	1.5
5 – 6	3	2	3
7 – 8	4	2	3
9	4	3	4.5
10 – 13	5	3	4.5
14 – 16	6	3	4.5
17 – 19	6	4	6
20 – 28	7	4	6
29 – 32	8	4	6
33 – 42	8	5	7.5

Περίγραμμα Παρουσίασης

- Εισαγωγή
- Πολλαπλασιασμός αριθμών χωρίς πρόσημο
- Πολλαπλασιασμός σε συμπλήρωμα του δύο
- Άθροιση προσημασμένων όρων
- Αλγόριθμος πολλαπλασιασμού του Booth

Ο αλγόριθμος του Booth

- Μειώνει τον αριθμό των μερικών γινομένων μειώνοντας τον αριθμό των μη μηδενικών ψηφίων του πολλαπλασιαστή ως εξής

$$\ldots 0\{1111\}0 = \ldots 1\{0000\}0\ldots - \ldots 0\{0001\}0 = \ldots 1\{000\overline{1}\}0\ldots$$

Κανόνας κωδικοποίησης (recoding) Booth $y_i = x_{i-1} - x_i$

Παράδειγμα κωδικοποίησης:

$$0011110011(0)$$

$$\rightarrow 01000\overline{1}010\overline{1}$$

x_i	x_{i-1}	Ενέργεια	Σχόλιο	PP_i
0	0	Ολίσθηση μόνο	Σειρά μηδενικών	0
1	1	Ολίσθηση μόνο	Σειρά μονάδων	0
1	0	Αφαίρεση και ολίσθηση	Αρχή σειράς μονάδων	$\overline{1}$
0	1	Άθροιση και ολίσθηση	Τέλος σειράς μονάδων	1

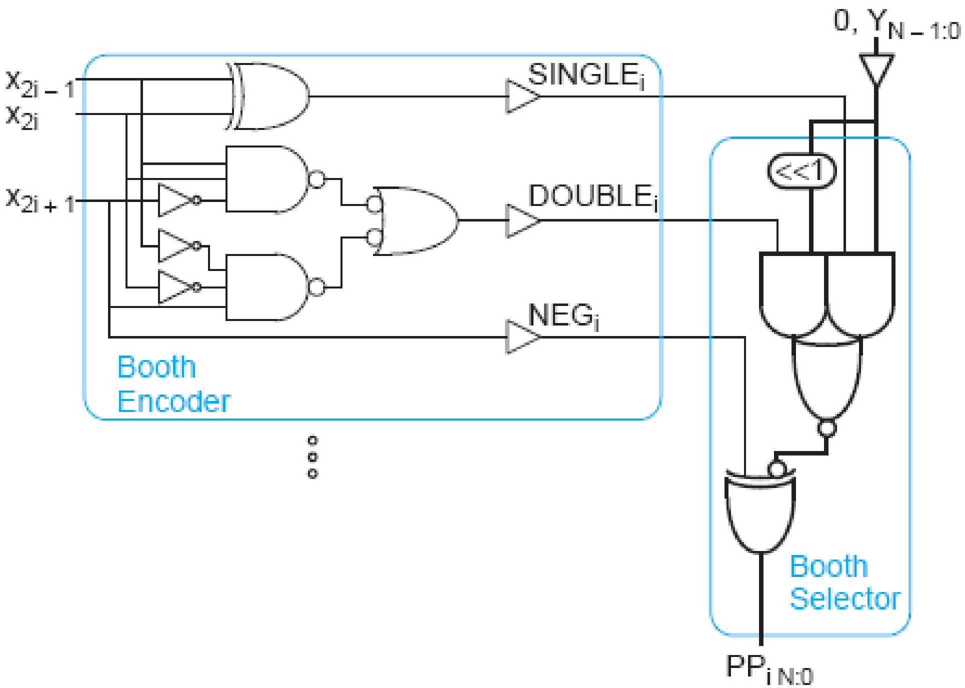
Παράδειγμα πολλαπλασιασμού με αλγόριθμο Booth

- A = 00010
- $X = 00111 \Rightarrow 00111(0) \Rightarrow 0100\overline{1}$
- Μερικό αποτέλεσμα: -2, ολίσθηση του Α: 00100
- Μερικό αποτέλεσμα: -2, ολίσθηση: 01000
- Μερικό αποτέλεσμα: -2, ολίσθηση: 10000
- Μερικό αποτέλεσμα: +16 – 2 = +14

x_i	x_{i-1}	Ενέργεια	Σχόλιο	PP_i
0	0	Ολίσθηση μόνο	Σειρά μηδενικών	0
1	1	Ολίσθηση μόνο	Σειρά μονάδων	0
1	0	Αφαίρεση και ολίσθηση	Αρχή σειράς μονάδων	$\overline{1}$
0	1	Άθροιση και ολίσθηση	Τέλος σειράς μονάδων	1

Υλοποίηση Πολλαπλασιαστή Booth

- Ο κωδικοποιητής Booth δημιουργεί τα σήματα για κάθε μερικό γινόμενο
- Ο επιλογέας Booth επιλέγει τα bits των μερικών γινομένων



Πρόβλημα στην κωδικοποίηση Booth

- Αναποτελεσματικός στην περίπτωση πολλαπλασιαστών, όπως: 01010101(0)

$$1\,\bar{1}\,1\,\bar{1}\,1\,\bar{1}\,1\,\bar{1}$$

εδώ, δεν μειώνει τον αριθμό των πράξεων.

Τροποποιημένος κανόνας Booth

$$\bullet\bullet\bullet\, \underbrace{x_7\, \overbrace{x_6}}_{y_7 y_6} \ldots$$

$$\bullet \bullet \bullet\; x_7\; x_6\; x_5\; x_4\; x_3\; x_2\; x_1\; x_0\; (x_{-1})$$

$$y_7 y_6 \quad y_5 y_4 \quad y_3 y_2 \quad y_1 y_0$$

x_i	$x_{i\text{-}1}$	$x_{i\text{-}2}$	y_i	$y_{i\text{-}1}$	operation	comments
0	0	0	0	0	+0	string of zeros
0	1	0	0	1	+*A*	a single 1
1	0	0	$\bar{1}$	0	-2*A*	beginning of 1's
1	1	0	1	$\bar{1}$	-*A*	beginning of 1's
0	0	1	0	1	+*A*	end of 1's
0	1	1	1	0	+2*A*	end of 1's
1	0	1	0	$\bar{1}$	-*A*	a single 0
1	1	1	0	0	+0	string of 1's

- Αντιμετωπίζει το θέμα των μεμονωμένων άσσων
- Χρησιμοποιεί μόνο ολισθήσεις και προσθαφαιρέσεις
- Αρχιτεκτονική high-radix

Παράδειγμα κωδικοποίησης

- Έστω P = A × (−15)

x_i	x_{i-1}	x_{i-2}	y_i	y_{i-1}	operation	comments
0	0	0	0	0	+0	string of zeros
0	1	0	0	1	+A	a single 1
1	0	0	$\bar{1}$	0	-2A	beginning of 1’s
1	1	0	1	$\bar{1}$	-A	beginning of 1’s
0	0	1	0	1	+A	end of 1’s
0	1	1	1	0	+2A	end of 1’s
1	0	1	0	$\bar{1}$	-A	a single 0
1	1	1	0	0	+0	string of 1’s

	1	0	0	0	1	

Παράδειγμα κωδικοποίησης

- Έστω P = A × (−15)

x_i	x_{i-1}	x_{i-2}	y_i	y_{i-1}	operation	comments
0	0	0	0	0	+0	string of zeros
0	1	0	0	1	+*A*	a single 1
1	0	0	$\bar{1}$	0	-2*A*	beginning of 1's
1	1	0	1	$\bar{1}$	-*A*	beginning of 1's
0	0	1	0	1	+*A*	end of 1's
0	1	1	1	0	+2*A*	end of 1's
1	0	1	0	$\bar{1}$	-*A*	a single 0
1	1	1	0	0	+0	string of 1's

	1	**0**	**0**	**0**	**1**	**(0)**

Παράδειγμα κωδικοποίησης

- Έστω P = A × (−15)

x_i	x_{i-1}	x_{i-2}	y_i	y_{i-1}	operation	comments
0	0	0	0	0	+0	string of zeros
0	1	0	0	1	$+A$	a single 1
1	0	0	$\bar{1}$	0	$-2A$	beginning of 1's
1	1	0	1	$\bar{1}$	$-A$	beginning of 1's
0	0	1	0	1	$+A$	end of 1's
0	1	1	1	0	$+2A$	end of 1's
1	0	1	0	$\bar{1}$	$-A$	a single 0
1	1	1	0	0	+0	string of 1's

(1)	1	0	0	0	1	(0)

Παράδειγμα κωδικοποίησης

- Έστω P = A × (−15)

x_i	x_{i-1}	x_{i-2}	y_i	y_{i-1}	operation	comments
0	0	0	0	0	+0	string of zeros
0	1	0	0	1	$+A$	a single 1
1	0	0	$\bar{1}$	0	$-2A$	beginning of 1's
1	1	0	1	$\bar{1}$	$-A$	beginning of 1's
0	0	1	0	1	$+A$	end of 1's
0	1	1	1	0	$+2A$	end of 1's
1	0	1	0	$\bar{1}$	$-A$	a single 0
1	1	1	0	0	+0	string of 1's

(1)	1	0	0	0	1	(0)

Παράδειγμα κωδικοποίησης

- Έστω P = A × (−15)

x_i	x_{i-1}	x_{i-2}	y_i	y_{i-1}	operation	comments
0	0	0	0	0	+0	string of zeros
0	1	0	0	1	$+A$	a single 1
1	0	0	$\bar{1}$	0	$-2A$	beginning of 1’s
1	1	0	1	$\bar{1}$	$-A$	beginning of 1’s
0	0	1	0	1	$+A$	end of 1’s
0	1	1	1	0	$+2A$	end of 1’s
1	0	1	0	$\bar{1}$	$-A$	a single 0
1	1	1	0	0	+0	string of 1’s

(1)	1	0	0	0	1	(0)
	− A		0		+A	

Παράδειγμα κωδικοποίησης

- Έστω $P = A \times (-15)$

x_i	x_{i-1}	x_{i-2}	y_i	y_{i-1}	operation	comments
0	0	0	0	0	+0	string of zeros
0	1	0	0	1	$+A$	a single 1
1	0	0	$\bar{1}$	0	$-2A$	beginning of 1's
1	1	0	1	$\bar{1}$	$-A$	beginning of 1's
0	0	1	0	1	$+A$	end of 1's
0	1	1	1	0	$+2A$	end of 1's
1	0	1	0	$\bar{1}$	$-A$	a single 0
1	1	1	0	0	+0	string of 1's

(1)	1	0	0	0	1	(0)
	− A		0		+A	

- $P = A \times (-15) = (-A) \times 16 + 0 \times 4 + A \times 1$

Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

- Τα σχήματα των διαφανειών 9, 10 και 36 προέρχονται από τις διαφάνειες του συγγράμματος «CMOS VLSI Design: A Circuits and Systems Perspective (4th Edition)», Neil H.E. Weste, David Money Harris, Pearson, 2011.

- Διαθέσιμες στη διαδικτυακή διεύθυνση
  http://pages.hmc.edu/harris/cmosvlsi/4e/index.html
  © 2011 David Money Harris

Σημείωμα Αναφοράς

- Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών,
  Βασίλης Παλιουράς, Γεώργιος Θεοδωρίδης,
  «Σχεδιασμός Ολοκληρωμένων Κυκλωμάτων (VLSI) II».
  Έκδοση: 1.0 Πάτρα 2015

- Διαθέσιμο στη διαδικτυακή διεύθυνση
  https://eclass.upatras.gr/courses/EE892/

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου των διδασκόντων καθηγητών.

- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.

- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης