ΣΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΧΡΟΝΟΥ

$$\operatorname{sinc}(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin(\pi x)}{\pi x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$

$$\int \frac{dx}{a^2 + b^2 x^2} = \frac{1}{ab} \tan^{-1}\left(\frac{bx}{a}\right)$$

$$\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$$

$$\sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \cos(x)\sin(y)$$

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$$

$$\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$$

$$2\cos(x)\cos(y) = \cos(x-y) + \cos(x+y)$$

$$2\sin(x)\sin(y) = \cos(x-y) - \cos(x+y)$$

$$2\sin(x)\cos(y) = \sin(x-y) + \sin(x+y)$$

$$2\cos^2(x) = 1 + \cos(2x)$$

$$2\sin^2(x) = 1 - \cos(2x)$$

$x(t) = 1$	$2\pi\,\delta(\omega)$ ή $\delta(f)$
$u(t)$	$\dfrac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)$
$\operatorname{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases}$	$\dfrac{1}{j\pi f}$ ή $\dfrac{2}{j\omega}$
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega - \omega_0)$
$\cos(\omega_0 t)$	$\pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$
$\sin(\omega_0 t)$	$\dfrac{\pi}{j}[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]$
$\Pi\left(\dfrac{t}{2T_1}\right) = \begin{cases} 1, & \lvert t\rvert < T_1 \\ 0, & \lvert t\rvert > T_1 \end{cases}$	$2T_1 \sin c\left(\dfrac{\omega T_1}{\pi}\right) = \dfrac{2\sin(\omega T_1)}{\omega}$
$\dfrac{W}{\pi} \sin c\left(\dfrac{Wt}{\pi}\right) = \dfrac{\sin(Wt)}{\pi t}$	$X(\omega) = \begin{cases} 1, & \lvert\omega\rvert < W \\ 0, & \lvert\omega\rvert \geq W \end{cases}$
$\Lambda\left(\dfrac{t}{T_1}\right) = \begin{cases} 1 - \lvert t\rvert/T_1, & \lvert t\rvert < T_1 \\ 0, & \lvert t\rvert \geq T_1 \end{cases}$	$T_1 \operatorname{sinc}^2\left(\dfrac{\omega T_1}{2\pi}\right)$
$\left(\dfrac{W}{\pi}\right)\left(\dfrac{\sin(Wt)}{Wt}\right)^2$	$X(\omega) = \begin{cases} 1 - \lvert\omega\rvert \backslash 2W, & \lvert\omega\rvert < 2W \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$
$te^{-at}u(t), \quad \Re e\{a\} > 0$	$\dfrac{1}{(a + j\omega)^2}$
$\dfrac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-at}u(t), \quad \Re e\{a\} > 0$	$\dfrac{1}{(a + j\omega)^n}$
$\cos(\omega_0 t)u(t)$	$\dfrac{\pi}{2}[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)] + \dfrac{j\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$
$\sin(\omega_0 t)u(t)$	$\dfrac{\pi}{2j}[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)] + \dfrac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}$
$e^{-a\lvert t\rvert}, \quad \Re e\{a\} > 0$	$\dfrac{2a}{a^2 + \omega^2}$

Ιδιότητες του μετασχηματισμού Fourier για μη περιοδικά σήματα

Ιδιότητα	Πεδίο του χρόνου	Πεδίο συχνοτήτων
Συζυγία στο χρόνο	$x^*(t)$	$X^*(-\omega)$
Συζυγία στη συχνότητα	$x^*(-t)$	$X^*(\omega)$
Ανάκλαση	$x(-t)$	$X(-\omega)$
Γραμμικότητα	$ax_1(t) + bx_2(t)$	$aX_1(\omega) + bX_2(\omega)$
Πραγματικό μέρος	$x_e(t) = \dfrac{1}{2}[x(t) + x^*(-t)]$	$\Re e\{X(\omega)\} = R(\omega)$
Φανταστικό μέρος	$x_o(t) = \dfrac{1}{2}[x(t) - x^*(-t)]$	$j\Im m\{X(\omega)\} = j\,I(\omega)$
Χρονική μετατόπιση	$x(t - t_o)$	$e^{-j\omega t_0} X(\omega)$
Ολίσθηση συχνότητας	$e^{j\omega_0 t} x(t)$	$X(\omega - \omega_o)$
Ολοκλήρωση	$\int_{-\infty}^{t} x(\xi)d\xi$	$\dfrac{1}{j\omega} X(\omega) + \pi X(\omega)\delta(\omega)$
Πραγματικό σήμα	$x(t) = x^*(t)$	$X(\omega) = X^*(-\omega)$ $\Re e\{X(\omega)\} = \Re e\{X(-\omega)\}$ $\Im m\{X(\omega)\} = -\Im m\{X(-\omega)\}$ $\lvert X(\omega)\rvert = \lvert X(-\omega)\rvert$ $\arg X(\omega) = -\arg X(-\omega)$
Συγκερασμός	$x(t) * h(t)$	$X(\omega)H(\omega)$
Διαμόρφωση	$x(t) \cdot y(t)$	$\dfrac{1}{2\pi}[X(\omega) * Y(\omega)]$
Διαφόριση στο χρονικό πεδίο	$\dfrac{dx(t)}{dt}$	$j\omega X(\omega)$
Διαφόριση στο πεδίο συχνοτήτων	$tx(t)$	$j\dfrac{dX(\omega)}{d\omega}$
Αλλαγή κλίμακας:	$x(at)$	$\dfrac{1}{\lvert a\rvert} X\left(\dfrac{\omega}{a}\right)$
Δυϊσμός αν $x(t) \xleftrightarrow{F} X(\omega)$	$y(t) = X(t)$	$Y(\omega) = 2\pi x(-\omega)$
Θεώρημα Parseval	$\mathcal{E}_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \lvert x(t)\rvert^2 dt$	$\mathcal{E}_x = \dfrac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \lvert X(\omega)\rvert^2 d\omega$

ΣΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΙΑΚΡΙΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

$$\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$$

$$\sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \cos(x)\sin(y)$$

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$$

$$\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$$

$$2\cos(x)\cos(y) = \cos(x-y) + \cos(x+y)$$

$$2\sin(x)\sin(y) = \cos(x-y) - \cos(x+y)$$

$$2\sin(x)\cos(y) = \sin(x-y) + \sin(x+y)$$

$$2\cos^2(x) = 1 + \cos(2x)$$

$$2\sin^2(x) = 1 - \cos(2x)$$

$$\sum_{k=0}^{n-1} ar^k = a\frac{1-r^n}{1-r}$$

Μετασχηματισμοί z μερικών βασικών συναρτήσεων

	Σήμα	Μετασχηματισμός z	Περιοχή σύγ/λισης
1	$\delta(n)$	1	για κάθε $z \neq 0$
2	$u(n)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$\lvert z \rvert > 1$
3	$\delta(n-m)$, $m>0$	z^{-m}	$\lvert z \rvert \neq 0$
4	$a^n u(n)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$\lvert z \rvert > \lvert a \rvert$
5	$na^n u(n)$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$\lvert z \rvert > \lvert a \rvert$
6	$[\cos(\Omega_0 n)]u(n)$	$\frac{1-[\cos\Omega_0]z^{-1}}{1-[2\cos\Omega_0]z^{-1}+z^{-2}}$	$\lvert z \rvert > 1$
7	$[\sin(\Omega_0 n)]u(n)$	$\frac{[\sin\Omega_0]z^{-1}}{1-[2\cos\Omega_0]z^{-1}+z^{-2}}$	$\lvert z \rvert > 1$
8	$[r^n \cos(\Omega_0 n)]u(n)$	$\frac{1-[r\cos\Omega_0]z^{-1}}{1-[2r\cos\Omega_0]z^{-1}+r^2z^{-2}}$	$\lvert z \rvert > r$
9	$[r^n \sin(\Omega_0 n)]u(n)$	$\frac{[r\sin\Omega_0]z^{-1}}{1-[2r\cos\Omega_0]z^{-1}+r^2z^{-2}}$	$\lvert z \rvert > r$

Ιδιότητες του μονόπλευρου μετασχηματισμού z

Ιδιότητα	Σήμα	Μ z	Πεδίο σύγκλισης
Γραμμικότητα.	$ax_1(n)+bx_2(n)$	$a\cdot X_1^+(z)+b\cdot X_2^+(z)$	$P_1 \cap P_2$
Δεξιά ολίσθηση	$x(n-n_0), n_0 \geq 0$	$z^{-n_0}\left[X^+(z)+\sum_{i=1}^{n_0} x(-i)z^i\right]$	R<$\lvert z \rvert$
Αριστερή ολίσθηση	$x(n+n_0), n_0 \geq 0$	$z^{+n_0}\left[X^+(z)-\sum_{i=0}^{n_0-1} x(+i)z^{-i}\right]$	R<$\lvert z \rvert$
Συνέλιξη	$x_1(n) * x_2(n)$	$X_1^+(z)\cdot X_2^+(z)$	$P_1 \cap P_2$
Ολίσθησης Συχνότητας	$c^n x(n)$	$X^+\left(\frac{z}{c}\right)$	$\lvert c \rvert R < \lvert z \rvert$
Περιοδικό σήμα	$x(n+N)=x(n)$	$X^+(z)=\frac{1}{1-z^{-N}}\sum_{n=0}^{N-1}x(n)z^{-n}$	$\lvert z \rvert > 0$
Ιδιότητα της Συζυγίας	$x^*(n)$ $-\Re e\{x(n)\}$ $-\Im m\{x(n)\}$	$X^*(z^*)$ $\frac{1}{2j}\left[X(z)-X^*(z^*)\right]$ $\frac{1}{2}\left[X(z)+X^*(z^*)\right]$	R<$\lvert z \rvert$
Θεώρημα αρχικής τιμής	$x(0)=\lim_{z\to\infty} X^+(z)$		
Θεώρημα τελικής τιμής	$\lim_{n\to\infty} x(0) = \lim_{z\to 1}(z-1)X^+(z)$		

Ιδιότητες του μετασχηματισμού z

Ιδιότητα	Σήμα	Μ z	Πεδίο σύγκλισης
Γραμμικότητα.	$ax_1(n)+bx_2(n)$	$a\cdot X_1(z)+b\cdot X_2(z)$	Τουλάχιστον $P_1 \cap P_2$
Χρονική ολίσθηση	$x(n+n_0)$	$z^{n_0} X(z)$	P
Συνέλιξη	$x_1(n) * x_2(n)$	$X_1(z)\cdot X_2(z)$	Τουλάχιστον $P_1 \cap P_2$
Ολίσθησης Συχνότητας	$c^n x(n)$	$X\left(\frac{z}{c}\right)$	$\lvert c \rvert R^+ < \lvert z \rvert < \lvert c \rvert R^-$
Παραγώγιση στο Χώρο του z	$n\,x(n)$	$-z\frac{dX(z)}{dz}$	$R^+ < \lvert z \rvert < R^-$
Μ z περιοδικών σημάτων.	$x(n+N)=x(n)$	$X(z)=\frac{1}{1-z^{-N}}\sum_{n=0}^{N-1}x(n)z^{-n}$	P
Ιδιότητα της Συζυγίας	$x^*(n)$ $-\Re e\{x(n)\}$ $-\Im m\{x(n)\}$	$X^*(z^*)$ $\frac{1}{2j}\left[X(z)-X^*(z^*)\right]$ $\frac{1}{2}\left[X(z)+X^*(z^*)\right]$	P
Αθροίσματος	$\sum_{n=0}^{N-1} x(n)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}X(z)$	Τουλάχιστον $P_1 \cap \lvert z \rvert > 1$
Κατοπτρισμός	$x(-n)$	$X(z^{-1})$	$\frac{1}{R^-} < \lvert z \rvert < \frac{1}{R^+}$