

Διάλεξη 1: Εισαγωγή στα Σήματα

Ασκήσεις Εξάσκησης

Κωνσταντίνος Χατζηλυγερούδης
costashatz@upatras.gr

19 Φεβρουαρίου 2026

1 Ερωτήσεις Εξάσκησης

Ερώτηση 1.1

Ένα σήμα περιγράφεται από:

- το πεδίο ορισμού (είσοδος): ο χρόνος μπορεί να είναι **συνεχής** ($t \in \mathbb{R}$) ή **διακριτός** ($n \in \mathbb{Z}$),
- το σύνολο τιμών (έξοδος): το πλάτος μπορεί να είναι **συνεχές** (πραγματικές τιμές) ή **διακριτό** (κβαντισμένα επίπεδα).

Με βάση αυτό, να ταξινομήσετε τα σήματα σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις ως **αναλογικά, διακριτού χρόνου (δειγματοληπτημένο), κβαντισμένα ή ψηφιακά**. Για καθεμία, να δηλώσετε ρητά: (i) αν ο χρόνος (είσοδος) είναι συνεχής ή διακριτός και (ii) αν το πλάτος είναι συνεχές ή διακριτό.

1. $x_1(t) = 2 \cos(t)$
2. $x_2[n] = 2 \cos(0.3n)$
3. $x_3(t) = Q_\Delta\{2 \cos(t)\}$ όπου $Q_\Delta\{x\} = \Delta \cdot \text{round}(x/\Delta)$ και $\Delta = 0.25$
4. $x_4[n] = Q_\Delta\{2 \cos(0.3n)\}$ με $\Delta = 0.25$

Ερώτηση 1.2

Έστω $x(t) = 2 \cos(t)$ και ομοιόμορφος κβαντιστής

$$Q_\Delta\{x\} = \Delta \cdot \text{round}\left(\frac{x}{\Delta}\right), \quad \Delta = 0.5.$$

1. Ποιο είναι το εύρος τιμών του $x(t)$ (ελάχιστη και μέγιστη τιμή);
2. Να απαριθμήσετε όλες τις δυνατές τιμές εξόδου του $x_Q(t) = Q_\Delta\{x(t)\}$ (δηλαδή όλα τα επίπεδα κβαντισμού που μπορούν να εμφανιστούν).
3. Ποιο είναι το μέγιστο δυνατό σφάλμα κβαντισμού $|x_Q(t) - x(t)|$;

Ερώτηση 1.3

Ξεκινήστε από το συνεχούς χρόνου σήμα $x(t) = 2 \cos(t)$.

1. Ορίστε ένα δειγματοληπτημένο σήμα $x_s[n] = x(nT_s)$ με περίοδο δειγματοληψίας $T_s = \pi/4$. Να γράψετε το $x_s[n]$ ρητά ως συνάρτηση του n .
2. Είναι το $x_s[n]$ διακριτού χρόνου ή συνεχούς χρόνου; Είναι το πλάτος του διακριτό ή συνεχές;

3. Στη συνέχεια κβαντίστε: $x_D[n] = Q_\Delta\{x_s[n]\}$ με $\Delta = 0.25$. Είναι το $x_D[n]$ ψηφιακό; Να αιτιολογήσετε.

Ορίζουμε $Q_\Delta\{x\} = \Delta \cdot \text{round}\left(\frac{x}{\Delta}\right)$.

Ερώτηση 1.4

Θεωρήστε το συνεχούς χρόνου σήμα

$$x(t) = \begin{cases} 3, & -2 \leq t < 1, \\ 0, & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

1. Να εκφράσετε το $x(t)$ με μία μόνο εξίσωση (υπόδειξη: χρησιμοποιήστε στοιχειώδη σήματα).
2. Να επαληθεύσετε την έκφρασή σας ελέγχοντας την τιμή του $x(t)$ στις τρεις περιοχές: (i) $t < -2$, (ii) $-2 \leq t < 1$, (iii) $t \geq 1$.

Ερώτηση 1.5

Έστω

$$x(t) = \begin{cases} t - 1, & 1 \leq t < 4, \\ 0, & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

1. Να εκφράσετε το $x(t)$ με μία εξίσωση (υπόδειξη: χρησιμοποιήστε στοιχειώδη σήματα).
2. Να αναπτύξετε την έκφρασή σας σε μορφή που να χρησιμοποιεί μόνο το σήμα μοναδιαίου βήματος ($u(\cdot)$) και πολυώνυμα του t .

Ερώτηση 1.6

Έστω

$$x(t) = \begin{cases} e^{-t}, & 0 \leq t < 2, \\ 2e^{-t}, & 2 \leq t < 5, \\ 0, & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

1. Να εκφράσετε το $x(t)$ με μία μόνο εξίσωση.
2. Να υπολογίσετε το σήμα για $t \in (-1, 0)$, $t \in (1, 2)$, $t \in (3, 5)$ και $t > 5$.

Ερώτηση 1.7

Να εκφράσετε το ακόλουθο σήμα διακριτού χρόνου με μία μόνο εξίσωση:

$$x[n] = \begin{cases} 4, & -1 \leq n \leq 3, \\ 0, & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

Ερώτηση 1.8

Έστω

$$x[n] = \begin{cases} n, & 0 \leq n \leq 5, \\ 0, & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

1. Να εκφράσετε το $x[n]$ με μία μόνο εξίσωση.
2. Να υπολογίσετε την ενέργεια $E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$.

Ερώτηση 1.9

Θεωρήστε το σήμα συνεχούς χρόνου

$$x(t) = 2 \cos(5t).$$

Ένα σήμα συνεχούς χρόνου είναι περιοδικό αν υπάρχει $T > 0$ τέτοιο ώστε $x(t) = x(t + T)$ για όλα τα t .

1. Να δείξετε ότι το $x(t)$ είναι περιοδικό.
2. Να βρείτε τη θεμελιώδη περίοδο T_0 (τη μικρότερη θετική περίοδο).

Ερώτηση 1.10

Έστω

$$x(t) = 2 \cos(2\pi t) + 2 \cos(2\pi\sqrt{2}t).$$

1. Να υπολογίσετε τις επιμέρους περιόδους T_1 και T_2 .
2. Να αποφασίσετε αν το $x(t)$ είναι περιοδικό ελέγχοντας τον λόγο T_1/T_2 .

Ερώτηση 1.11

Έστω

$$x(t) = \cos(4\pi t) + \cos(6\pi t).$$

1. Να βρείτε τις περιόδους T_1 και T_2 των δύο συνημιτόνων.
2. Να κρίνετε αν το άθροισμα είναι περιοδικό.
3. Αν είναι περιοδικό, να βρείτε μία περίοδο T του αθροίσματος (τη μικρότερη θετική περίοδο αν μπορείτε).

Ερώτηση 1.12

Θεωρήστε το σήμα συνεχούς χρόνου

$$x(t) = \cos(2\pi t) + \cos(4\pi t) + \cos(6\pi t).$$

1. Να βρείτε την περίοδο κάθε όρου.
2. Να κρίνετε αν το $x(t)$ είναι περιοδικό.
3. Αν είναι περιοδικό, να βρείτε τη θεμελιώδη περίοδο του $x(t)$.

Ερώτηση 1.13

Θεωρήστε το σήμα συνεχούς χρόνου

$$x(t) = \cos(2\pi t) + \cos(2\pi\sqrt{2}t) + \cos(4\pi t).$$

Είναι το $x(t)$ περιοδικό; Να αιτιολογήσετε εξετάζοντας λόγους περιόδων.

Ερώτηση 1.14

Θεωρήστε το σήμα διακριτού χρόνου

$$x[n] = \cos\left(\frac{2\pi}{5}n\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{6}n\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{10}n\right).$$

1. Να προσδιορίσετε την περίοδο κάθε όρου.
2. Να προσδιορίσετε αν το άθροισμα είναι περιοδικό.

3. Αν είναι, να βρείτε τη (μικρότερη) περίοδο του αθροίσματος.

Ερώτηση 1.15

Θεωρήστε το σήμα συνεχούς χρόνου

$$x(t) = e^{-2(t-1)}u(t-1).$$

1. Να γράψετε το $x(t)$ ως τμηματικά ορισμένη συνάρτηση.
2. Να προσδιορίσετε αν το $x(t)$ είναι αιτιατό, αντι-αιτιατό ή μη-αιτιατό (αμφίπλευρο).
3. Να δώσετε με ακρίβεια το σύνολο των τιμών t για τις οποίες $x(t) \neq 0$.

Ερώτηση 1.16

Έστω

$$x(t) = e^t u(-t).$$

1. Να γράψετε το $x(t)$ τμηματικά.
2. Να το ταξινομήσετε ως αιτιατό/αντι-αιτιατό/μη-αιτιατό (αμφίπλευρο).

Ερώτηση 1.17

Έστω

$$x(t) = e^{-t}u(t) + e^t u(-t).$$

1. Να γράψετε το $x(t)$ τμηματικά.
2. Να προσδιορίσετε αν είναι αιτιατό, αντι-αιτιατό ή μη-αιτιατό (αμφίπλευρο).

Ερώτηση 1.18

Θεωρήστε το σήμα διακριτού χρόνου

$$x[n] = e^{-2(n-1)}u[n-1].$$

1. Να γράψετε το $x[n]$ ως τμηματικά ορισμένη ακολουθία.
2. Να προσδιορίσετε αν το $x[n]$ είναι αιτιατό, αντι-αιτιατό ή μη-αιτιατό (αμφίπλευρο).
3. Να δώσετε με ακρίβεια το σύνολο των ακεραίων n για τους οποίους $x[n] \neq 0$.

Ερώτηση 1.19

Έστω

$$x[n] = e^n u[-n].$$

1. Να γράψετε το $x[n]$ τμηματικά.
2. Να το ταξινομήσετε ως αιτιατό/αντι-αιτιατό/μη-αιτιατό.

Ερώτηση 1.20

Έστω

$$x[n] = e^{-n}u[n] + e^n u[-n].$$

1. Να γράψετε το $x[n]$ τμηματικά.
2. Να προσδιορίσετε αν είναι αιτιατό, αντι-αιτιατό ή μη-αιτιατό.

Ερώτηση 1.21

Έστω

$$x(t) = 2 \cos(t) + t.$$

1. Να υπολογίσετε το $x(-t)$.
2. Να υπολογίσετε το άρτιο μέρος $x_e(t) = \frac{1}{2}(x(t) + x(-t))$.
3. Να υπολογίσετε το περιττό μέρος $x_o(t) = \frac{1}{2}(x(t) - x(-t))$.
4. Να επαληθεύσετε ρητά ότι $x(t) = x_e(t) + x_o(t)$.

Ερώτηση 1.22

Έστω

$$x(t) = e^{-t}u(t).$$

1. Να υπολογίσετε το $x(-t)$.
2. Να υπολογίσετε τα $x_e(t)$ και $x_o(t)$.
3. Για ποιες τιμές του t είναι μη μηδενικό το $x_e(t)$; Για ποιες τιμές του t είναι μη μηδενικό το $x_o(t)$;

Ερώτηση 1.23

Ορίζουμε τον τριγωνικό παλμό

$$x(t) = \begin{cases} 1 - \frac{2|t|}{T}, & |t| \leq \frac{T}{2}, \\ 0, & \text{διαφορετικά,} \end{cases} \quad \text{με } T > 0.$$

1. Να δείξετε ότι το $x(t)$ είναι άρτιο.
2. Να υπολογίσετε τα $x_e(t)$ και $x_o(t)$ χρησιμοποιώντας τους τύπους και να απλοποιήσετε.

Ερώτηση 1.24

Έστω $x(t) = e^{-t}u(t)$.

1. Να υπολογίσετε την ενέργεια $E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$ αναλυτικά.
2. Να αποφασίσετε αν το $x(t)$ είναι σήμα ενέργειας ή σήμα ισχύος.

Ερώτηση 1.25

Έστω

$$x(t) = 2e^{-(t-1)}u(t-1).$$

Να υπολογίσετε την ενέργεια

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

αναλυτικά.

Ερώτηση 1.26

Έστω

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n].$$

Να υπολογίσετε την ενέργεια

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$$

αναλυτικά.

Ερώτηση 1.27

Έστω $x[n] = e^{-n}u[n]$.

1. Να υπολογίσετε την ενέργεια $E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$ αναλυτικά.
2. Να αποφασίσετε αν το $x[n]$ είναι σήμα ενέργειας ή σήμα ισχύος.

Ερώτηση 1.28

Έστω

$$x[n] = 2e^{-(n-1)}u[n-1].$$

Να υπολογίσετε την ενέργεια

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$$

αναλυτικά.

Ερώτηση 1.29

Έστω

$$x(t) = 1 + 2 \cos(3t).$$

Να υπολογίσετε τη μέση ισχύ P .

Ερώτηση 1.30

Έστω ο ορθογώνιος παλμός συνεχούς χρόνου

$$x(t) = \begin{cases} 2, & |t| \leq 1, \\ 0, & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

1. Να υπολογίσετε την ενέργεια E .
2. Να υπολογίσετε τη μέση ισχύ P .

Ερώτηση 1.31

Έστω $x(t) = 2 \cos(3t)$.

1. Να υπολογίσετε τη μέση ισχύ P .
2. Να υπολογίσετε την τιμή RMS x_{rms} .

Ερώτηση 1.32

Έστω

$$x(t) = 2 \cos(2t) + 3 \sin(5t).$$

Να υπολογίσετε τη μέση ισχύ P του $x(t)$.

Ερώτηση 1.33

Έστω $x[n] = 2 \cos(3n)$.

1. Να υπολογίσετε τη μέση ισχύ P .
2. Να υπολογίσετε την τιμή RMS x_{rms} .

Ερώτηση 1.34

Έστω

$$x(t) = 2 \cos(4t) + 3 \sin(4t).$$

1. Να ξαναγράψετε το $x(t)$ ως ένα ημιτονικό σήμα $A \cos(4t - \phi)$ για κατάλληλα A, ϕ .
2. Να υπολογίσετε τη μέση ισχύ P του $x(t)$.

Ερώτηση 1.35

Έστω

$$x[n] = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right).$$

1. Να δείξετε ότι το $x[n]$ είναι περιοδικό και να βρείτε τη θεμελιώδη περίοδο N_0 .
2. Να υπολογίσετε τη μέση ισχύ χρησιμοποιώντας μία περίοδο:

$$P = \frac{1}{N_0} \sum_{n=0}^{N_0-1} |x[n]|^2.$$

Ερώτηση 1.36

Έστω $x[n] = 2 \cos(3n)$.

1. Να υπολογίσετε τη μέση ισχύ P .
2. Να υπολογίσετε την τιμή RMS x_{rms} .

Ερώτηση 1.37

Έστω

$$x(t) = e^{(-1+j2)t}u(t).$$

1. Να υπολογίσετε το $|x(t)|$ ρητά.
2. Να υπολογίσετε την ενέργεια

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt.$$

3. Να αποφασίσετε αν το $x(t)$ είναι σήμα ενέργειας ή σήμα ισχύος.

Ερώτηση 1.38

Έστω

$$x[n] = (0.8)^n e^{j\pi n/4} u[n].$$

1. Να υπολογίσετε το $|x[n]|$.
2. Να υπολογίσετε την ενέργεια

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2.$$

Ερώτηση 1.39

Έστω

$$x(t) = 3e^{j(4t+\pi/3)}.$$

1. Να υπολογίσετε το $|x(t)|^2$.
2. Να υπολογίσετε τη μέση ισχύ P .

Ερώτηση 1.40

Έστω

$$x[n] = e^{j\pi n/3} + 2e^{-j\pi n/3}.$$

1. Να υπολογίσετε ρητά το $|x[n]|^2$.
2. Να υπολογίσετε τη μέση ισχύ

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x[n]|^2.$$

2 Προγραμματιστικές Ασκήσεις

Ερώτηση 2.1

Έστω $x(t) = 2 \cos(t)$. Στο διάστημα $t \in [0, 4\pi]$, να σχεδιάσετε στο ίδιο σχήμα:

$$x(t), \quad x(t - \pi), \quad x(2t), \quad -\frac{1}{2}x(t).$$

Στη συνέχεια να απαντήσετε:

1. Ποιες καμπύλες είναι χρονικά μετατοπισμένες; Κατά πόσο και προς ποια κατεύθυνση;
2. Ποια καμπύλη είναι χρονικά συμπιεσμένη; Πώς φαίνεται αυτό από τον αριθμό των ταλαντώσεων;
3. Ποια καμπύλη είναι αντιστραμμένη ως προς το πλάτος και αποδυναμωμένη; Να το εξηγήσετε από τον τύπο.

Χρησιμοποιήστε 3000 σημεία στο διάστημα $[0, 4\pi]$ για ομαλή γραφική παράσταση.

Ερώτηση 2.2

Ορίζεται το σήμα διακριτού χρόνου

$$x[n] = 2n \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right), \quad n = -20, \dots, 20.$$

Να σχεδιάσετε (με stem plot) τις παρακάτω ακολουθίες σε ξεχωριστά υποσχήματα ή ξεχωριστά σχήματα:

$$x[n], \quad x[n-3], \quad x[-n], \quad 2x[n].$$

Στη συνέχεια να απαντήσετε:

1. Ποια πράξη αντιστοιχεί σε καθυστέρηση κατά 3 δείγματα;
2. Ποια πράξη αντιστοιχεί σε χρονική αναστροφή;

Ερώτηση 2.3

Έστω $x(t) = 2 \cos(t)$ στο διάστημα $t \in [0, 2\pi]$ και ορίζουμε $x_Q(t) = Q_\Delta\{x(t)\}$ με $\Delta = 0.25$.

1. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τα $x(t)$ και $x_Q(t)$.
 2. Να σχεδιάσετε το σφάλμα κβάντισης $e(t) = x_Q(t) - x(t)$.
 3. Από τη γραφική παράσταση του σφάλματος, να εκτιμήσετε το $\max_t |e(t)|$ και να το συγκρίνετε με το θεωρητικό φράγμα $\Delta/2$.
- Χρησιμοποιήστε 2000 σημεία στο διάστημα $[0, 2\pi]$ για ομαλή γραφική παράσταση.

$$Q_\Delta\{x\} = \Delta \cdot \text{round}(x/\Delta)$$

Ερώτηση 2.4

Θεωρήστε μια τιμή αναφοράς ισχύος $P_1 = 1$ (αυθαίρετες μονάδες). Για κάθε λόγο ισχύος

$$\frac{P_2}{P_1} \in \{0.5, 2, 10, 100\},$$

να υπολογίσετε την αντίστοιχη τιμή σε dB χρησιμοποιώντας

$$\text{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_2}{P_1} \right).$$

Στη συνέχεια να απαντήσετε:

1. Ποιος λόγος είναι πιο κοντά στα +3 dB; Να το εξηγήσετε αριθμητικά.
2. Να επαληθεύσετε ότι τα +10 dB αντιστοιχούν σε δεκαπλασιασμό της ισχύος.
3. Ποια τιμή σε dB αντιστοιχεί στη μείωση της ισχύος στο μισό;

Ερώτηση 2.5

Έστω $A_1 = 1$ και θεωρήστε τους λόγους πλάτους

$$\frac{A_2}{A_1} \in \{0.5, 2, 10\}.$$

1. Να υπολογίσετε $\text{dB}_A = 20 \log_{10}(A_2/A_1)$ για κάθε λόγο.
2. Να υπολογίσετε τον αντίστοιχο λόγο ισχύος, θεωρώντας $P \propto A^2$, δηλαδή $P_2/P_1 = (A_2/A_1)^2$.
3. Να υπολογίσετε $\text{dB}_P = 10 \log_{10}(P_2/P_1)$ και να επαληθεύσετε ότι $\text{dB}_A = \text{dB}_P$.

Ερώτηση 2.6

Δυναμικό εύρος και σχετική κλίμακα dB.

Θεωρήστε το συνεχές χρονικό σήμα

$$x(t) = e^{\sigma|t|} \left(\cos(2\pi f_0 t) + a \cos(2\pi f_1 t) \right), \quad \sigma < 0,$$

όπου η συχνότητα f μετριέται σε Hz.

Ο συνεχής μετασχηματισμός Fourier (CTFT)^a υπολογίζεται ως εξής: Για $\alpha > 0$,

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha|t|} e^{-j2\pi ft} dt = \frac{2\alpha}{\alpha^2 + (2\pi f)^2}.$$

Χρησιμοποιώντας διαμόρφωση (μετατόπιση συχνότητας),

$$\mathcal{F}\{e^{-\alpha|t|} \cos(2\pi f_c t)\}(f) = \alpha \left(\frac{1}{\alpha^2 + (2\pi(f - f_c))^2} + \frac{1}{\alpha^2 + (2\pi(f + f_c))^2} \right),$$

όπου $\alpha = -\sigma > 0$.

Ζητούμενα. Χρησιμοποιώντας $\sigma = -8$, $f_0 = 60$ Hz, $f_1 = 200$ Hz, $a = 0.005$, και

$$f \in [0, 1000] \text{ Hz με } 4096 \text{ σημεία,}$$

να κάνετε τα εξής:

1. Να υλοποιήσετε συνάρτηση $X_{\text{of_f}}(f, \sigma, f_0, f_1, a)$ που επιστρέφει το $X(f)$ βάσει του παραπάνω τύπου.
2. Να υπολογίσετε $m(f) = |X(f)|$ και να το σχεδιάσετε σε γραμμική κλίμακα.
3. Να σχεδιάσετε το **σχετικό φάσμα σε dB**

$$m_{\text{dB}}(f) = 20 \log_{10} \left(\frac{m(f)}{m_{\text{max}}} + \varepsilon \right), \quad \varepsilon = 10^{-12}.$$

4. Να υπολογίσετε και να εκτυπώσετε

$$m_{\text{max}}, \quad m_{\text{min}}, \quad \Delta_{\text{dB}} = 20 \log_{10} \left(\frac{m_{\text{max}}}{m_{\text{min}} + \varepsilon} \right).$$

5. Να αλλάξετε το a σε 0.05. Τι αλλάζει στο σχετικό διάγραμμα σε dB;

Χρησιμοποιήστε 4096 δείγματα στο διάστημα $[0, 1000]$ Hz για ομαλές γραφικές παραστάσεις.

“Θα δούμε πώς προκύπτει σε επόμενες διαλέξεις

3 Αποδείξεις

Ερώτηση 3.1

Έστω $x(t)$ οποιοδήποτε σήμα με πεπερασμένη ενέργεια

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt < \infty.$$

Ορίστε το χρονικά μετατοπισμένο σήμα $y(t) = x(t - t_0)$ για κάποιο πραγματικό t_0 . Να αποδείξετε βήμα-βήμα ότι $E_y = E_x$.

Ερώτηση 3.2

Υποθέστε ότι το $x(t)$ έχει πεπερασμένη μέση ισχύ

$$P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt.$$

Έστω $y(t) = \alpha x(t)$ για κάποια μιγαδική (ή πραγματική) σταθερά α . Να αποδείξετε ότι $P_y = |\alpha|^2 P_x$.

Ερώτηση 3.3

Ένα σήμα $x(t)$ μπορεί να αποσυντεθεί ως $x(t) = x_e(t) + x_o(t)$ όπου το x_e είναι άρτιο και το x_o είναι περιττό. Να αποδείξετε ότι αυτή η αποσύνθεση είναι μοναδική.

Ερώτηση 3.4

Έστω $x(t)$ και $y(t)$ σήματα. Υπενθύμιση:

$$x \text{ είναι άρτιο} \Leftrightarrow x(t) = x(-t), \quad x \text{ είναι περιττό} \Leftrightarrow x(t) = -x(-t).$$

Να αποδείξετε τα παρακάτω:

1. άρτιο + άρτιο \Rightarrow άρτιο
2. περιττό + περιττό \Rightarrow περιττό
3. άρτιο \times άρτιο \Rightarrow άρτιο
4. περιττό \times περιττό \Rightarrow άρτιο
5. άρτιο \times περιττό \Rightarrow περιττό

Ερώτηση 3.5

Έστω η συνάρτηση δέλτα Kronecker:

$$\delta[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}.$$

Να αποδείξετε:

1. $u[n] = \sum_{k=-\infty}^n \delta[k]$.
2. $\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\delta[n - n_0] = x[n_0]$.