

$$\int \frac{dx}{a^2 + b^2 x^2} = \frac{1}{ab} \tan^{-1} \left(\frac{bx}{a} \right)$$

$$\frac{d(u/v)}{dx} = \frac{v \left(\frac{du}{dx} \right) - u \left(\frac{dv}{dx} \right)}{v^2} \quad \frac{d(uv)}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

$$\text{sinc}(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$

$x(t) = 1$	$2\pi \delta(\omega)$ ή $\delta(f)$
$u(t)$	$\frac{1}{j\omega} + \pi \delta(\omega)$
$\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases}$	$\frac{1}{j\pi f}$ ή $\frac{2}{j\omega}$
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi \delta(\omega - \omega_0)$
$\cos(\omega_0 t)$	$\pi [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$
$\sin(\omega_0 t)$	$\frac{\pi}{j} [\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]$
$\Pi\left(\frac{t}{2T_1}\right) = \begin{cases} 1, & t < T_1 \\ 0, & t > T_1 \end{cases}$	$2T_1 \text{sinc}\left(\frac{\omega T_1}{\pi}\right) = \frac{2 \sin(\omega T_1)}{\omega}$
$\frac{W}{\pi} \text{sinc}\left(\frac{Wt}{\pi}\right) = \frac{\sin(Wt)}{\pi t}$	$X(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega < W \\ 0, & \omega \geq W \end{cases}$
$\Lambda\left(\frac{t}{T_1}\right) = \begin{cases} 1 - t /T_1, & t < T_1 \\ 0, & t \geq T_1 \end{cases}$	$T_1 \text{sinc}^2\left(\frac{\omega T_1}{2\pi}\right)$
$\left(\frac{W}{\pi}\right) \left(\frac{\sin(Wt)}{Wt}\right)^2$	$X(\omega) = \begin{cases} 1 - \omega /2W, & \omega < 2W \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$
$te^{-at} u(t), \quad \text{Re}\{a\} > 0$	$\frac{1}{(a + j\omega)^2}$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-at} u(t), \quad \text{Re}\{a\} > 0$	$\frac{1}{(a + j\omega)^n}$
$\cos(\omega_0 t) u(t)$	$\frac{\pi}{2} [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)] + \frac{j\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$
$\sin(\omega_0 t) u(t)$	$\frac{\pi}{2j} [\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)] + \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}$
$e^{-a t }, \quad \text{Re}\{a\} > 0$	$\frac{2a}{a^2 + \omega^2}$

Ιδιότητες του μετασχηματισμού Fourier για μη περιοδικά σήματα

Ιδιότητα	Πεδίο του χρόνου	Πεδίο συχνοτήτων
Συζυγία στο χρόνο	$x^*(t)$	$X^*(-\omega)$
Συζυγία στη συχνότητα	$x^*(-t)$	$X^*(\omega)$
Ανάκλαση	$x(-t)$	$X(-\omega)$
Γραμμικότητα	$ax_1(t) + bx_2(t)$	$aX_1(\omega) + bX_2(\omega)$
Πραγματικό μέρος	$x_e(t) = \frac{1}{2}[x(t) + x^*(-t)]$	$\Re\{X(\omega)\} = R(\omega)$
Φανταστικό μέρος	$x_o(t) = \frac{1}{2}[x(t) - x^*(-t)]$	$j\Im\{X(\omega)\} = jI(\omega)$
Χρονική μετατόπιση	$x(t - t_0)$	$e^{-j\omega t_0} X(\omega)$
Ολίσθηση συχνότητας	$e^{j\omega_0 t} x(t)$	$X(\omega - \omega_0)$
Ολοκλήρωση	$\int_{-\infty}^t x(\xi) d\xi$	$\frac{1}{j\omega} X(\omega) + \pi X(\omega) \delta(\omega)$
Πραγματικό σήμα	$x(t) = x^*(t)$	$X(\omega) = X^*(-\omega)$ $\Re\{X(\omega)\} = \Re\{X(-\omega)\}$ $\Im\{X(\omega)\} = -\Im\{X(-\omega)\}$ $ X(\omega) = X(-\omega) $ $\arg X(\omega) = -\arg X(-\omega)$
Συγκερασμός	$x(t) * h(t)$	$X(\omega) H(\omega)$
Διαμόρφωση	$x(t) \cdot y(t)$	$\frac{1}{2\pi} [X(\omega) * Y(\omega)]$
Διαφόριση στο χρονικό πεδίο	$\frac{dx(t)}{dt}$	$j\omega X(\omega)$
Διαφόριση στο πεδίο συχνοτήτων	$tx(t)$	$j \frac{dX(\omega)}{d\omega}$
Αλλαγή κλίμακας:	$x(at)$	$\frac{1}{ a } X\left(\frac{\omega}{a}\right)$
Δυϊσμός αν $x(t) \xrightarrow{F} X(\omega)$	$y(t) = X(t)$	$Y(\omega) = 2\pi x(-\omega)$
Θεώρημα Parseval	$\mathcal{E}_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) ^2 dt$	$\mathcal{E}_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) ^2 d\omega$

$$F(\omega_x, \omega_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} dx dy$$

$$F_u(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos(\omega t) dt$$

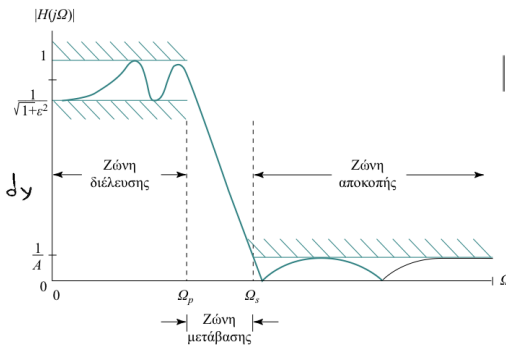
$$F\{x(t) * \frac{1}{\pi t}\} = -j \operatorname{sgn}(\omega) \cdot X(\omega)$$

ΛΕΥΚΗ ΤΥΧΑΙΑ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

$$\Phi_{xx}(t) = \sigma_x^2 \delta(t) + m_x^2$$

$$S_{xx}(\omega) = \sigma_x^2 + 2\pi m_x^2 \delta(\omega)$$

$$\sum_{k=0}^{n-1} ar^k = a \frac{1-r^n}{1-r}$$



$$\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$$

$$\sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \cos(x)\sin(y)$$

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$$

$$\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$$

$$2\cos(x)\cos(y) = \cos(x-y) + \cos(x+y)$$

$$2\sin(x)\sin(y) = \cos(x-y) - \cos(x+y)$$

$$2\sin(x)\cos(y) = \sin(x-y) + \sin(x+y)$$

$$|H(j\Omega)| = \frac{1}{(1 + (\Omega/\Omega_c)^{2N})^{1/2}} = \frac{1}{(1 + \varepsilon^2 (\Omega/\Omega_p)^{2N})^{1/2}} \quad N = \frac{1}{2} \frac{\log_{10}[(A^2 - 1)/\varepsilon^2]}{\log_{10}(\Omega_s/\Omega_p)} = \frac{\log_{10}(1/k_1)}{\log_{10}(1/k)}$$

$$S \xrightarrow{LP \rightarrow LP} \frac{\Omega_p}{\Omega'_p} S \quad S \xrightarrow{LP \rightarrow HP} \frac{\Omega_p \Omega'_p}{S} \quad S \xrightarrow{LP \rightarrow BP} \Omega_p \frac{s^2 + \Omega_u \Omega_l}{s(\Omega_u - \Omega_l)} \quad S \xrightarrow{LP \rightarrow BS} \Omega_p \frac{s(\Omega_u - \Omega_l)}{s^2 + \Omega_u \Omega_l}$$

Μετασχηματισμοί z μερικών βασικών συναρτήσεων

	Σήμα	Μετασχηματισμός z	Περιοχή σύγ/λισης
1	$\delta(n)$	1	για κάθε $z \neq 0$
2	$u(n)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$ z > 1$
3	$\delta(n-m), m > 0$	z^{-m}	$ z \neq 0$
4	$a^n u(n)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$ z > a $
5	$na^n u(n)$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$ z > a $
6	$[\cos(\Omega_0 n)]u(n)$	$\frac{1 - [\cos \Omega_0]z^{-1}}{1 - [2\cos \Omega_0]z^{-1} + z^{-2}}$	$ z > 1$

Ιδιότητες του μονόπλευρου μετασχηματισμού z

Ιδιότητα	Σήμα	M z	Πεδίο σύγκλισης
Γραμμικότητα.	$a x_1(n) + b x_2(n)$	$a \cdot X_1^+(z) + b \cdot X_2^+(z)$	$P_1 \cap P_2$
Δεξιά ολίσθηση	$x(n-n_0), n_0 \geq 0$	$z^{-n_0} [X^+(z) + \sum_{i=1}^{n_0} x(-i)z^i]$	$R < z $
Αριστερή ολίσθηση	$x(n+n_0), n_0 \geq 0$	$z^{+n_0} [X^+(z) - \sum_{i=0}^{n_0-1} x(i)z^{-i}]$	$R < z $
Συνέλιξη	$x_1(n) * x_2(n)$	$X_1^+(z) \cdot X_2^+(z)$	$P_1 \cap P_2$
Ολίσθησης Συχνότητας	$c^n x(n)$	$X^+\left(\frac{z}{c}\right)$	$ c R < z $
Περιοδικό σήμα	$x(n+N) = x(n)$	$X^+(z) = \frac{1}{1-z^{-N}} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)z^{-n}$	$ z > 0$
Ιδιότητα της Συζυγίας	$x^*(n)$ $-\Re\{x(n)\}$ $-\Im\{x(n)\}$	$X^*(z^*)$ $\frac{1}{2j}[X(z) - X^*(z^*)]$ $\frac{1}{2}[X(z) + X^*(z^*)]$	$R < z $
Θεώρημα αρχικής τιμής	$x(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} X^+(z)$		
Θεώρημα τελικής τιμής	$\lim_{n \rightarrow \infty} x(n) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)X^+(z)$		

Ιδιότητες του μετασχηματισμού z

Ιδιότητα	Σήμα	M z	Πεδίο σύγκλισης
Γραμμικότητα.	$a x_1(n) + b x_2(n)$	$a \cdot X_1(z) + b \cdot X_2(z)$	Τουλάχιστον $P_1 \cap P_2$
Χρονική ολίσθηση	$x(n+n_0)$	$z^{n_0} X(z)$	P
Συνέλιξη	$x_1(n) * x_2(n)$	$X_1(z) \cdot X_2(z)$	Τουλάχιστον $P_1 \cap P_2$
Ολίσθησης Συχνότητας	$c^n x(n)$	$X\left(\frac{z}{c}\right)$	$ c R^+ < z < c R^-$
Παραγώγιση στο Χώρο του z	$n x(n)$	$-z \frac{dX(z)}{dz}$	$R^+ < z < R^-$
M z περιοδικών σημάτων.	$x(n+N) = x(n)$	$X(z) = \frac{1}{1-z^{-N}} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)z^{-n}$	P
Ιδιότητα της Συζυγίας	$x^*(n)$ $-\Re\{x(n)\}$ $-\Im\{x(n)\}$	$X^*(z^*)$ $\frac{1}{2j}[X(z) - X^*(z^*)]$ $\frac{1}{2}[X(z) + X^*(z^*)]$	P
Αθροίσματος	$\sum_{n=0}^{N-1} x(n)$	$\frac{1}{1-z^{-1}} X(z)$	Τουλάχιστον $P_1 \cap z > 1$
Κατοπτρισμός	$x(-n)$	$X(z^{-1})$	$\frac{1}{R^-} < z < \frac{1}{R^+}$