

Σχεδιασμός Ελέγχου DC κινητήρα με διέγερση σε σειρά

Δρ. Μίχος Γρηγόριος

“Προηγμένος Έλεγχος Ηλεκτρικών Μηχανών”
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών

2025



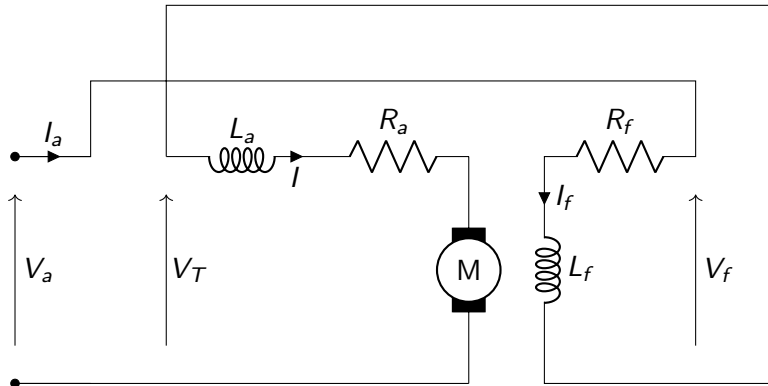
UNIVERSITY OF
PATRAS
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

Στόχος: Ανάλυση μοντέλου DC κινητήρα με διέγερση, γραμμικοποίηση μοντέλου, και σχεδιασμός ελεγκτή

Βιβλιογραφία:

- Αλεξανδρίδης Α., Μητρονίκας Ε., Σημειώσεις στο μάθημα “Προηγμένος Έλεγχος Ηλεκτρικών Μηχανών”

DC κινητήρας με διέγερση σε σειρά



Στη συγκεκριμένη συνδεσμολογία έχουμε:

- $V_a = V_T + V_f$
- $I_a = I_f = I$

DC κινητήρας με διέγερση σε σειρά

Θέτοντας $V_a = V_T + V_f$ και $I_a = I_f = I$ στις εξισώσεις του μοντέλου που περιγράφει τον DC κινητήρα με ξένη διέγερση, υπολογίζουμε τις εξισώσεις καταστάσεων

$$(L_a + L_f) \frac{di}{dt} = -(R_a + R_f)I - K_c I \omega_r + V_a, \quad (1)$$

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = -b\omega_r + K_c I^2 - T_{\text{load}}, \quad (2)$$

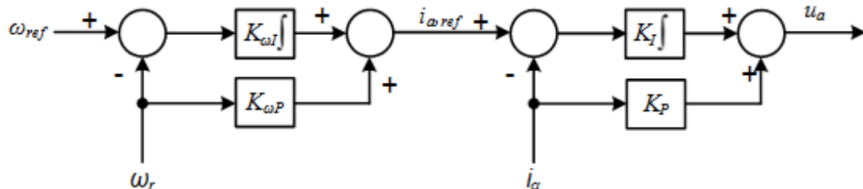
όπου (I, ω_r) είναι οι καταστάσεις του συστήματος και V_a είναι η είσοδος ελέγχου. Υπενθυμίζεται πως K_c είναι η σταθερά του κινητήρα και b η σταθερά αυτορύθμισης της μηχανής

DC κινητήρας με διέγερση σε σειρά

Σε αυτή τη περίπτωση, το σύστημα είναι **μη-γραμμικό**. Θέλουμε να σχεδιάσουμε προηγμένο έλεγχο όπου

- Να επιτυγχάνει ταχύτητα σταθερής κατάστασης ίση με μία επιθυμητή τιμή
- Το σύστημα κλειστού βρόγχου να είναι ευσταθές

Προτεινόμενος ελεγκτής:



DC κινητήρας με διέγερση σε σειρά

Οι εξισώσεις που περιγράφουν τη λειτουργία του σειριακού συστήματος ελεγκτών δίνονται ως

$$V_a = -K_p I + K_I \int (I^{\text{ref}} - I) \quad (3)$$

$$I^{\text{ref}} = -K_{p\omega} \omega_r + K_{I\omega} \int (\omega_r^{\text{ref}} - \omega_r) \quad (4)$$

όπου K_p , K_I , $K_{p\omega}$, $K_{I\omega}$ είναι τα κέρδη των ελεγκτών που πρέπει να σχεδιάσουμε και ω_r^{ref} είναι η επιθυμητή γωνιακή ταχύτητα του κινητήρα.

DC κινητήρας με διέγερση σε σειρά

Για να μπορέσουμε να γράψουμε το σύστημα κλειστού βρόγχου σε χρήσιμη μορφή για τη εξέταση της ευστάθειας, ορίζουμε τις τεχνητές καταστάσεις ολοκλήρωσης

$$\dot{\sigma} = (I^{\text{ref}} - I) \quad (5)$$

$$\dot{\sigma}_{\omega} = (\omega_r^{\text{ref}} - \omega_r) \quad (6)$$

Συνεπώς το σύστημα κλειστού βρόγχου δίνεται από:

$$(L_a + L_f) \frac{di}{dt} = -(R_a + R_f + K_p)I - K_c I \omega_r + K_I \sigma, \quad (7)$$

$$\dot{\sigma} = (I^{\text{ref}} - I) = -K_{p\omega} \omega_r + K_{I\omega} \sigma_{\omega} - I, \quad (8)$$

$$\dot{\sigma}_{\omega} = (\omega_r^{\text{ref}} - \omega_r), \quad (9)$$

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = -b\omega_r + K_c I^2 - T_{\text{load}}. \quad (10)$$

DC κινητήρας με διέγερση σε σειρά

Είναι το σύστημα κλειστού βρόγχου ασυμπτωτικά ευσταθές; (δηλ. είναι τοπικά ευσταθές στο σημείο ισορροπίας και το σημείο ισορροπίας είναι ελκτικό;)

Το επιθυμητό σημείο ισορροπίας δίνεται θέτοντας τις παραγώγους του συστήματος ίσες με μηδέν και λύνοντας το σύστημα εξισώσεων. Το αποτέλεσμα είναι:

$$\bar{\omega}_r = \omega_r^{\text{ref}} \quad (11)$$

$$\bar{I} = \sqrt{\frac{b\omega_r^{\text{ref}} + T_{\text{load}}}{K_c}} \quad (12)$$

$$\bar{\sigma} = \frac{(R_a + R_f + K_p)\bar{I} + K_c\bar{I}\omega_r^{\text{ref}}}{K_I} \quad (13)$$

$$\bar{\sigma}_\omega = \frac{K_P\omega_r + \bar{I}}{K_{I\omega}} \quad (14)$$

DC κινήτρας με διέγερση σε σειρά

Για να εξετάσουμε την ευστάθεια του συστήματος μπορούμε να εφαρμόσουμε την έμμεση μέθοδο Lyapunov, μέσω γραμμικοποίησης του συστήματος. Γενικά, για ένα σύστημα της μορφής

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2) \quad (15)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) \quad (16)$$

μπορούμε να γραμμικοποιήσουμε το σύστημα γύρω από ένα σημείο ισορροπίας $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ ως

$$\dot{y} = Jy \quad (17)$$

όπου J ο Ιακωβιανός πίνακας που δίνεται απο

$$J = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_{(\bar{x}_1, \bar{x}_2)} & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{(\bar{x}_1, \bar{x}_2)} \\ \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_{(\bar{x}_1, \bar{x}_2)} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right|_{(\bar{x}_1, \bar{x}_2)} \end{bmatrix} \quad (18)$$

DC κινητήρας με διέγερση σε σειρά

Στη περίπτωση του DC κινητήρα με διέγερση σε σειρά, ο Ιακωβιανός πίνακας υπολογίζεται ως

$$J = \begin{bmatrix} \frac{R_a + R_f + K_p - K_c \omega_r^{\text{ref}}}{L_a + L_f} & \frac{K_I}{L_a + L_f} & -\frac{K_c}{L_a + L_f} \bar{I} & 0 \\ -1 & 0 & -K_{p\omega} & K_{I\omega} \\ 2\frac{K_c}{J} \bar{I} & 0 & -\frac{b}{J} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Συνεπώς μπορούμε να ελέγξουμε την ευστάθεια του γραμμικοποιημένου συστήματος ελέγχοντας τις τιμές των ιδιοτιμών του πίνακα J .

DC κινητήρας με διέγερση σε σειρά

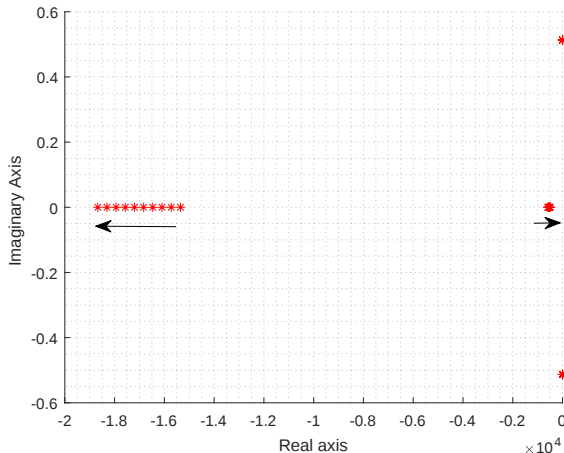


Figure: Τόπος ριζών για το σύστημα DC κινητήρας με διέγερση σε σειρά και εφαρμογή σειριακών PI ελεγκτών

DC κινητήρας με διέγερση σε σειρά

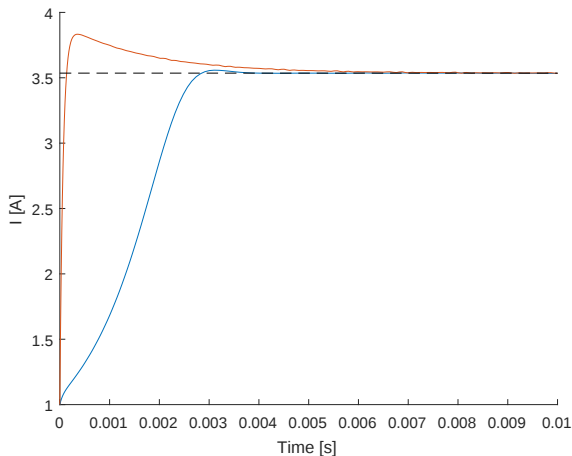


Figure: Ρεύμα τυμπάνου για το μη-γραμμικό (μπλε) και το γραμμικοποιημένο (κόκκινο) σύστημα. Η επιθυμητή τιμή δίνεται απο διακεκομμένη μαύρη γραμμή.

DC κινητήρας με διέγερση σε σειρά

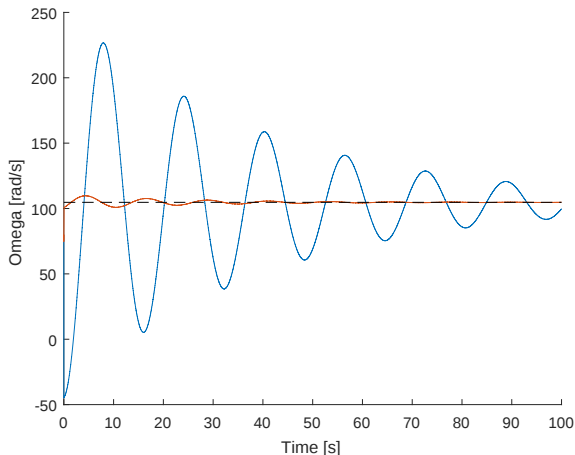


Figure: Γωνιακή ταχύτητα για το μη-γραμμικό (μπλε) και το γραμμικοποιημένο (κόκκινο) σύστημα. Η επιθυμητή τιμή δίνεται απο διακεκομμένη μαύρη γραμμή.

DC κινητήρας με διέγερση σε σειρά

Συμπεράσματα:

- Ο σειριακός PI είναι δυνατόν να ελέγξει το σύστημα σε μια επιθυμητή γωνιακή ταχύτητα
- Μεγάλη αύξηση των κερδών μπορεί να στείλουν το σύστημα στην αστάθεια
- Το γραμμικοποιημένο σύστημα αντιπροσωπεύει τη συμπεριφορά του συστήματος **μόνο** κοντά στη περιοχή του σημείου ισορροπίας
- Το γραμμικοποιημένο σύστημα είναι εκθετικά ευσταθές αλλά το μη-γραμμικό είναι ευσταθές μόνο στο γειτονικό χώρο του σημείου ισορροπίας. Δεν γνωρίζουμε για άλλες περιοχές λειτουργίας