

Κεφάλαιο 1

OFDM και OFDMA

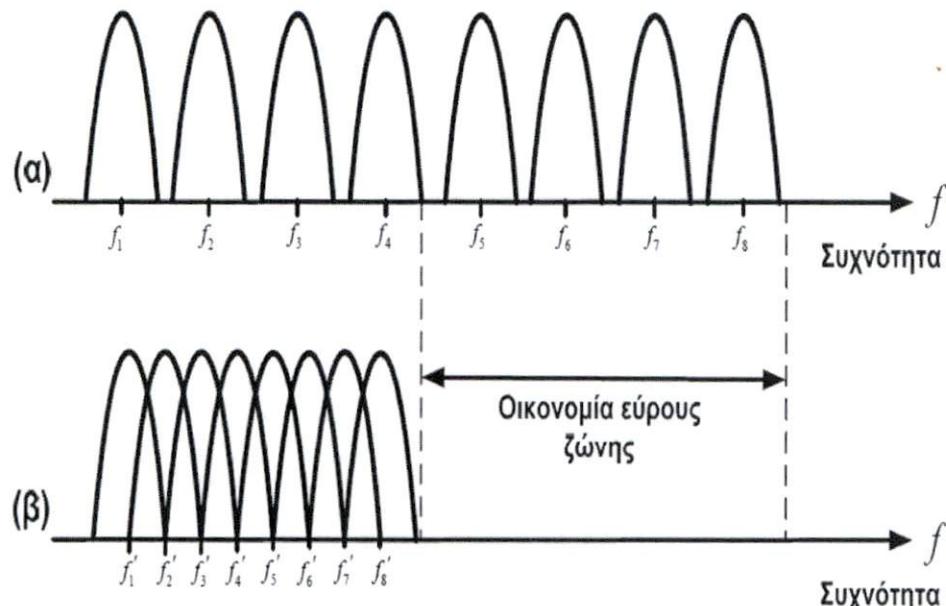
Η Ορθογώνια Πολύπλεξη Διαίρεσης Συχνοτήτων (Orthogonal Frequency Division Multiplexing – OFDM) αποτελεί μια τεχνική διαμόρφωσης πολλαπλών φορέων (multicarrier modulation technique), η οποία έχει υιοθετηθεί σε ένα μεγάλο αριθμό τηλεπικοινωνιακών εφαρμογών. Βασικά πλεονεκτήματα της είναι η παροχή υψηλών ταχυτήτων πρόσβασης, η αποδοτική εκμετάλλευση του διαθέσιμου εύρους ζώνης, ο πολύ ικανοποιητικός τρόπος διαχείρισης των καναλιών πολυόρθευσης (multipath channels) τόσο στη συχνότητα όσο και στο χρόνο καθώς και η εξάλειψη τόσο της διασυμβολικής (InterSymbol Interference – ISI) όσο και της διακαναλικής παρεμβολής (Intercarrier Interference – ICI). Η τεχνική OFDM εφαρμόζεται στα απαιτητικά συστήματα των ασύρματων επικοινωνιών, στις ενσύρματες επικοινωνίες (για παράδειγμα στο DSL), τις γραμμές ρεύματος (Power line communication - PLC) και αλλού, ενώ αποτελεί και τη βάση των συστημάτων 4^{ης} γενιάς.

1.1 Εισαγωγή στην OFDM

Η Ορθογώνια Πολύπλεξη Διαίρεσης Συχνοτήτων (Orthogonal Frequency Division Multiplexing – OFDM) είναι μια μορφή διαμόρφωσης που βασίζεται στην τεχνική FDM. Βασική αρχή της είναι ο διαχωρισμός του διαθέσιμου φάσματος συχνοτήτων σε υποφορείς (subcarriers), ώστε να έχουμε ταυτόχρονη μετάδοση πληροφορίας από κανάλια χαμηλού ρυθμού όσα ο αριθμός των υποφορέων. Καθένας από τους υποφορείς διαμορφώνεται από μια ροή δεδομένων χαμηλού ρυθμού με τη χρήση διαμόρφωσης μετατόπισης φάσης (Phase Shift Keying - PSK) ή τετραγωνικής μετατόπισης πλάτους κατάλληλου αριθμού επιπέδων (Quadrature Amplitude Modulation - QAM) ανάλογα με τον επιθυμητό ρυθμό μετάδοσης.

Ωστόσο, η OFDM είναι βελτιωμένη σε σχέση με την FDM, αφού οι υποφορείς δεν είναι ο ένας μετά τον άλλο, αλλά επικαλύπτονται με τέτοιο τρόπο ώστε και να μην χάνεται η πληροφορία και να χρησιμοποιείται αποδοτικά το διαθέσιμο εύρος ζώνης. Αυτό το πλεονέκτημα της OFDM παρουσιάζεται στο ακόλουθο σχήμα, όπου φαίνεται το εύρος ζώνης που

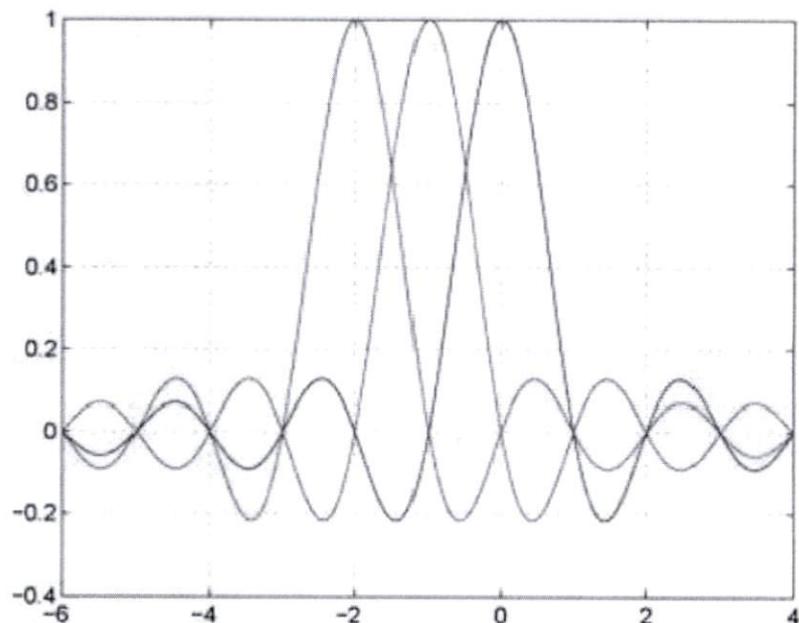
απαιτείται για μετάδοση μέσω οκτώ διαφορετικών υποφορέων με (α) για την τεχνική FDM και (β) για την τεχνική OFDM.



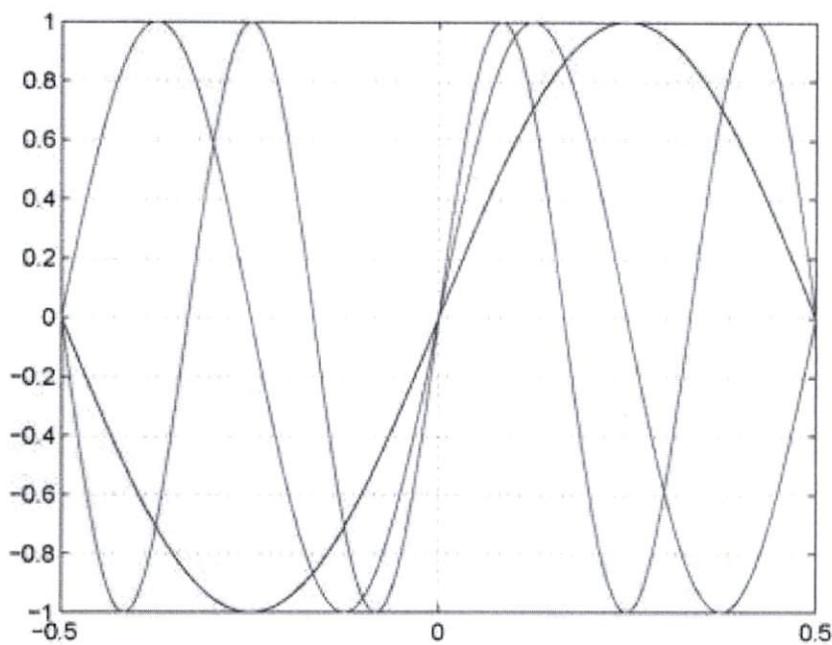
Σχήμα 1.1: Σύγκριση αξιοποίησης διαθέσιμου φάσματος

Συγκεκριμένα, το πρόβλημα της σπατάλης εύρους ζώνης αντιμετωπίζεται από την OFDM μέσω του γεγονότος ότι τα κανάλια της που έχουν σημαντικά μικρότερη συχνοτική απόσταση (θεωρητικά όσο κοντά τους επιτρέπει η διάρκεια συμβόλου) και παράλληλα είναι ορθογώνια μεταξύ τους, έτσι ώστε να εξασφαλίζεται ότι παρόλο που θα επικαλύπτονται δε θα παρεμβάλλεται το ένα με το άλλο. Με αυτό τον τρόπο παρόλο που τα κανάλια είναι πολύ κοντά στη συχνότητα και τα φάσματα τους επικαλύπτονται, τα μηνύματα σε διαφορετικά κανάλια δεν παρεμποδίζουν το ένα το άλλο, δεδομένου ότι η ανίχνευση σε ένα κανάλι γίνεται στο σημείο όπου όλα τα άλλα είναι μηδενικά.

Αποτέλεσμα αυτού είναι να αποφεύγεται η παρεμβολή ανάμεσα σε (υπό)φορείς (Intercarrier Interference – ICI), καθώς το μέγιστο του φάσματος ενός υποφορέα αντιστοιχεί σε μηδενικές τιμές των φασμάτων των άλλων υποφορέων. Στο σχήμα 1.2 φαίνεται η ιδιότητα της ορθογωνιότητας ανάμεσα στους υποφορείς. Χρησιμοποιώντας αυτή την προσέγγιση, παρατηρούμε ότι ο κύριος λοβός κάθε καναλιού εμφανίζεται σε συχνότητες όπου τα άλλα κανάλια μηδενίζονται, επομένως κατά την ανίχνευση δεν υπάρχει παρεμβολή μεταξύ των καναλιών.

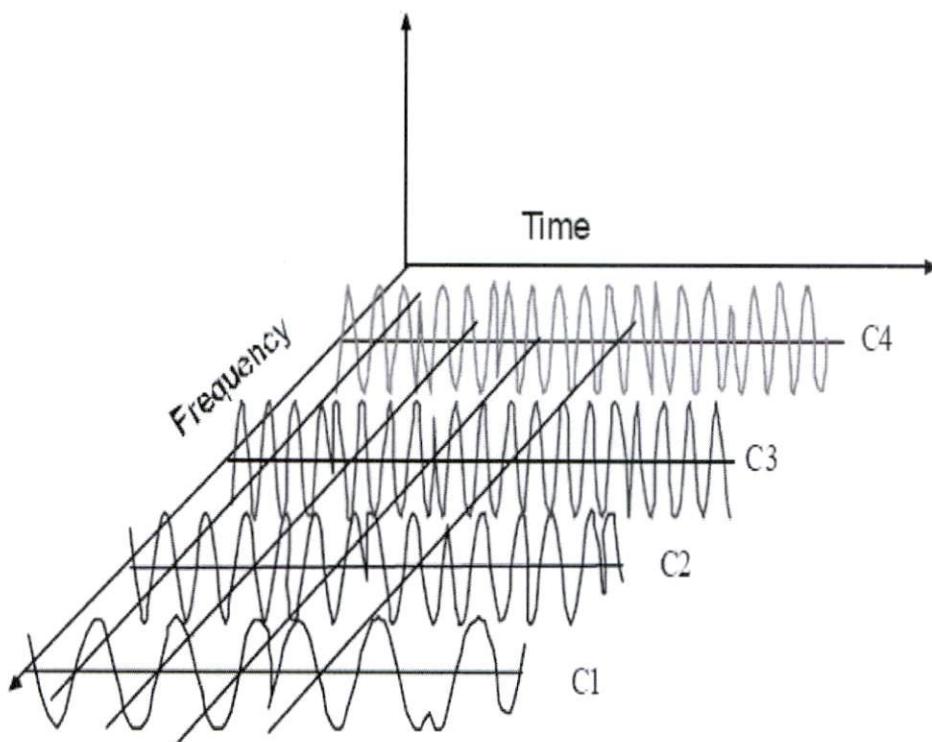


Σχήμα 1.2: Σύμβολο OFDM στο πεδίο της συχνότητας με τρεις υποφορείς



Σχήμα 1.3: Σύμβολο OFDM στο πεδίο του χρόνου με τρεις υποφορείς

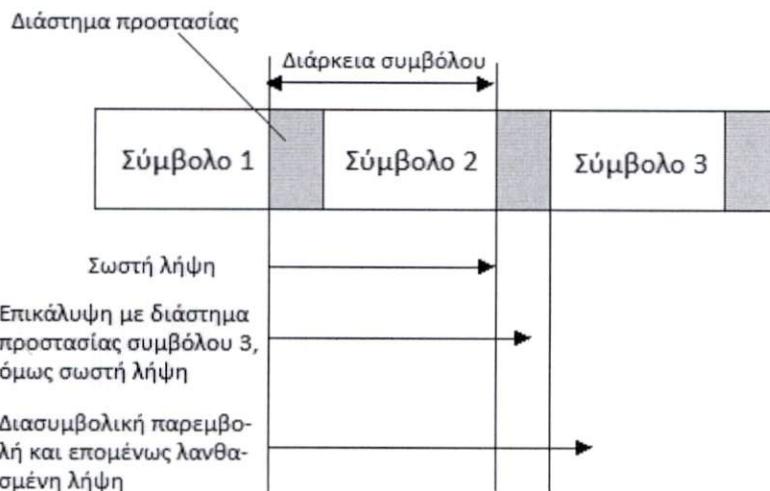
Τα συστήματα ευρείας ζώνης χρειάζονται υψηλούς ρυθμούς μετάδοσης για την ικανοποίηση των απαιτήσεων των συγχρονών εφαρμογών, ωστόσο συνήθως η διασπορά της καθυστέρησης που προκαλείται από το φαινόμενο της πολυύδευσης (multipath delay spread) είναι μεγαλύτερη από τη διάρκεια του συμβόλου και έτσι προκαλείται πρόβλημα στο κανάλι. Η πολύπλεξη OFDM με το διαχωρισμό του μηνύματος σε τμήματα και τη σχετικά αργή (λόγω του ότι ο κάθε υποφορέας είναι πολύ στενού εύρους ζώνης) παράλληλη αποστολή αυτών των τμημάτων, εξασφαλίζει ότι η διασπορά καθυστέρησης στο δέκτη (delay spread) θα είναι αρκετά μικρή σε σύγκριση με το χρόνο μετάδοσης του συμβόλου. Το γεγονός αυτό, μαζί με τη διαπλοκή του μηνύματος μέσω πολλών καναλιών, οδηγεί σε μια σύνδεση μεγάλης χωρητικότητας, η οποία θα είναι ανεκτική στην πολύύδρομη (multipath) διάδοση.



Σχήμα 1.4: Ταυτόχρονη μετάδοση από υποκανάλια

Σε μια προσπάθεια να αυξηθεί η αντοχή των καναλιών στη διασυμβολική παρεμβολή (InterSymbol Interference – ISI) που προκαλείται από την πολύύδρομη (multipath) διάδοση, τα μεταδιδόμενα σύμβολα επιμηκύνονται με την προσθήκη ενός διαστήματος προστασίας μεταξύ μεταξύ των διαδοχικών μεταδόσεων συμβόλων. Η ύπαρξη ενός τέτοιου διαστήματος επιτρέπει στις καθυστερημένες συνιστώσες της μετάδοσης ενός συμβόλου

να φτάσουν στον δέκτη πριν παραληφθεί η ενέργεια του επόμενου συμβόλου. Το πραγματικό περιεχόμενο του διαστήματος προστασίας παράγεται με την επανάληψη της "ουράς" του συμβόλου και την τοποθέτησή της πριν την πραγματική μετάδοση του. Αν οι καθυστερημένες συνιστώσες ενός σήματος που μεταφέρει ένα σύμβολο είναι μέσα στο διάστημα προστασίας, η πολύδρομη διάδοση δεν θα έχει επιστώσεις στην ανίχνευση του επόμενου συμβόλου. Βέβαια, με τη χρήση των διαστημάτων προστασίας χάνουμε κάποιο εύρος ζώνης που δε μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την διαβίβαση των πληροφοριών, ενώ επιπλέον μεταδίδοντας σε αυτό το διάστημα σπαταλούμε ενέργεια χωρίς να επιτυγχάνεται μετάδοση ωφέλιμης πληροφορίας.



Σχήμα 1.5: Διάστημα προστασίας

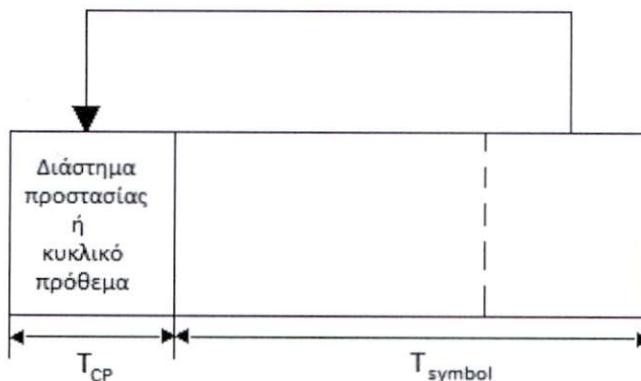
1.2 Περιγραφή συστήματος OFDM

Προϋποθέσεις

Προκειμένου να εφαρμοστεί και να λειτουργήσει η πολύπλεξη OFDM απαιτείται η ικανοποίηση κάποιων προϋποθέσεων, τις οποίες θα χρησιμοποιήσουμε στην ανάλυση. Συγκεκριμένα, είναι αναγκαίος ο τέλειος συγχρονισμός μεταξύ του πομπού και του δέκτη. Επιπλέον, το κανάλι να έχει αρκούντως αργές διαλείψεις (slow fading channel), ώστε να θεωρείται σταθερό (flat fading channel) στη διάρκεια μετάδοσης ενός συμβόλου. Ο θόρυβος του καναλιού να είναι προσθετικός λευκός γκαουσσιανός (Additive White Gaussian Noise - AWGN) και χρειάζεται η προσθήκη του κυκλικού προθέματος με διάρκεια μεγαλύτερη ή ίση από την κρουστική απόκριση του καναλιού.

Κυκλικό πρόθεμα

Σε περιβάλλοντα διαλλείψεων ακόμα και το OFDM σήμα κινδυνεύει τόσο από διασυμβολική παρεμβολή (ISI) όσο και από εξασθένιση της ορθογωνιότητας των καναλιών (ICI). Όπως ήδη αναφέραμε η εξάλειψη αυτών των φαινομένων επιτυγχάνεται με τη χρήση ενός χρονικού διαστήματος προστασίας, το οποίο προηγείται της διάρκειας του συμβόλου και στο οποίο εκπέμπονται τα τελευταία δείγματα του συμβόλου. Συνεπώς πρόκειται για μια κυκλική επέκταση του ίδιου του σήματος στην αρχή του (Σχήμα 1.6). Το διάστημα προστασίας στην περίπτωση του OFDM καλείται κυκλικό πρόθεμα (Cyclic Prefix - CP) και απαιτείται να είναι μεγαλύτερο ή ίσο από την χρονική απόκριση του καναλιού (και από τη διασπορά της καθυστέρησης που προκαλείται από το φαινόμενο της πολυύδευσης (multipath delay spread)), ώστε να επιτυγχάνεται περιορισμός της ISI στο τμήμα του CP. Επομένως, η διασυμβολική παρεμβολή εξαλείφεται με την απόρριψη του κυκλικού προθέματος στο δέκτη ενώ μέσω της ανάλυσης θα φανεί και ο τρόπος με τον οποίο εξασφαλίζεται η ορθογωνιότητα.



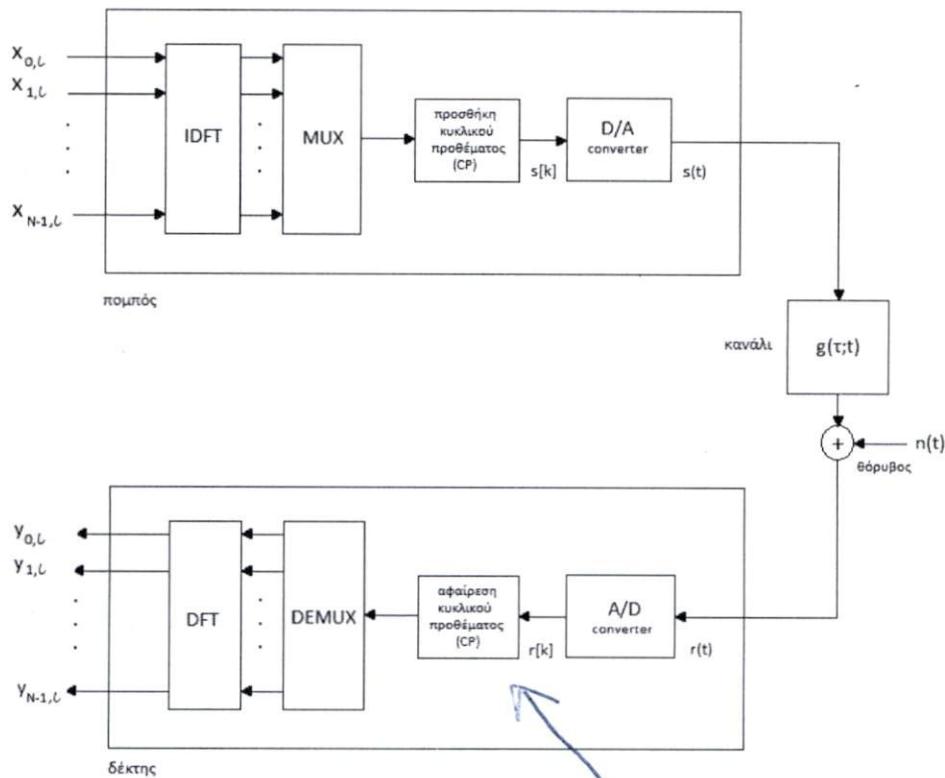
Σχήμα 1.6: Το κυκλικό πρόθεμα του OFDM συμβόλου

Σύστημα OFDM

Σε ένα σύστημα OFDM, η ανίχνευση εκτελείται στο πεδίο της συχνότητας. Ωστόσο, η πραγματική μετάδοση σημάτων εμφανίζεται στο πεδίο του χρόνου. Η λειτουργία ενός απλού συστήματος OFDM φαίνεται στο σχήμα 1.7 και περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα. Αρχικά, στη μεριά του πομπού η ροή των προς μετάδοση δεδομένων ομαδοποιείται σε λέξεις των οποίων το μέγεθος καθορίζεται από τη μέθοδο διαμόρφωσης. Έπειτα, κάθε λέξη ανιστοιχίζεται σε ένα κανάλι το οποίο και διαμορφώνεται με βάση τη λέξη που έχει αντιστοιχιστεί σε αυτό. Το περιεχόμενο κάθε καναλιού αποτελεί είσοδο σε ένα κύκλωμα αντίστροφου διακριτού μετασχηματισμού Fourier (Inverse Discrete Fourier Transform - IDFT) προκειμένου να ληφθεί αναπαράσταση στο πεδίο του χρόνου. Οι έξοδοι του IDFT πολυπλέκονται

στον πολυπλέκτη (multiplexer - MUX) ώστε να μεταδοθούν ως ένα σήμα στο κανάλι. Ακολούθως, αφού προστεθεί το κυκλικό πρόθεμα (CP) στο σήμα, αυτό μετατρέπεται από φηφιακή σε αναλογική μορφή (Digital to Analog Converter - D/A) κατάλληλη για μετάδοση στο κανάλι. Το σήμα OFDM μεταδίδεται στο κανάλι και προστίθεται σε αυτό λεύκος προσθετικός γκαουσσιανός θόρυβος (Additive White Gaussian Noise - AWGN).

Προκειμένου να παραληφθεί το μήνυμα, ο δέκτης εκτελεί την αντίστροφη λειτουργία. Αρχικά, φηφιοποιεί το λαμβανόμενο σήμα (Analog to Digital Converter - A/D) και του αφαιρεί το κυκλικό πρόθεμα (οπότε μαζί του αφαιρούνται και όλες οι αντανακλάσεις των προηγούμενων συμβόλων) οδηγώντας το στον αποπλέκτη (demultiplexer - DEMUX). Ο αποπλέκτης αποπλέκει το λαμβανόμενο πολυπλεγμένο σήμα και διανέμει τις ροές στους προορισμούς τους. Καθεμία από αυτές αποτελεί είσοδο σε ένα κύκλωμα που εκτελεί ένα διακριτό μετασχηματισμό Fourier (Discrete Fourier Transform - DFT) προεκειμένου να ληφθεί η αναπαράσταση της στο πεδίο της συχνότητας. Στην έξοδο δίνονται τα περιεχόμενα των καναλιών, τα οποία και αποδιαμορφώνονται έτσι ώστε να ληφθούν οι λέξεις που διαβιβάστηκαν σε κάθε κανάλι. Τέλος, αυτές οι λέξεις συνδυάζονται για να παραγάγουν το αρχικό μήνυμα.



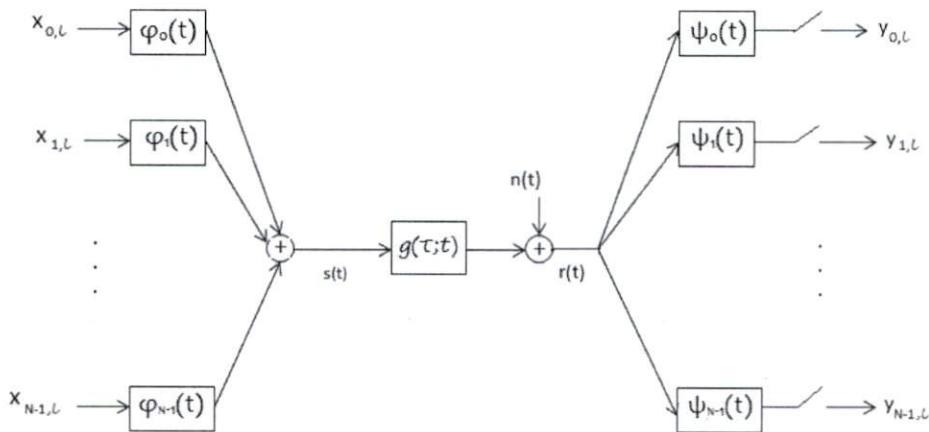
Σχήμα 1.7: Σύστημα OFDM

1.3 Μαθηματική ανάλυση

1.3.1 Μοντέλο συνεχούς χρόνου βασικής ζώνης

Οι συναρτήσεις βάσης $\varphi_\kappa(t)$ που χρησιμοποιούνται για την διαμόρφωση του σήματος OFDM έχουν την ακόλουθη μορφή. Με W συμβολίζεται το bandwidth, δηλαδή το διαθέσιμο φάσμα του καναλιού και N είναι ο αριθμός των υποφορέων (υποκαναλιών).

Επομένως, ο λόγος $\frac{W}{N}$ είναι το εύρος ζώνης (φάσμα) κάθε υποκαναλιού και το αντίστροφο του $\frac{N}{W}$ είναι η διάρκεια κάθε υποκαναλιού, δηλαδή η θεωρητική διάρκεια κάθε συμβόλου. Ωστόσο, η πραγματική διάρκεια κάθε συμβόλου είναι $T = \frac{N}{W} + T_{cp}$, όπου T_{cp} η διάρκεια του κυκλικού προθέματος.



Σχήμα 1.8: Διαμόρφωση OFDM

Οι συναρτήσεις βάσης είναι περιοδικές συναρτήσεις με περίοδο $\frac{N}{W}$. Αυτή τους η ιδιότητα $\varphi_\kappa(t) = \varphi_\kappa(t + \frac{N}{W})$ συμβάλλει στη διατήρηση της ορθογωνιότητας.

$$\varphi_\kappa(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T - T_{cp}}} e^{j2\pi\kappa(t - T_{cp})\frac{W}{N}} & , \text{ για } t \in [0, T] \\ 0 & , \text{ αλλού} \end{cases}$$

Το σήμα που θα εκπεμφθεί την χρονική στιγμή l από τον κ-οστό υποφορέα είναι $x_{\kappa,l}$, επομένως κάθε lT στέλνω μια σειρά από N δείγματα δηλαδή το $s_l(t)$, όπου l είναι η χρονική μου μεταβλητή.

$$s_l(t) = \sum_{\kappa=0}^{N-1} x_{\kappa,l} \varphi_{\kappa}(t - lT)$$

Το αρχικό μου σήμα προκύπτει με άθροιση όλων των μεταδιδόμενων σημάτων σε όλες τις χρονικές στιγμές l . Σε περίπτωση διασυμβολικής παρεμβολής μέσω του l μπορούμε να ελέγξουμε ποιο σύμβολο παρεμβάλλεται με ποιο

$$s(t) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} s_l(t) \Rightarrow s(t) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \sum_{\kappa=0}^{N-1} x_{\kappa,l} \varphi_{\kappa}(t - lT)$$

Στη συνέχεια το σήμα μου περνάει μέσα από το κανάλι και προστίθεται σε αυτό λευκός γκαουσσιανός θόρυβος (AWGN). Στο ολοκλήρωμα της ακόλουθης σχέσης περιορίζουμε τα όρια από 0 έως T_{cp} , γιατί έχουμε υποθέσει ότι η χρονική απόκριση του καναλιού είναι μικρότερης ή ίσης διάρκειας με τη διάρκεια του κυκλικού προθέματος.

$$r(t) = g(t) * s(t) + n(t) \Rightarrow r(t) = \int_0^{T_{cp}} g(\tau; t) s(t - \tau) d\tau + n(t) \quad (1.1)$$

Επειδή, όπως έχουμε αναφέρει, θεωρούμε ότι έχουμε κανάλι αργών διαλείψεων (slow fading channel), θα ισχύει ότι $g(\tau; t) = g(\tau)$. Έτσι προκύπτει ότι το κανάλι μας παραμένει σταθερό κατά τη διάρκεια του συμβόλου και η σχέση (1.1) γίνεται:

$$r(t) = \int_0^{T_{cp}} g(\tau) s(t - \tau) d\tau + n(t) \quad (1.2)$$

Από την μεριά του δέκτη τώρα, τα φίλτρα ψ_{κ} προσαρμόζονται στις αντίστοιχες συναρτήσεις βάσης του πομπού $\varphi_{\kappa}(t)$. Ενώ επειδή, όπως είδαμε το σχήμα 1.5, στο δέκτη το κυκλικό πρόθεμα αφαιρείται, το διάστημα που μας απασχολεί είναι από T_{cp} έως T .

$$\psi_{\kappa}(t) = \begin{cases} \varphi_{\kappa}^*(T - t) & , \text{ για } t \in [0, T - T_{cp}] \\ 0 & , \text{ αλλού} \end{cases}$$

Το κάθε σήμα περνάει από το κατάλληλο προσαρμοσμένο φίλτρο του δέκτη και ακολούθως δειγματοληπτείται. Στην ανάλυση θεωρείται σκόπιμο να μη λάβουμε υπόψιν μας τη χρονική μεταβλητή l που θα προσέθετε πολυπλοκότητα χωρίς ουσία, εφόσον εξασφαλίσαμε την απουσία διασυμβολικής παρεμβολής. Επομένως, θεωρούμε ότι ασχολούμαστε με μια συγκεκριμένη

χρονική στιγμή t και οι άλλες, λόγω μη παρεμβολής τους σε αυτή που μελετούμε, δε μας απασχολούν στην ανάλυση.

Η έξοδος επόμενως προκύπτει ως εξής:

$$\begin{aligned}
 y_\kappa &= (r * \psi_\kappa)(t)|_{t=T} = \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} r(t) \psi_\kappa(\tau - t) dt = \\
 &= \int_{T_{cp}}^T r(t) \varphi_\kappa^*(t) dt = \\
 &= \int_{T_{cp}}^T \left(\int_0^{T_{cp}} g(\tau) s(t - \tau) d\tau + n(t) \right) \varphi_\kappa^*(t) dt = \\
 &= \int_{T_{cp}}^T \left(\int_0^{T_{cp}} g(\tau) \sum_{\kappa'=0}^{N-1} x_{\kappa'} \varphi_{\kappa'}(t - \tau) d\tau \right) \varphi_\kappa^*(t) dt + \int_{T_{cp}}^T n(t) \varphi_\kappa^*(t) dt = \\
 &= \sum_{\kappa'=0}^{N-1} x_{\kappa'} \int_{T_{cp}}^T \left(\int_0^{T_{cp}} g(\tau) \varphi_{\kappa'}(t - \tau) d\tau \right) \varphi_\kappa^*(t) dt + n_\kappa \quad (1.3)
 \end{aligned}$$

Απομονώνουμε για ευκολία στις πράξεις το ολόκληρωμα που είναι στην παρένθεση στη σχεση (1.3). Αφού αντικαταστήσουμε με βάση τον τύπο της $\varphi_\kappa(t)$, παίρνει την ακόλουθη μορφή.

$$\begin{aligned}
 &\int_0^{T_{cp}} g(\tau) \varphi_{\kappa'}(t - \tau) d\tau = \\
 &= \int_0^{T_{cp}} g(\tau) \frac{1}{\sqrt{T - T_{cp}}} e^{j2\pi\kappa'(t - \tau - T_{cp})\frac{W}{N}} d\tau = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{T - T_{cp}}} e^{j2\pi\kappa'(t - T_{cp})\frac{W}{N}} \int_0^{T_{cp}} g(\tau) e^{-j2\pi\kappa'\tau} d\tau = \\
 &= \varphi_{\kappa'}(t) h_{\kappa'} \quad (1.4)
 \end{aligned}$$

Παρατηρούμε ότι το ολοκλήρωμα που προέκυψε είναι ο μετασχηματισμός Fourier της χρονιστικής απόκρισης του καναλιού για τη συχνότητα του υποκαναλιού κ' ($f = \frac{\kappa' W}{N}$).

$$h_{\kappa'} = \int_0^{T_{cp}} g(\tau) e^{-j2\pi\kappa'\tau} d\tau$$

Αντικαθιστώντας το αποτέλεσμα της σχέσης (1.4) στην (1.3) έχουμε

τα ακόλουθα.

$$\begin{aligned}
 y_\kappa &= \sum_{\kappa'=0}^{N-1} x_{\kappa'} \int_{T_{cp}}^T \varphi_{\kappa'}(t) h_{\kappa'} \varphi_\kappa^*(t) dt + n_\kappa = \\
 &= \sum_{\kappa'=0}^{N-1} x_{\kappa'} h_{\kappa'} \int_{T_{cp}}^T \varphi_{\kappa'}(t) \varphi_\kappa^*(t) dt + n_\kappa = \\
 &= \sum_{\kappa'=0}^{N-1} x_{\kappa'} h_{\kappa'} \delta(\kappa - \kappa') + n_\kappa = \\
 &= x_\kappa h_\kappa + n_\kappa
 \end{aligned}$$

1 6

Καταλήγοντας λοιπόν στη σχέση $y_\kappa = x_\kappa h_\kappa + n_\kappa$, συμπεραίνουμε ότι δεν υπάρχει εξάρτηση του μηνύματος κάθε υποφορέα από αυτά που στέλνονται μέσω άλλων υποφορέων, επομένως επιβεβαιώθηκε η διασφάλιση απουσίας διακαναλικής παρεμβολής μέσω της ιδιότητας της ορθογωνιότητας των καναλιών. Οπότε το OFDM σύστημα εκφράζεται μέσω παράλληλων καναλιών που παρουσιάζουν επίπεδες διαλείψεις ως προς την συχνότητα με κέρδος h_κ . Η ισοστάθμιση του συστήματος γίνεται με απλή διαίρεση του λαμβανόμενου σήματος με το κέρδος του καναλιού στη συχνότητα του κάθε φέροντος.

1.3.2 Μοντέλο διακριτού χρόνου

Το ασύρματο κανάλι μοντελοποιείται ως ένα γραμμικό χρονικώς μεταβαλλόμενο σύστημα, ωστόσο όπως κάναμε και στην ανάλυση συνεχούς χρόνου θα θεωρήσουμε αμελητέα τη χρονική μεταβλητή t και με τη μετατροπή του καναλιού από συνεχές σε διακριτό, καταλήγουμε στην ακόλουθη σχέση, η οποία σχετίζει το διακριτό σήμα της εξόδου $r[k]$ με το διακριτό σήμα της εισόδου $s[k]$ στο πεδίο του χρόνου ως εξής.

$$r[k] = g[k] * s[k] + n[k]$$

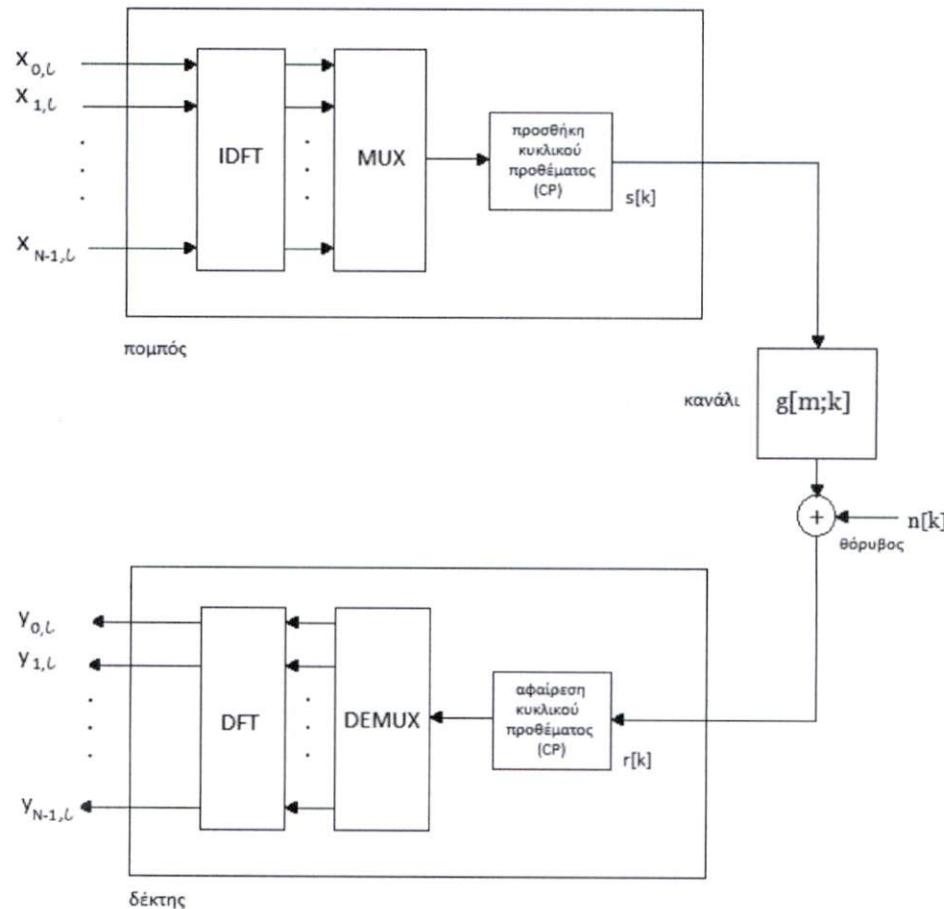
Εφαρμόζοντας τώρα το διακριτό μετασχηματισμό Fourier για να μεταπηδήσουμε στο πεδίο της συχνότητας και θεωρώντας ότι $y[k]$ είναι το $1 \times N$ διάνυσμα στην έξοδο του αποπολυπλέκτη (DEMUX) και $x[k]$ το διάνυσμα εισόδου με τα N μηνύματα προς μετάδοση έχουμε στην έξοδο:

$$\begin{aligned}
 Y[m] &= DFT(y[k]) = \\
 &= DFT(g[k] * IDFT(X[m]) + n[k]) = \\
 &= DFT(g[k]) \cdot DFT(IDFT(X[m])) + DFT(n[k]) = \\
 &= H[m] X[m] + Z[m]
 \end{aligned}$$

Επομένως καθίσταται εύκολη η εκτίμηση της τιμής του συμβόλου με απλή διαίρεση.

$$\widehat{X[m]} = \frac{Y[m]}{H[m]} = \frac{H[m]/, X[m] + Z[m]}{H[m]}$$

$$\Rightarrow \widehat{X[m]} = X[m] + \frac{Z[m]}{H[m]}$$



Σχήμα 1.9: Σύστημα OFDM

1.4 Σχεδιασμός συστήματος OFDM

Κατά το σχεδιασμό ενός συστήματος OFDM, η επιλογή των βασικών παραμέτρων απαιτεί την ικανοποίηση διαφορετικών και συχνά αντιχρουόμενων απαιτήσεων. Οι τρεις βασικοί παράγοντες που πρέπει να καθοριστούν είναι το εύρος ζώνης, ο ρυθμός μετάδοσης δεδομένων και η

διασπορά της καθυστέρησης που προκαλείται από το φαινόμενο της πολυόδευσης (multipath delay spread). Η διασπορά καθυστέρησης καθορίζει τη διάρκεια του κυκλικού προθέματος, η οποία είναι συνήθως διπλάσια με τετραπλάσια της διάρκειας του delay spread. Η τιμή αυτή εξαρτάται από τον τύπο κωδικοποίησης και από την διαμόρφωση QAM. Μεγαλύτερη τάξη διαμόρφωσης QAM, σημαίνει περισσότερη ευαισθησία σε διασυμβολική και διακαναλική παρεμβολή, ενώ μια ισχυρότερη κωδικοποίηση μειώνει την ευαισθησία σε τέτοιου είδους παρεμβολές.

Αν έχει καθοριστεί ο χρόνος κυκλικού προθέματος, μπορεί να οριστεί και η διάρκεια του συμβόλου. Για την ελαχιστοποίηση των απωλειών σε SNR που προκαλούνται από τη προσθήκη του κυκλικού προθέματος, είναι επιθυμητό να έχουμε διάρκεια συμβόλου πολύ μεγαλύτερη από αυτό. Ωστόσο, η τιμή αυτή δεν μπορεί να επιλεγεί αυθαίρετα μεγάλη, καθώς μεγαλύτερη διάρκεια συμβόλου συνεπάγεται μεγαλύτερο αριθμό υποφορέων και μικρότερη απόσταση (στο πεδίο της συχνότητας) μεταξύ τους, μεγαλύτερη πολυπλοκότητα υλοποίησης, μεγαλύτερη ευαισθησία σε θόρυβο, μετατοπίσεις φάσης καθώς και αύξηση του λόγου PAR (λόγος μεγιστης προς μέση ισχύ). Πρακτικά επιλέγεται η διάρκεια συμβόλου να είναι τουλάχιστον πέντε φορές μεγαλύτερη από τη διάρκεια του κυκλικού προθέματος, κάτι που επιφέρει απώλεια SNR της τάξης του 1dB, όπως διαιπιστώνουμε και από την ακόλουθη σχέση των απωλειών σε SNR λόγω προσθήκης κυκλικού προθέματος, όπου T_{cp} : διάρκεια κυκλικού προθέματος και T : πραγματική διάρκεια συμβόλου.

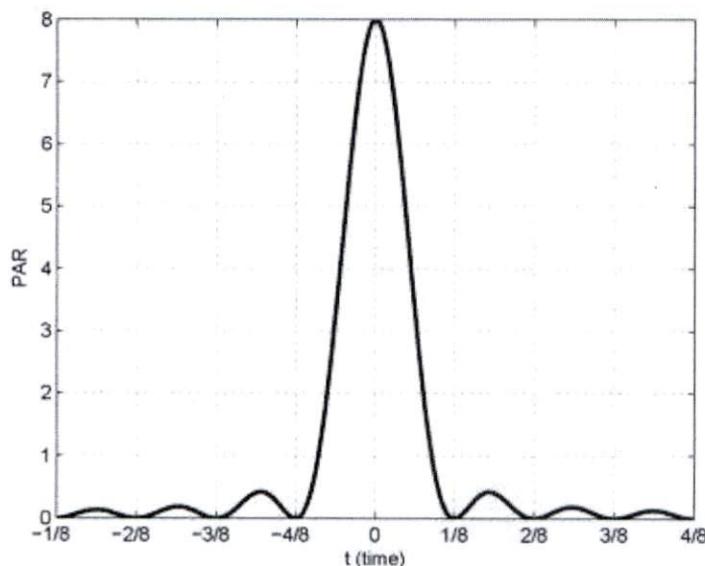
$$SNR_{loss} = -10 \log_{10}(1 - \gamma) = -10 \log_{10}(1 - \frac{T_{cp}}{T})$$

Αφού καθοριστεί και η διάρκεια του συμβόλου υπολογίζουμε τον αριθμό των υποφορέων απευθείας από τη διαίρεση του διαθέσιμου εύρους ζώνης με την συχνοτική απόσταση μεταξύ των φορέων. Η απόσταση αυτή είναι το αντίστροφο της διαφοράς της διάρκειας του κυκλικού προθέματος από την πραγματική διάρκεια συμβόλου (σχέσεις στην ενότητα 1.3.1). Τέλος, ο ρυθμός μετάδοσης ανά υποφορέα εξαρτάται από τον τύπο διαμόρφωσης, το ρυθμό κωδικοποίησης και το ρυθμό συμβόλων και με τη σειρά του καθορίζει το συνολικό ρυθμό μετάδοσης δεδομένων.

1.5 Μειονεκτήματα OFDM

Αναφέραμε ήδη αναλυτικά τα πολλά πλεονεκτήματα της OFDM που την καθιστούν ελκυστική για χρήση σε ποικίλες εφαρμογές. Ωστόσο, πρέπει να αναφέρουμε και δύο μειονεκτήματα της. Αρχικά, είναι πιο επιρρεπής από τα συστήματα με μια φέρουσα σε αποκλίσεις συχνότητας και μετατοπίσεις φάσης, αν δεν επιτευχθεί τέλειος συγχρονισμός μεταξύ του πομπού και του δέκτη (λόγω jitter ή του φαινομένου Doppler). Αυτή η διασπορά στη συχνότητα μπορεί να επιλυθεί μέσω αύξησης της διάρκειας του κυκλικού προθέματος και μείωσης του αριθμού των υποκαναλιών.

Ενώ ένα ακόμα μειονέκτημα της OFDM τεχνολογίας είναι το πρόβλημα του λόγου της μέγιστης ισχύος προς την μέση (Peak-to-Average-power ratio - PAR). Το OFDM σήμα αποτελείται από N ανεξάρτητα διαμορφωμένα σήματα τα οποία, όταν προστίθενται έχοντας την ίδια φάση προκαλούν τη δημιουργία ισχύος εξόδου N φορές μεγαλύτερη από τη μέση. Έτσι η κυματομορφή του PAR αποκτά ολικό μέγιστο N φορές υψηλότερο από τη μέση τιμή του. Αυτές οι διακυμάνσεις του σήματος ισχύος αποτελούν σημαντικό πρόβλημα και εστιάζονται κυρίως στον σχεδιασμό τόσο των A/D και D/A μετατροπέων όσο και των RF ενισχυτών, όπου χάνεται η γραμμικότητα της εξόδου των μονάδων τους και έτσι προκαλείται διασυμβολική και διακαναλική παρεμβολή.

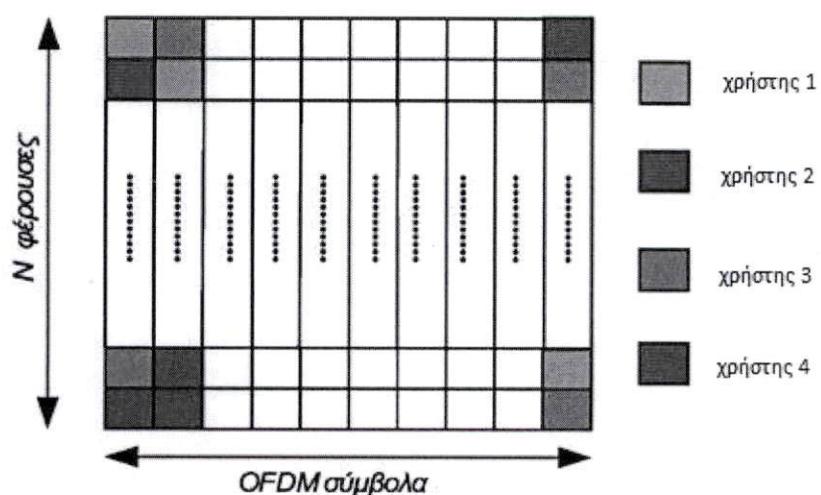


Σχήμα 1.10: Κυματομορφή PAR για OFDM σήμα με 8 υποφορείς

Υπάρχουν τρεις τρόποι προκειμένου να καταστείλουμε το φαινόμενο της μεγάλης τιμής του PAR. Ο πρώτος τρόπος χρησιμοποιεί τεχνικές όπως οι clipping, peak windowing και peak cancellation μέσω των οποίων προκαλείται παραμόρφωση στο αρχικό σήμα. Για παράδειγμα η μέθοδος clipping επιβάλλει περιορισμό του σήματος σε μια μέγιστη τιμή με απλή αποκοπή των μεγαλύτερων τιμών. Ο δεύτερος τρόπος αφορά τεχνικές κωδικοποίησης (coding), οι οποίες απορρίπτουν OFDM σύμβολα τα οποία εμφανίζουν μεγάλες τιμές PAR. Ο τρίτος τρόπος χρησιμοποιεί τεχνικές παρεμβολής (symbol scrambling) για την δημιουργία με βάση το OFDM σύμβολο μιας ακολουθίας που να παρουσιάζει μικρή τιμή PAR.

1.6 Εισαγωγή στην OFDMA

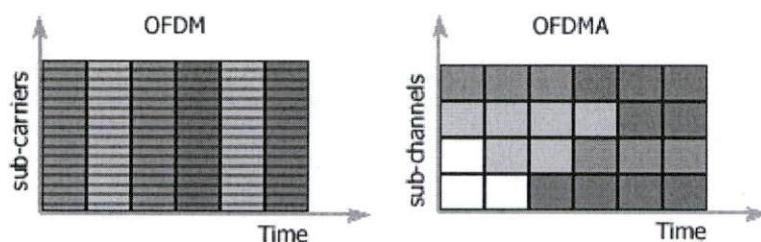
Σε όλα τα δίκτυα εκπομπής οι σταθμοί του δικτύου μοιράζονται το μέσο μετάδοσης προκειμένου να πραγματοποιήσουν τις εκπομπές τους. Ο τρόπος με τον οποίο γίνεται αυτός ο διαμοιρασμός επιλέγεται να είναι τέτοιος, ώστε να μεγιστοποιεί την απόδοση του δικτύου. Οι τεχνικές πολλαπλής πρόσβασης, όπως καλούνται, επιτρέπουν στους χρήστες να μοιράζονται το διαθέσιμο εύρος ζώνης με ανάθεση συγχεκριμένου μέρους των πόρων σε κάθε έναν από αυτούς. Η εμπειρία δείχνει ότι ανάλογα με τη στρατηγική πολλαπλής πρόσβασης είναι δυνατόν να υπάρχουν μεγάλες διαφορές ως προς την απόδοση του συστήματος. Οι κλασσικές τεχνικές πολλαπλής πρόσβασης πραγματοποιούνται είτε με διαίρεση χρόνου (Time Division Multiple Access - TDMA), είτε με διαίρεση συχνότητας (Frequency Division Multiple Access - FDMA) είτε με διαίρεση κώδικα ή διασπορά φάσματος (Code Division Multiple Access - CDMA). Στην προηγούμενη ενότητα είδαμε ότι η OFDM είναι μια τεχνική διαμόρφωσης με την εφαρμογή της οποίας δημιουργούνται πολλές ανεξάρτητες ροές δεδομένων, χαμηλού ρυθμού μετάδοσης, που μεταδίδονται ταυτόχρονα σε παράλληλα ορθογώνια υποκανάλια (subchannels). Επιπλέον η τεχνική OFDM σαν μέθοδος διαμόρφωσης αφορούσε μόνο ένα χρήστη, καθώς όλοι οι υποφορείς χρησιμοποιούνται από ένα χρήστη σε μια στιγμή. Εφαρμόζοντας μια OFDM τεχνική πολυπλεξίας προέκυψε η τεχνική ορθογώνιας πολλαπλής πρόσβασης με διαίρεση συχνοτήτων (Orthogonal Frequency Division Multiple Access - OFDMA), που αποτελεί τη βέλτιστη επιλογή για την πολυπλεξία χρηστών σε ένα δίκτυο πολλαπλών φορέων.



Σχήμα 1.11: Η τεχνική OFDMA

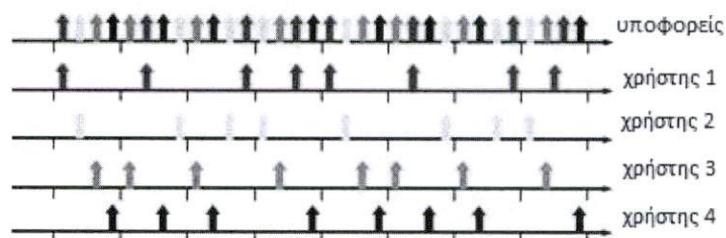
1.7 Βασικές αρχές της OFDMA

Αρχικά, η τεχνική OFDMA εφαρμόζει διαχωρισμό του χρόνου σε OFDM σύμβολα και της συχνότητας σε OFDM υποφορείς. Αυτά τα σύμβολα και οι υποφορείς μπορούν να ανατεθούν σε διαφορετικούς χρήστες για τη μετάδοση της πληροφορίας τους. Εφόσον λοιπόν η OFDMA προϋποθέτει την ανάθεση στους χρήστες του δικτύου τόσο ανεξάρτητων υποφορέων όσο και χρονοσχισμών, δίνεται η δυνατότητα εκμετάλλευσης της διαφορικότητας των πολλών χρηστών (Multiuser Diversity), η διαφοροποίηση των οπίων μπορεί να πραγματοποιείται είτε στο χρόνο είτε στη συχνότητα είτε και στα δύο, παρέχοντας περισσότερους βαθμούς ελευθερίας στον αλγόριθμο διαμοιρασμού των διαθέσιμων πόρων του δικτύου καθώς και άλλα σημαντικά πλεονεκτήματα που αφορούν στην υλοποίηση.



Σχήμα 1.12: OFDM και OFDMA

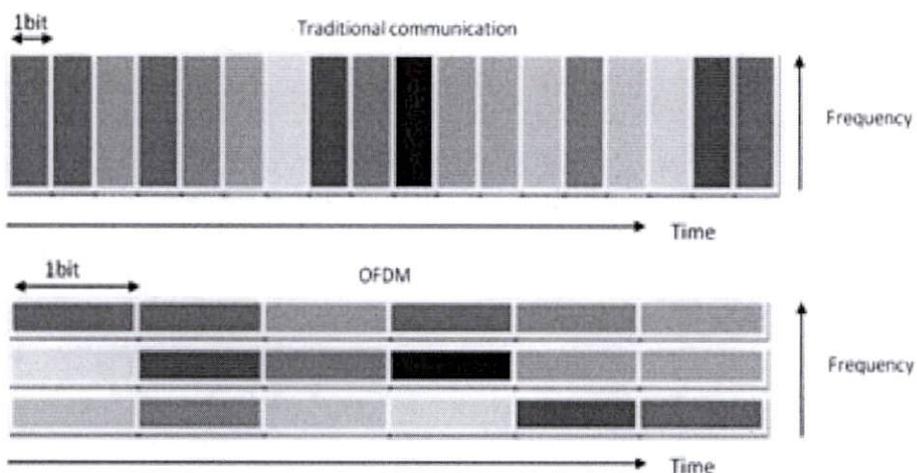
Το βασικό χαρακτηριστικό του OFDMA είναι το γεγονός ότι σε ένα χρήστη μπορούν να ανατεθούν ένας ή και περισσότεροι υποφορείς και σύμβολα αντοιστοίχως, ανάλογα με τις συνθήκες και την κίνηση που επικρατεί στο δίκτυο. Δυνητικά επομένως ο κάθε χρήστης μπορεί να δεσμεύσει οποιοδήποτε αριθμό συμβόλων και υποφορέων, ενώ επιπλέον υπάρχει η δυνατότητα διαφορετικών διαμορφώσεων και ρυθμών κωδικοποίησης για κάθε υποκανάλι (Adaptive Modulation and Coding - AMC). Με αυτό τον τρόπο το σύστημα OFDMA δίνει την δυνατότητα για διαφορετικές υπηρεσίες, τόσο σε σχέση με τον προσφερόμενο ρυθμό όσο και με την προβλεπόμενη ποιότητα (Quality of Service - QoS).



Σχήμα 1.13: Διαμοιρασμένα υποκανάλια ανά χρήστη

1.8 Πλεονεκτήματα της OFDMA

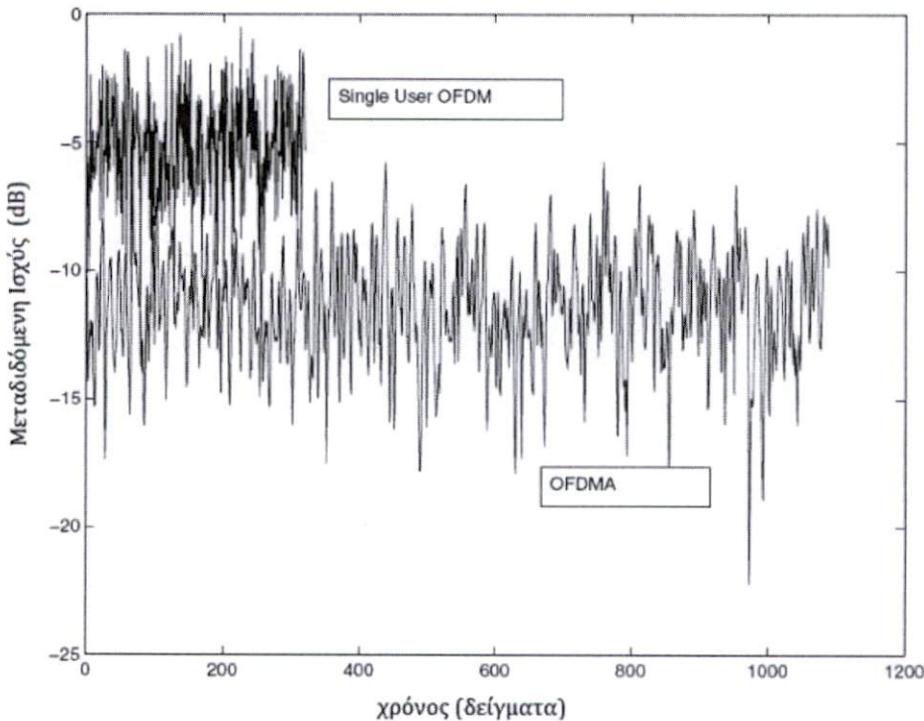
Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι η OFDMA ουσιαστικά αποτελεί ένα υβρίδιο των τεχνικών πολλαπλής πρόσβασης FDMA και TDMA. Συγκεκριμένα, γίνεται δυναμική ανάθεση των υποφορέων στους χρήστες (FDMA) σε διαφορετικές χρονοθυρίδες (TDMA). Τα πλεονεκτήματα της OFDMA πηγάζουν από τα πλεονεκτήματα της OFDM ενός χρήστη, δεδομένου ότι αντιμετωπίζονται αποτελεσματικά οι συνέπειες του φαινομένου της πολυόδευσης και γίνεται εκμετάλλευση της διαφορικότητας των συχνοτήτων (frequency diversity). Επιπλέον, η τεχνική OFDMA αποτελεί μια εύχορηστη τεχνική πολλαπλής πρόσβασης, η οποία μπορεί να διαχειριστεί πολλούς χρήστες με ποικιλία εφαρμογών, ρυθμών μετάδοσης και απαιτήσεων ποιότητας υπηρεσιών (Quality Of Service – QoS).



Σχήμα 1.14: Δυναμική ανάθεση υποφορέων και χρονοθυρίδων

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα της τεχνικής OFDMA σε σχέση με την τεχνική διαμόρφωσης OFDM είναι η δυνατότητα μείωσης της ισχύος μετάδοσης και ταυτοχρόνως η μερική επίλυση του προβλήματος που υπάρχει με τον λόγο της μέγιστης προς τη μέση ισχύ του σήματος (peak-to-average ratio - PAR). Το πρόβλημα αυτό είναι ιδιαιτέρως έντονο στη ζεύξη ανόδου (uplink) όπου η απόδοση ισχύος και το κόστος του ενισχυτή ισχύος αποτελούν αρκετά ευαίσθητους παράγοντες. Εάν το συνολικό εύρος ζώνης διαμοιράζεται σε πολλούς χρήστες, κάθε χρήστης χρησιμοποιεί μόνο ένα μικρό υποσύνολο των συνολικών υποφορέων. Με τον τρόπο αυτό, η μετάδοση για κάθε χρήστη έχει χαμηλότερο λόγο PAR, καθώς ο λόγος PAR αυξάνεται με τον αριθμό των υποφορέων. Στο Σχήμα 1.14 φαίνεται εποπτικά το παραπάνω συμπέρασμα. Συγκεκριμένα γίνεται σύγχριση ανάμεσα στην τεχνική διαμόρφωσης OFDM με χρήση 256 υποφορέων και την τεχνική πρόσβασης OFDMA με χρήση 64 υποφορέων από τους συνολικούς 256, ενώ η ολική

ισχύς που χρησιμοποιείται είναι κοινή και στις δύο περιπτώσεις.



Σχήμα 1.15: Με την OFDMA επιτυγχάνεται μικρότερος λόγος PAR

Ωστόσο, οι δύο βασικές αρχές που καθιστούν δυνατή την υψηλή απόδοση στην OFDMA είναι η διαφορικότητα πολλών χρηστών (Multiuser Diversity) και η προσαρμόσιμη διαμόρφωση και κωδικοποίηση (Adaptive Modulation and Coding).

Link Adaptation και Adaptive Modulation and Coding

Στην τεχνική πρόσβασης OFDMA, η δημιουργία παράλληλων, ανεξάρτητων μεταξύ τους καναλιών στο χρόνο και τη συχνότητα επιτρέπει στο σύστημα να εφαρμόσει προσαρμοστικούς αλγόριθμους απόδοσης πόρων βελτιώνοντας τόσο τη χωρητικότητα του όσο και την αξιοποίηση των ίδιων του των πόρων. Ωστόσο, ο διαμοιρασμός των διαθέσιμων πόρων του συστήματος για τη μεγιστοποίηση της διεκπεραιωτικής ικανότητας (throughput) βασίζεται στις συνθήκες του καναλιού.

Διαπιστώνεται λοιπόν ότι βασική αρχή των τεχνικών προσαρμοστικής απόδοσης πόρων είναι η εκμετάλλευση των ίδιων των γνωρισμάτων του καναλιού. Οι εγγενείς ιδιότητες του αύρματου καναλιού που σχετίζονται με τις χρονικές μεταβολές, τις διαλείψεις, τη χωρική ανεξαρτησία των χρηστών, την κινητικότητα του χρήστη κ.ά. αξιοποιούνται μέσω της διαδικασίας του καθορισμού των παραμέτρων του σήματος σύμφωνα με

το κανάλι (Link Adaptation -LA).

Κατά την διαδικασία του Link Adaptation προβλέπεται η επιλογή τύπου διαμόρφωσης και ρυθμού κωδικοποίησης για κάθε υποκανάλι (Adaptive Modulation and Coding - AMC), ενώ μπορεί να καθορίζονται και άλλες παράμετροι του φυσικού στρώματος όπως για παράδειγμα η εκπεμπόμενη ισχύς και η τεχνολογίας κεραίας. Χρειάζεται να τονιστεί ότι η διαδικασία του Link Adaptation επαναλαμβάνεται όσο συχνά το απαιτεί το ασύρματο κανάλι και το επιτρέπουν οι δυνατότητες του συστήματος.

Multiuser Diversity

Σε συστήματα με πολλούς χρήστες (Multi User Scenario), λόγω των ανεξάρτητων καναλιών που "βλέπουν" οι χρήστες, προκύπτει το φαινόμενο της διαφορικότητας πολλών χρηστών (Multiuser Diversity). Η εκμετάλλευση αυτής της διαφορικότητας αποτελεί το κύριο κίνητρο για την εφαρμογή της προσαρμοστικής κατανομής των υποφορέων στα συστήματα που κάνουν χρήση της τεχνικής πρόσβασης OFDMA. Η βασική της αρχή στηρίζεται στο προφανές συμπέρασμα ότι όταν για ένα χρήστη ένα κανάλι βρίσκεται σε διάλειψη, το ίδιο κανάλι μπορεί να είναι απολύτως αξιοποιήσιμο για κάποιον άλλο χρήστη. Αυτό το βασικό πλεονέκτημα του OFDMA αξιοποιείται κατά κόρον από τις τεχνικές διαμοιρασμού των διαθέσιμων πόρων του δικτύου.

1.9 Τεχνικές διαμοιρασμού πόρων για OFDMA

Η εκμετάλλευση της διαφορικότητας πολλών χρηστών (Multiuser Diversity) και της προσαρμόσιμης διαμόρφωσης και κωδικοποίησης (Adaptive Modulation and Coding) στα συστήματα που κάνουν χρήση τεχνικής πρόσβασης OFDMA μπορεί να επιτευχθεί με διαφορετικούς τρόπους. Η βασική ιδέα είναι η ανάπτυξη αλγορίθμων για τον καθορισμό του τρόπου ανάθεσης των υποφορέων και του διαμοιρασμού των κατάλληλων ποσοτήτων ισχύος στους χρήστες που έχουν πρόσβαση στο σύστημα.

Στο υποκεφάλαιο αυτό θα γίνει μια συνοπτική αναφορά σε κάποιες από τις πιθανές προσεγγίσεις για την κατανομή των πόρων του συστήματος. Το πρόβλημα της διαχείρισης των πόρων είναι αμιγές πρόβλημα βελτιστοποίησης, ενώ η γνώση του καναλιού στο πομπό κρίνεται απαραίτητη, ώστε να επιτευχθεί η μεγιστοποίηση του ρυθμού μετάδοσης και η ελαχιστοποίηση της ισχύος. Οι τεχνικές που θα αναφέρουμε επιδιώκουν την ισορροπία ανάμεσα στην επιθυμία για υψηλή διεκπαρεωτική ικανότητα (throughput) του συστήματος και στην δικαιοσύνη (fairness) για τους χρήστες του συστήματος.

Αρχικά θα αναφέρουμε τον αλγόριθμο Μέγιστου Ολικού Ρυθμού Μετάδοσης (Maximum Sum Rate algorithm – MSR), αντικείμενο του οποίου είναι η μεγιστοποίηση του συνόλου των ρυθμών μετάδοσης όλων των χρηστών, δεδομένης μιας συνολικής τιμής διαθέσιμης ισχύος. Ο αλγόριθμος

MSR είναι βέλτιστος εάν στόχος είναι η λήψη όσο το δυνατόν περισσότερων δεδομένων (data) από το σύστημα, ενώ το μειονέκτημα του είναι ότι οι περισσότεροι πόροι του συστήματος μπορεί να ανατεθούν σε ορισμένους χρήστες που βρίσκονται κοντά στον πομπό.

Ο αλγόριθμος max-min ή καλύτερα αλγόριθμος Μέγιστης Δικαιοσύνης (Maximum Fairness Algorithm - MF) στοχεύει στην κατανομή των πόρων έτσι ώστε να μεγιστοποιείται ο ελάχιστος ρυθμός μετάδοσης του χρήστη του συστήματος, αντιμετωπίζοντας έτσι το μειονέκτημα του MSR. Συνεπώς, βάσει αυτής της διαδικασίας, υπάρχει τάση εξίσωσης όλων των ρυθμών μετάδοσης των χρήστων, ώστε να μην υπάρχουν χρήστες που υποεξυπηρετούνται ή δεν εξυπηρετούνται καθόλου. Η αδυναμία του αλγορίθμου MF, είναι ότι η κατανομή των ρυθμών μετάδοσης ανάμεσα στους χρήστες δεν είναι ευέλικτη και επιπλέον η ολική διεκπεραιωτική ικανότητα του συστήματος (throughput) περιορίζεται σημαντικά από τον χρήστη με το χειρότερο SINR, καθώς οι περισσότεροι από τους πόρους διαμοιράζονται σε αυτόν.

Μια γενίκευση του αλγορίθμου μέγιστης δικαιοσύνης είναι ο αλγόριθμος με περιορισμό αναλογίας των ρυθμών μετάδοσης (Proportional Rate Constraints algorithm – PRC), ο οποίος έχει ως αντικείμενο τη μεγιστοπόντηση της συνολικής διεκπεραιώσης με τον περιορισμό ότι ο ρυθμός μετάδοσης δεδομένων κάθε χρήστη πρέπει είναι ανάλογος με ένα σύνολο προκαθορισμένων παραμέτρων του συστήματος.

1.10 Μειονεκτήματα της OFDMA

Αρχικά, ένα μειονέκτημα της τεχνικής πολλαπλής πρόσβασης OFDMA είναι ο φόρτος της αμφίδρομης σηματοδοσίας (overhead) ανάμεσα στον πομπό και στον δέκτη. Ο πρώτος απαιτεί πληροφορίες καναλιού για τους χρήστες του, ενώ ο δεύτερος απαιτεί να γνωρίζει ποιες υποφέρουσες και ποιες χρονοθυρίδες του έχουν ανατεθεί. Στο πομπό πραγματοποιείται η διαδικασία κατανομής των διαθέσιμων πόρων, δηλαδή των υποφορέων και της ισχύος, στους χρήστες σύμφωνα με την εκτίμηση της κατάστασης του καναλιού. Όταν καθοριστούν οι υποφορείς για κάθε χρήστη, πρέπει να πληροφορήσει τους χρήστες για το ποιοι υποφορείς έχουν ανατεθεί σε καθένα από αυτούς. Η πληροφορία για την ανάθεση των υποφορέων πρέπει να στέλνεται σε όλους τους χρήστες οποτεδήποτε ο διαμοιρασμός των πόρων αλλάζει. Συνήθως ο διαμοιρασμός αυτός πρέπει να εφαρμόζεται για χρονικά διαστήματα τα οποία είναι της τάξης του χρόνου συνοχής (coherence time) του καναλιού, αν και αυτό μπορεί να γίνεται ακόμα πιο συχνά, ειδικά σε περιπτώσεις που υπάρχουν πολλοί χρήστες που ανταγωνίζονται για τους διαθέσιμους πόρους.

Ωστόσο, το βασικό μειονέκτημα του OFDMA είναι οι διακαναλικές παρεμβολές, οι οποίες είναι αναπόφευκτες στο περιβάλλον πολλών χρηστών. Συνεπώς απαιτείται η αναζήτηση τεχνικών για την κατάλληλη διαχείριση των ραδιοπόρων με σκοπό την ελαχιστοποίηση της επίδρασης μεταξύ

των χρηστών. Στα πλαίσια του OFDMA, η διαχείριση ραδιοπόρων απαιτεί την σωστή ανάθεση υποφορέων στους χρήστες και έλεγχο της ισχύος κάθε υποφορέα.