



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

# Μικροκύματα

Ενότητα 7: Περιγραφή μικροκυματικών δικτύων

Σταύρος Κουλουρίδης

Πολυτεχνική

Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας

Υπολογιστών

# Σκοποί ενότητας

- Η ανάπτυξη απλών τρόπων περιγραφής των μικροκυματικών δικτύων
- Επίλυση μικροκυματικών προβλημάτων με την εφαρμογή των παραμέτρων σκέδασης



# Περιεχόμενα ενότητας

- Μικροκυματικά δίκτυα
- Παράμετροι σκέδασης (S)
- Παράμετροι σύνθετης αντίστασης και αγωγιμότητας (Z και Y)
- Παράμετροι μεταφοράς



# Μικροκυματικά δίκτυα

- Ένα μικροκυματικό δίκτυο αποτελείται γενικά από τη σύνδεση κατανεμημένων (πχ. γραμμές μεταφοράς, φίλτρα) ή συγκεντρωμένων (πυκνωτές, πηνία, τρανζίστορ) στοιχείων Η ακριβής μελέτη του απαιτεί την εφαρμογή της ηλεκτρομαγνητικής θεωρίας(επίλυση εξισώσεων Maxwell)
- Η πολυπλοκότητα όμως της ηλεκτρομαγνητικής ανάλυσης επιβάλλει τη χρήση κυκλωματικών τεχνικών για την περιγραφή των μικροκυματικών κυκλωμάτων
- Οι κυκλωματικές αυτές τεχνικές πρέπει να διαφοροποιούνται από την απλή κυκλωματική ανάλυση ώστε να συμπεριλαμβάνουν τον κατανεμημένο χαρακτήρα των διαφόρων στοιχείων



# Ισοδύναμες τάσεις και ρεύματα

- Εφόσον έχει γίνει η ηλεκτρομαγνητική ανάλυση μιας μικροκυματικής διάταξης, για να προχωρήσουμε στην κυκλωματική περιγραφή της πρέπει να ορίσουμε ισοδύναμες τάσεις και ρεύματα προς το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο αντίστοιχα.

- Στην περίπτωση των TEM γραμμών μεταφοράς (δύο αγωγοί) η ισοδυναμία αυτή είναι σαφώς ορισμένη μέσω των σχέσεων

$$V = \int \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad I = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

με όρια ολοκλήρωσης τον εσωτερικό και τον εξωτερικό αγωγό

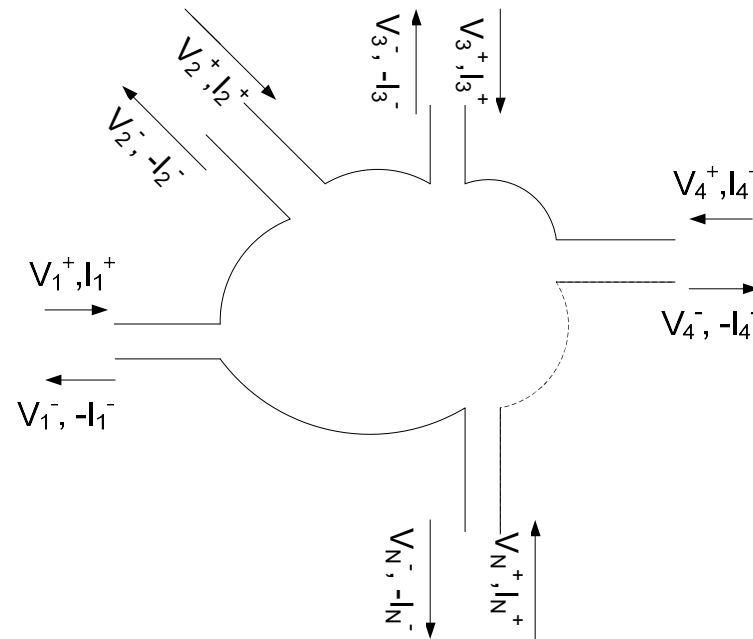
- Στην περίπτωση όμως γραμμών με ένα μόνο αγωγό, η διαδρομή ολοκλήρωσης δεν είναι πλέον μονοσήμαντα ορισμένη, δημιουργώντας έτσι την ανάγκη να οριστεί κατάλληλα όπως θα δούμε σε επόμενες ενότητες



# Αναπαράσταση μικροκυματικού δικτύου

- Θύρα του δικτύου είναι κάθε γραμμή μεταφοράς
- Ο ορισμός των ισοδύναμων τάσεων και ρευμάτων, επιτρέπει την αναπαράσταση με όρους προσπιπτόντων και ανακλώμενων κυμάτων σε κάθε θύρα, έτσι ώστε

$$V_N = V_N^+ + V_N^-, \quad I_N = I_N^+ - I_N^-$$



# Πίνακας σύνθετης αντίστασης

- Ένας τρόπος περιγραφής ενός μικροκυματικού δικτύου θεωρεί ανεξάρτητες μεταβλητές τα συνολικά ρεύματα  $I_N$  και εξαρτημένες τις συνολικές τάσεις  $V_N$ .

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix}$$

$$Z_{nm} = \frac{V_n}{I_m} \Big|_{I_k=0 \text{ για } k \neq m}$$

- Η  $Z_{mn}$  είναι η σύνθετη αντίστασης μεταφοράς ανάμεσα στις θύρες  $m$  και  $n$ , με όλες τις άλλες θύρες ανοιχτές ( $I_k = 0$  για  $k \neq m$ )



# Πίνακας σύνθετης αγωγιμότητας

- Αντίστοιχα θεωρώντας ανεξάρτητες μεταβλητές τις συνολικές τάσεις  $V_N$  και εξαρτημένες τα συνολικά ρεύματα  $I_N$ , προκύπτει η αναπαράσταση μέσω του πίνακα των σύνθετων αγωγιμοτήτων

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix}$$

$$Y_{nm} = \frac{I_n}{V_m} \Big|_{V_k=0 \text{ για } k \neq m}$$

- Η  $Y_{mn}$  είναι η σύνθετη αγωγιμότητα μεταφοράς ανάμεσα στις θύρες  $m$  και  $n$ , με όλες τις άλλες θύρες βραχυκυκλωμένες ( $V_k = 0$ , για  $k \neq m$ )





# Ιδιότητες πινάκων [Z] και [Y]

- Τα αμοιβαία δίκτυα, δηλαδή αυτά που αποτελούνται μόνο από παθητικά στοιχεία, έχουν συμμετρικούς πίνακες [Z] και [Y]:

$$Z_{mn} = Z_{nm} \quad \text{και} \quad Y_{mn} = Y_{nm}$$

- Τα δίκτυα χωρίς απώλειες έχουν πίνακες [Z] και [Y] των οποίων τα στοιχεία είναι καθαροί φανταστικοί αριθμοί:

$$\operatorname{Re}\{Z_{nm}\} = 0, \quad \operatorname{Re}\{Y_{nm}\} = 0$$



# Πίνακας σκέδασης [S]

- Λόγω του ότι οι συνολικές τάσεις και τα ρεύματα δε μπορούν να μετρηθούν στις μικροκυματικές συχνότητες, αλλά αντίθετα αυτό που μπορεί να μετρηθεί είναι οι συντελεστές ανάκλασης και μετάδοσης στις θύρες, ορίζουμε τις παραμέτρους σκέδασης ως:

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \vdots \\ V_n^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \vdots \\ V_n^+ \end{bmatrix}, \quad S_{nm} = \frac{V_n^-}{V_m^+} \Big|_{V_k^+ = 0 \text{ για } k \neq m}$$

- Το στοιχείο  $S_{n\eta}$  είναι ο συντελεστής ανάκλασης κοιτώντας προς τη θύρα  $n$ , όταν όλες οι άλλες θύρες τερματίζονται σε προσαρμοσμένα φορτία ( $V_k^+ = 0$ )
- Το στοιχείο  $S_{nm}$  είναι ο συντελεστής μετάδοσης από τη θύρα  $m$  στη  $n$ , όταν όλες οι άλλες θύρες είναι προσαρμοσμένες



# Ροή ισχύος στις θύρες

- Συνήθως οι τιμές των  $S$  παραμέτρων εκφράζονται σε db:

$$|S_{nm}| (dB) = 20 \log_{10} |S_{nm}|$$

- Η ισχύς που θα εισέλθει στη θύρα  $n$  είναι

$$P_n^+ = \frac{1}{2} \frac{|V_n^+|^2}{Z_{0,n}}$$

- Η ισχύς που θα εξέλθει (επιστρέψει) από τη θύρα  $n$  είναι

$$P_n^- = \frac{1}{2} \frac{|V_n^-|^2}{Z_{0,n}}$$

- Η συνολική ισχύς που αποδίδεται στη θύρα  $n$  είναι  $P = P_n^+ - P_n^-$  (θεωρώντας ότι η εισερχόμενη είναι η «ωφέλιμη ισχύς»)



# Σχέση μεταξύ [Z] και [S] παραμέτρων

- Χωρίς βλάβη της γενικότητας, για να αποδείξουμε ορισμένες σχέσεις μετασχηματισμών, θα θεωρήσουμε  $Z_{0,n} = 1$

$$V_n = V_n^+ + V_n^-, \quad I_n = I_n^+ - I_n^- = V_n^+ - V_n^-$$

- Ισχύει ότι

$$[V] = [Z][I] \Rightarrow [V^+] + [V^-] = [Z][V^+] - [Z][V^-] \Rightarrow \\ ([Z] + [U])[V^-] = ([Z] - [U])[V^+]$$

- Τελικά

$$[S] = ([Z] + [U])^{-1} ([Z] - [U])$$

όπου [U] ο μοναδιαίος N×N πίνακας



# Σχέση μεταξύ συντελεστή ανάκλασης $\Gamma$ και $S_{nn}$

- Έχουμε ορίσει το συντελεστή ανάκλασης σε κάποιο σημείο ως το λόγο προσπίπτοντος προς ανακλώμενο κύμα της τάσης  
$$\Gamma = \frac{V^-}{V^+}$$
- Ο συντελεστής ανάκλασης  $\Gamma$  σε μια θύρα  $n$  ταυτίζεται με την  $S_{nn}$  παράμετρο **μόνο** αν όλες οι άλλες θύρες τερματίζονται σε προσαρμοσμένα φορτία.



# Ιδιότητες του πίνακα [S]

- Τα αμοιβαία δίκτυα, με την προϋπόθεση ότι όλες οι θύρες έχουν κοινή χαρακτηριστική αντίσταση, έχουν συμμετρικό πίνακα [S], δηλαδή:  $S_{mn} = S_{nm}$
- Για να είναι ένα δίκτυο χωρίς απώλειες πρέπει ο πίνακας [S] να πληροί τις εξής προϋποθέσεις:

$$\sum_{k=1}^N S_{ki} S_{ki}^* = 1, \quad \text{και}$$

$$\sum_{k=1}^N S_{ki} S_{kj}^* = 0, \quad i \neq j$$



# Γενικευμένος πίνακας σκέδασης

- Αν  $Z_{0,n} \neq Z_{0,m}$ , ορίζουμε νέες κανονικοποιημένες τάσεις

$$a_n = \frac{V_n^+}{\sqrt{Z_{0,n}}}, \quad b_n = \frac{V_n^-}{\sqrt{Z_{0,n}}}$$

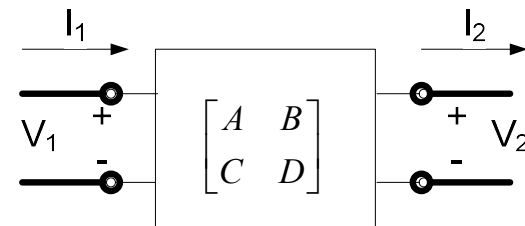
- $$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}, \quad [b] = [S][a]$$

- $$P_n^+ = \frac{1}{2} |a_n|^2, \quad P_n^- = \frac{1}{2} |b_n|^2$$



# Πίνακας μετάδοσης ή ABCD

- Ο πίνακας μετάδοσης είναι μια βολική απεικόνιση των **δίθυρων** μικροκυματικών δικτύων, όταν αυτά συνδέονται αλυσιδωτά.
- Συσχετίζει συνολικές τάσεις και ρεύματα με τον εξής τρόπο:



- Προσέξτε ότι η φορά του ρεύματος  $I_2$  στις συγκεκριμένες παραμέτρους ορίζεται με αντίθετο τρόπο, σε σχέση με τις άλλες παραμέτρους (αλυσιδωτή σύνδεση)

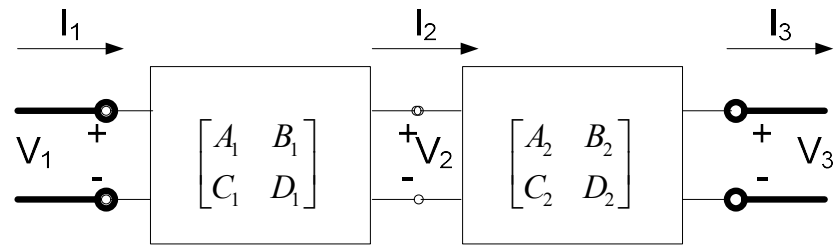




# Αλυσιδωτή σύνδεση διθύρων

- Η φορά του ρεύματος  $I_2$  επιλέγεται με τέτοιο τρόπο ώστε η έξοδος του πρώτου δίθυρου να αποτελεί φυσική είσοδο για το δεύτερο
- Ο ABCD πίνακας του διθύρου που προκύπτει από μια τέτοια σύνδεση δίνεται από τον πολλαπλασιασμό των επιμέρους ABCD πινάκων:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix}$$



# Φυσική σημασία ABCD παραμέτρων

- Το A είναι αδιάστατη ποσότητα που εκφράζει κέρδος τάσης ανάμεσα στις δύο θύρες, όταν η δεύτερη είναι ανοιχτοκυκλωμένη

$$A = \frac{V_1}{V_2} \Big|_{I_2=0} = \frac{Z_{11}}{Z_{21}}$$

- Το B έχει μονάδες αντίστασης:

$$B = \frac{V_1}{I_2} \Big|_{V_2=0} = \frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12}}{Z_{21}} \quad \Omega$$

- Το C έχει μονάδες αγωγιμότητας:

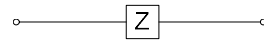
$$C = \frac{I_1}{V_2} \Big|_{I_2=0} = \frac{1}{Z_{21}} \quad S$$

- Το D είναι αδιάστατο:

$$D = \frac{I_1}{I_2} \Big|_{V_2=0} = \frac{Z_{22}}{Z_{21}}$$



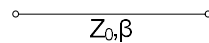
# ABCD πίνακες βασικών δίθυρων



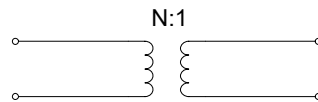
$$\begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



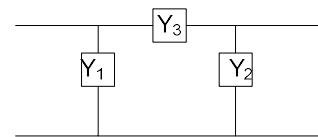
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix}$$



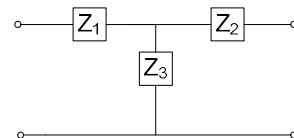
$$\begin{bmatrix} \cos \beta l & jZ_0 \sin \beta l \\ jY_0 \sin \beta l & \cos \beta l \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} N & 0 \\ 0 & \frac{1}{N} \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{Y_2}{Y_3} & \frac{1}{Y_3} \\ Y_1 + Y_2 + \frac{Y_1 Y_2}{Y_3} & 1 + \frac{Y_1}{Y_3} \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_1}{Z_3} & Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3} \\ \frac{1}{Z_3} & 1 + \frac{Z_2}{Z_3} \end{bmatrix}$$



Τέλος Ενότητας

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση **X.YZ**.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:

- Έκδοση **X1.Y1Z1** διαθέσιμη εδώ. (Συνδέστε στο «εδώ» τον υπερσύνδεσμο).
- Έκδοση **X2.Y2Z2** διαθέσιμη εδώ. (Συνδέστε στο «εδώ» τον υπερσύνδεσμο).
- Έκδοση **X3.Y3Z3** διαθέσιμη εδώ. (Συνδέστε στο «εδώ» τον υπερσύνδεσμο).



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών, Όνομα μέλους ή μελών ΔΕΠ 2014. Όνομα μέλους ή μελών ΔΕΠ. «Τίτλος Μαθήματος. Τίτλος ενότητας». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: σύνδεσμο μαθήματος.





# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/2)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

## **Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες**

Εικόνα 1: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>

Εικόνα 2: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>

Εικόνα 3: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>

Εικόνα 4: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>

Εικόνα 5: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>

Εικόνα 6: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>

Εικόνα 7: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται> <σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>



# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (2/2)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

## Πίνακες

Πίνακας 1: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται>  
<σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>

Πίνακας 2: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται>  
<σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>

Πίνακας 3: <αναφορά><άδεια με την οποία διατίθεται>  
<σύνδεσμος><πηγή><κ.τ.λ>

