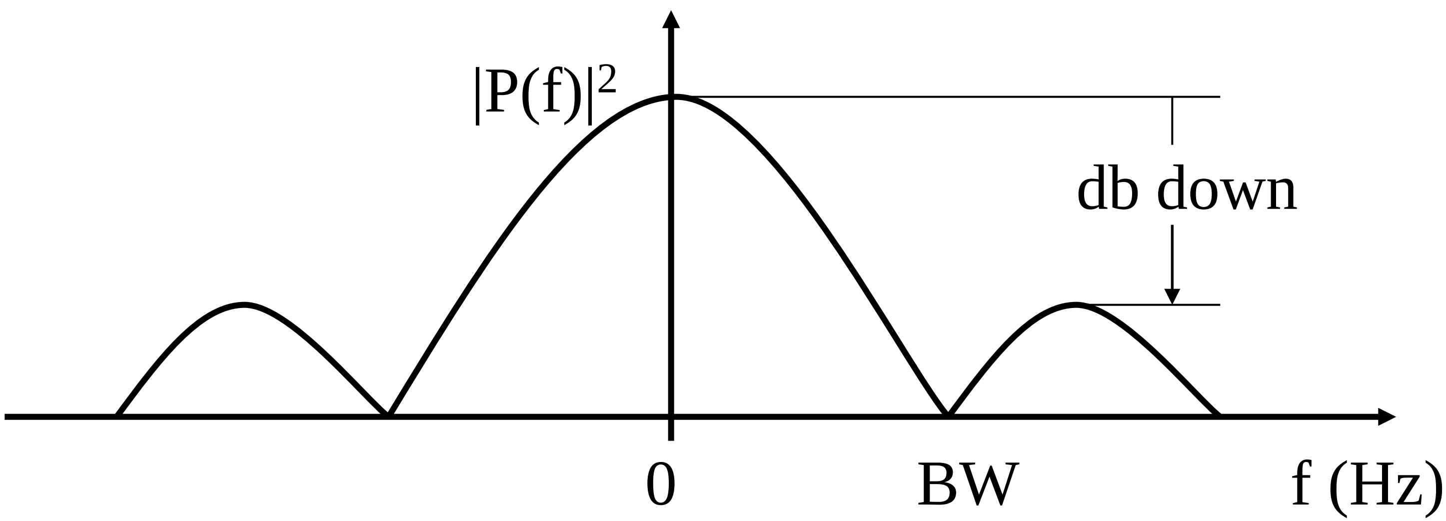
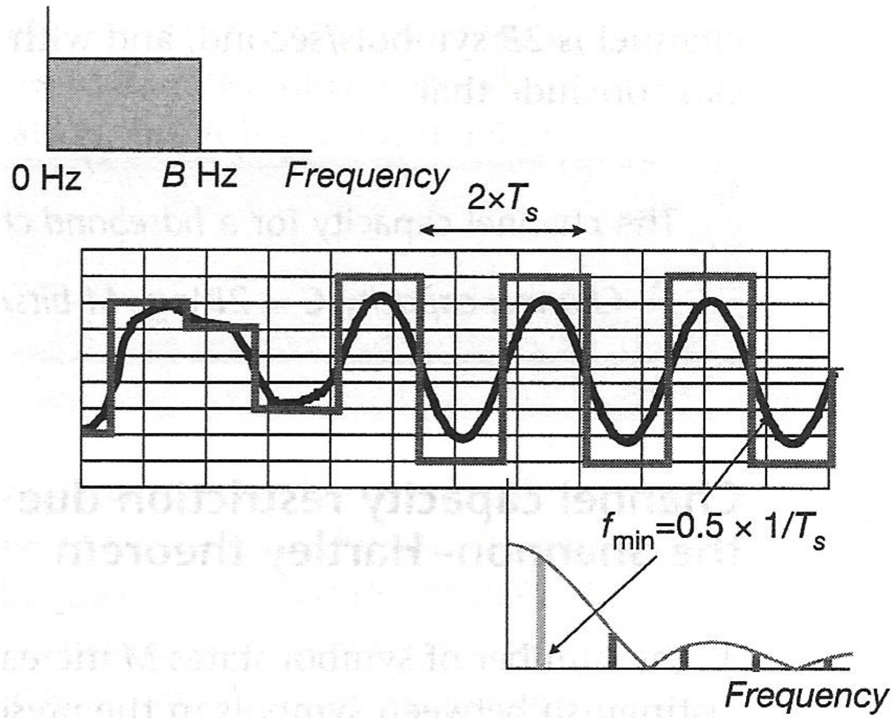
Παράμετροι σχεδίασης παλμών (Μορφοποίηση παλμών)

- Κύριοι παράμετροι στη σχεδίαση παλμών είναι (στο πεδίο συχνοτήτων):
  - Η **Συχνότητα του 1ου μηδενισμού** (θέλουμε μικρό BW).
  - Η **ελάχιστη απόσβεση** των πλαγίων λοβών σε σχέση με την ισχύ στο κύριο λοβό, σε db down (θέλουμε μεγάλο dB down).
- Για μικρό εύρος ζώνης μετάδοσης στο κανάλι «στρογγυλεύουμε» τους ορθογώνιους παλμούς.



Ελάχιστο Εύρος Ζώνης Μετάδοσης στη βασική ζώνη (< BW)



Αν η **διάρκεια του συμβόλου** που θέλουμε να μεταδώσουμε είναι $\mathbf{T_s}$ τότε το απαιτούμενο εύρος ζώνης είναι $\mathbf{B_{min}=1/(2T_s) = f_{min}} \Rightarrow \mathbf{T_s = 1/\ (2f_{min}})$
Αντιστοιχεί στην χειρότερη περίπτωση παλμών (δηλ. ορθογωνίων παλμών) και είναι το ελάχιστο, διότι προκύπτει από την $1^{η}$ συχνότητα μετά την μηδενική (θεμελιώδη συχνότητα – σειρές Fourier).

Συνήθως το απαιτούμενο εύρος ζώνης είναι $\mathbf{(1/2)(1/T_s)} < \mathbf{B \leq 1/T_s}$

Χωρητικότητα καναλιού (χωρίς θόρυβο) σε bps

Διαδοχικώς μεταδιδόμενα σύμβολα έχουν **συχνότητα μετάδοσης** $v_s = \mathbf{1/\,T_s}$ σύμβολα/s και $\mathbf{B_{min} = 1/(2T_s)}$ **Hz =>** $v_s = \mathbf{1/\,T_s = 2\,B_{min}}$

Αν κάθε σύμβολο κωδικοποιηθεί με n bits (όπου $2^n = L$ διαφορετικά σύμβολα ή επίπεδα κβαντισμού), τότε η διάρκεια του κάθε bit (παλμού) είναι $T_p = T_s\,/\,n$ και ο ρυθμός μετάδοσης R σε bps είναι:

$$\mathbf{R = 1/\,T_p = n\,(1/\,T_s)}\ \text{bps} \;\Rightarrow\; \mathbf{R = 2B_{min}\log_2 L}\ \text{bps}$$

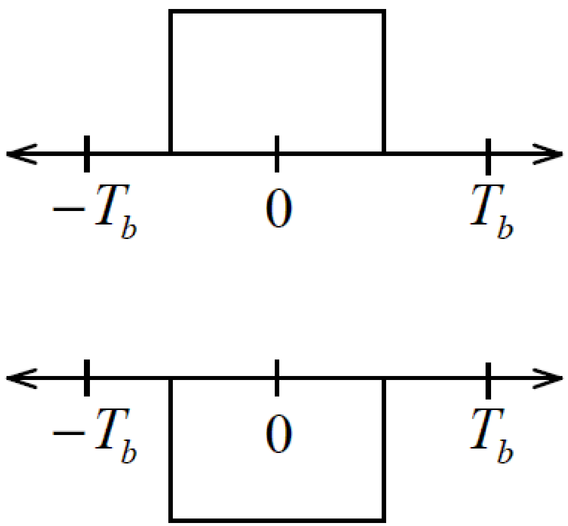
Γενικώς, αν το εύρος ζώνης του καναλιού είναι (0 – B Hz), τότε η χωρητικότητα καναλιού (δηλ. ο μέγιστος ρυθμός μετάδοσης χωρίς σφάλματα, απουσία θορύβου) είναι:

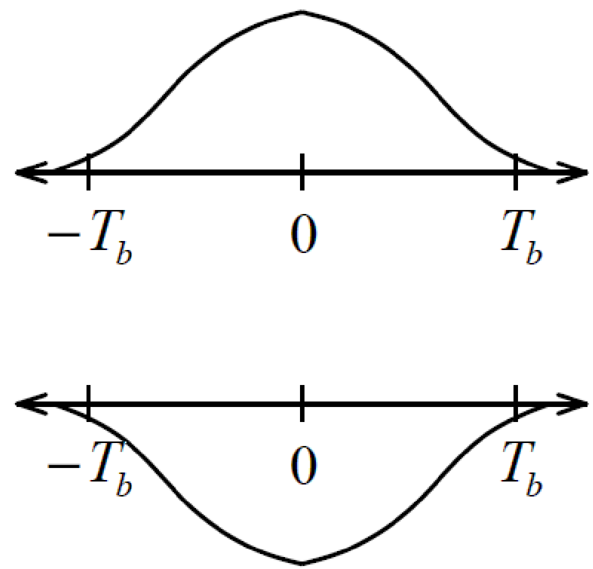
$$\mathbf{C = 2nB = 2B\log_2 L}\ \text{bps}$$

(Θυμηθείτε:) Παρουσία θορύβου: $C = B\log_2(1+SNR)$

Παραμόρφωση παλμών

Η μετάδοση παλμού σε κανάλι με εύρος ζώνης συχνοτήτων μικρό σε σχέση με το φάσμα του παλμού, προκαλεί παραμόρφωση του παλμού.





Παλμός εισόδου στο

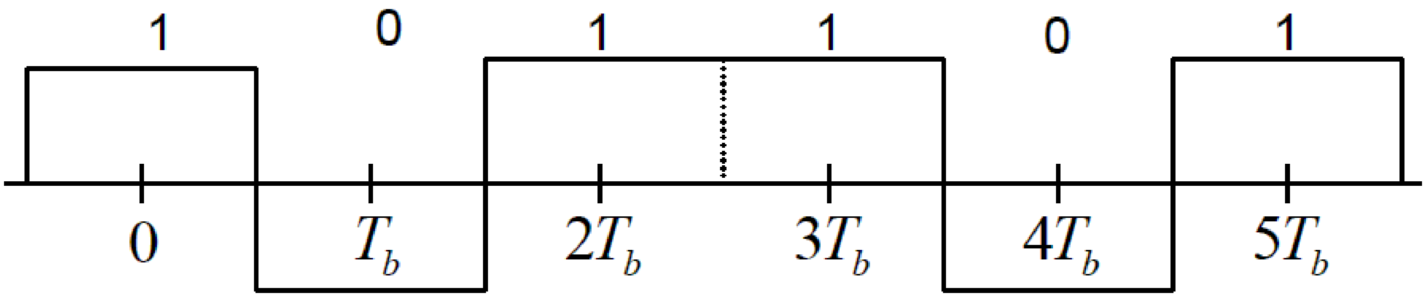
Παλμός εξόδου από το

Κ α ν ά λ ι

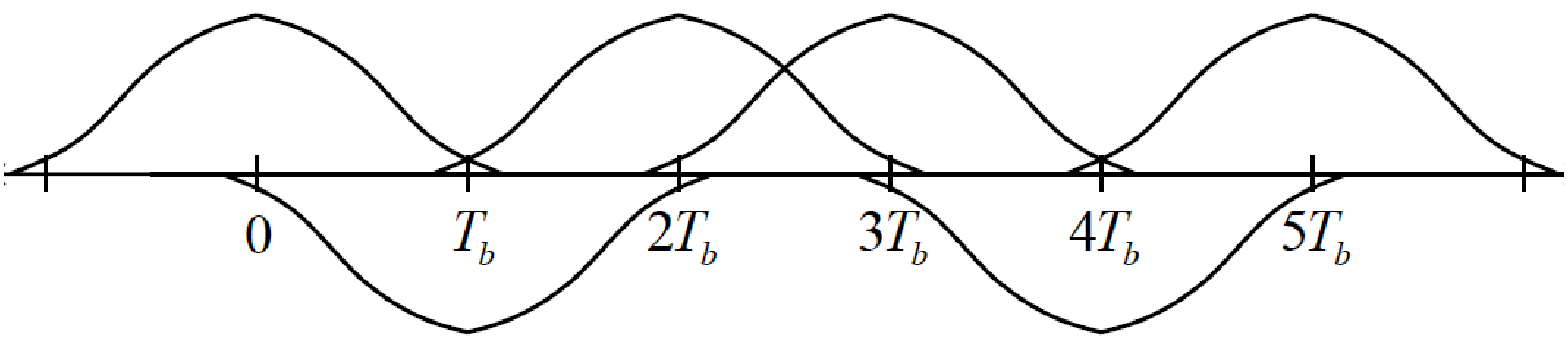
Διασυμβολική Παρεμβολή (InterSymbol Interference – ISI)

Όσο μεγαλύτερη είναι η διάρκεια ενός παλμού τόσο μικρότερη είναι η παραμόρφωση. Ωστόσο η μεγάλη διάρκεια του παλμού δεν αποτελεί λύση καθόσον η επακόλουθη παραμόρφωση οδηγεί σε παρεμβολή στον παλμό που ακολουθεί.

Παλμοί στην είσοδο του καναλιού

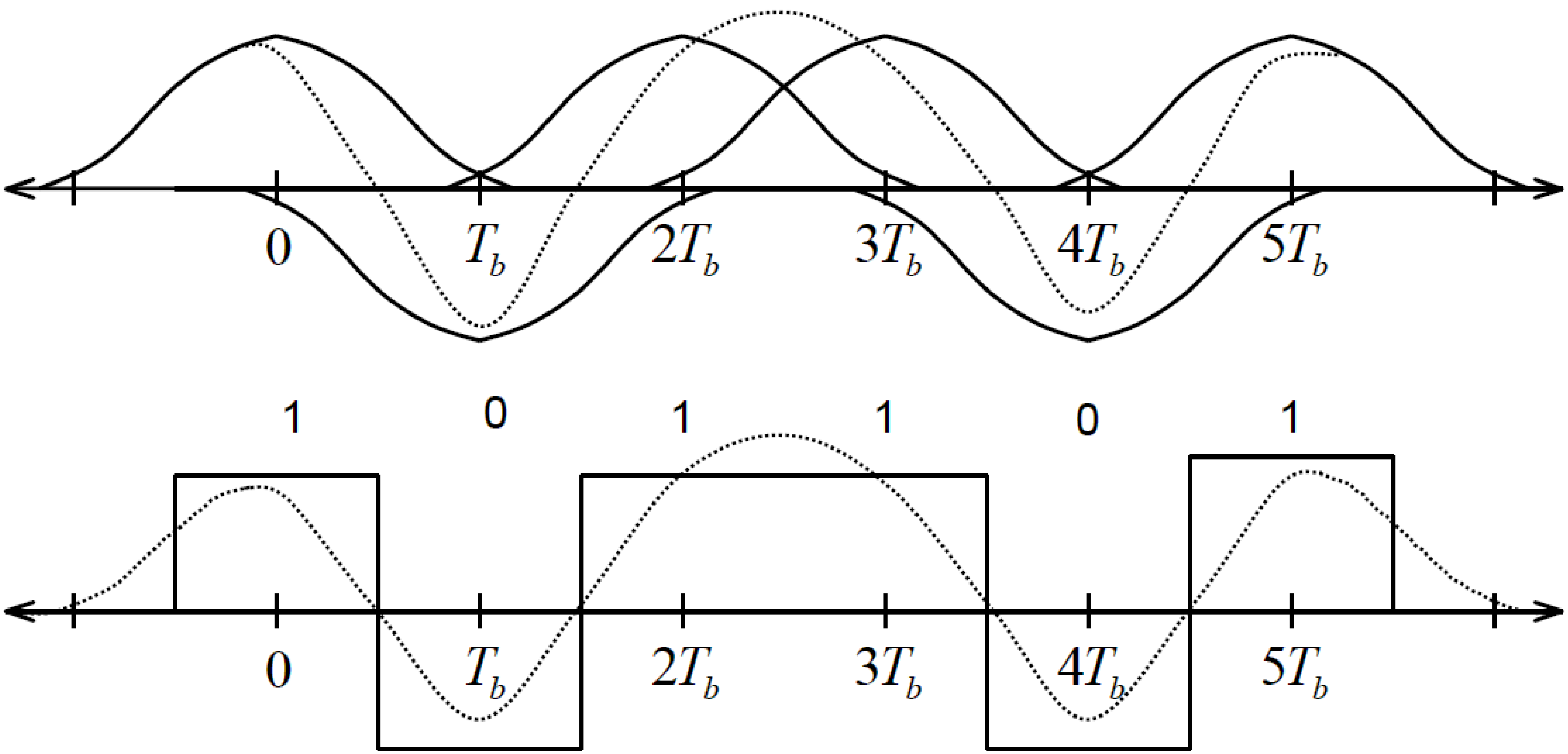


Παλμοί στην έξοδο του καναλιού



Διασυμβολική Παρεμβολή (InterSymbol Interference – ISI)

Στην έξοδο του καναλιού οι επικαλυπτόμενοι παλμοί υπερτίθενται με επικίνδυνο αποτέλεσμα (να μη μπορεί ο δέκτης να ανιχνεύσει τι έλαβε).



Διασυμβολική Παρεμβολή (ISI)
Τρόποι αντιμετώπισης

- Η μορφοποίηση παλμών ως sinc function (στο πεδίο του χρόνου) έχει ως αποτέλεσμα τους μηδενισμούς του πλάτους σε τακτά χρονικά διαστήματα.

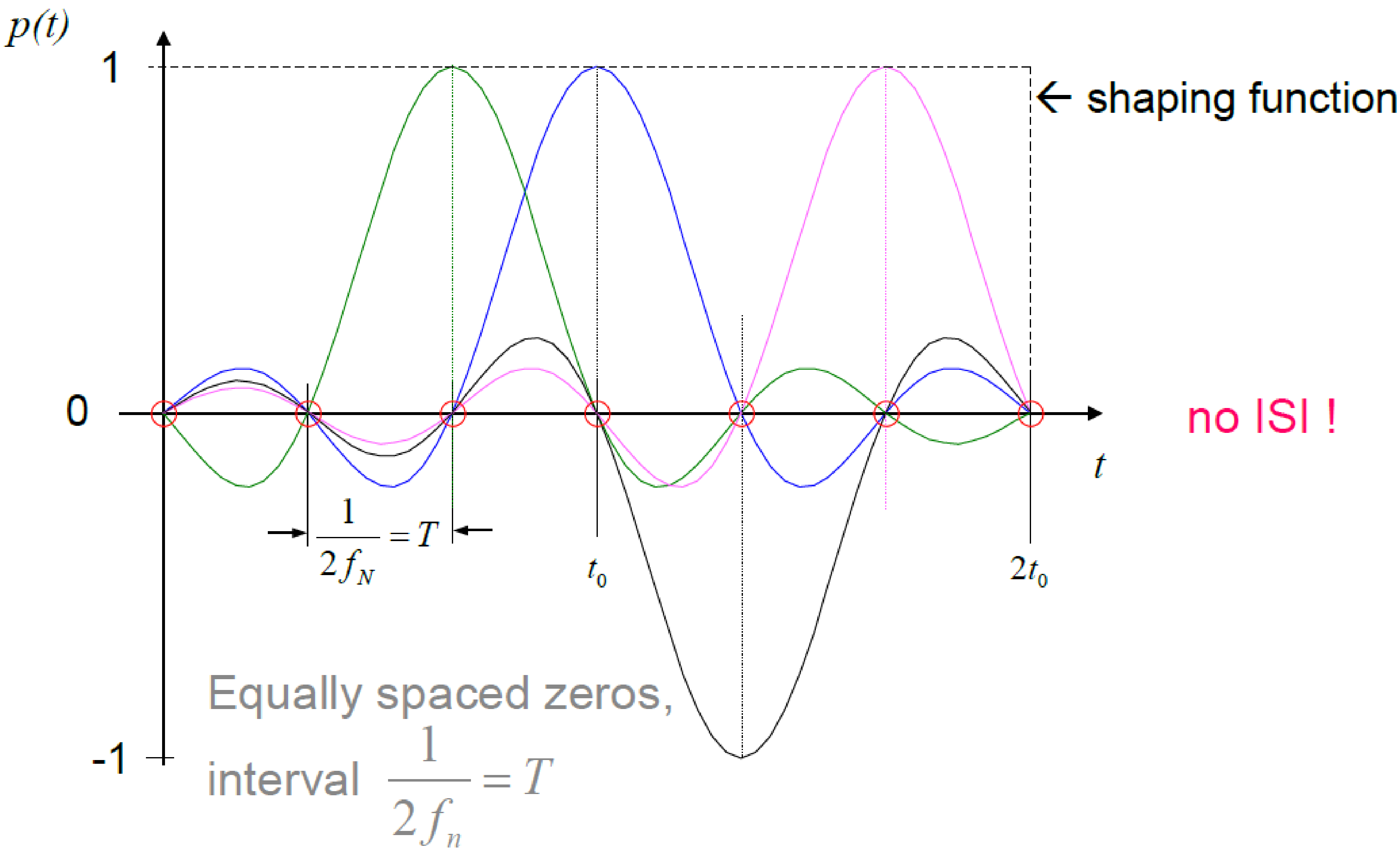
  Οι παλμοί αυτοί δίνουν ιδέες!!!

- **Επικαλυπτόμενοι τέτοιοι παλμοί δεν δημιουργούν πρόβλημα στον δέκτη, αν έχουν μηδενική τιμή, ακριβώς την χρονική στιγμή t = 0 της δειγματοληψίας του λαμβανομένου σήματος, για εκτίμηση του λογικού «0» ή «1». (Καλό Κριτήριο!!!)**

- Οι παλμοί sinc βέβαια στην πράξη είναι μη πραγματοποιήσιμοι (αφού απαιτούν τιμές για $t < 0$), αλλά έχουν αυτό το ενδιαφέρον χαρακτηριστικό των μηδενισμών. Επομένως, θα πρέπει στην πράξη να βρούμε άλλους παλμούς με τα ίδια ή παρόμοια χαρακτηριστικά.

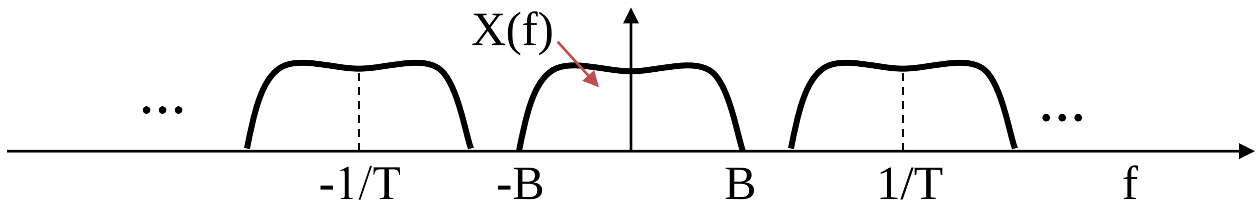
1st Nyquist Criterion: Time domain

$p(t)$: impulse response of a transmission system (infinite length)



Κριτήρια Nyquist
για παλμούς με αυστηρά περιορισμένο εύρος ζώνης

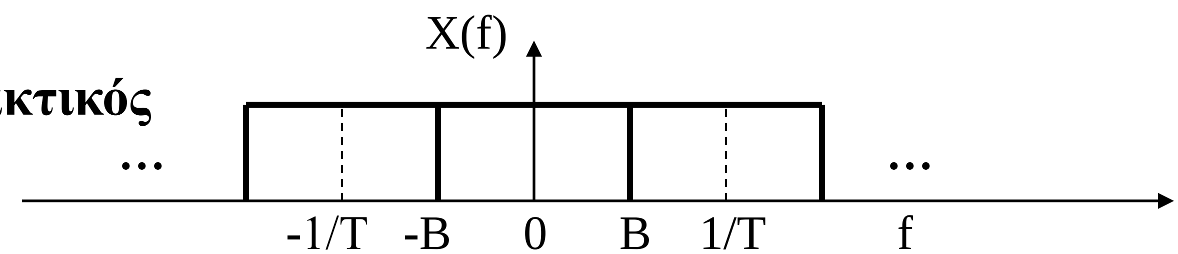
Αν B < 1/(2T) δεν υπάρχει παλμός που να ικανοποιεί το κριτήριο, καθόσον:



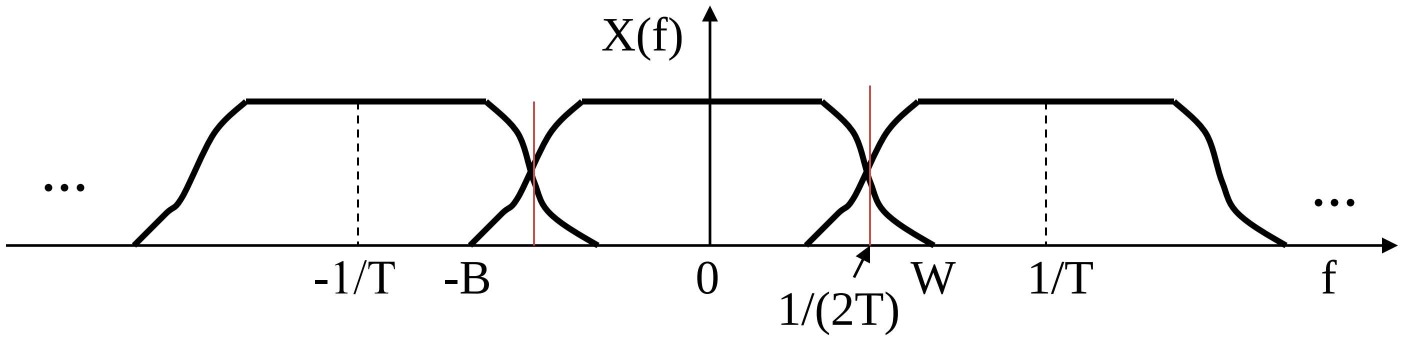
Αν **B=1/(2T)** μόνο ο παλμός με εύρος ζώνης X(f)=σταθερό για |f|<B και X(f)=0, αλλού, ικανοποιεί το κριτήριο, καθόσον:

δηλ. **x(t) = sinc(t/T)**

που δεν είναι πρακτικός



Αν όμως **B > 1/(2T)** υπάρχουν «οικογένειες παλμών» που ικανοποιούν το κριτήριο.



Οικογένεια παλμών υπερυψωμένου συνημιτόνου

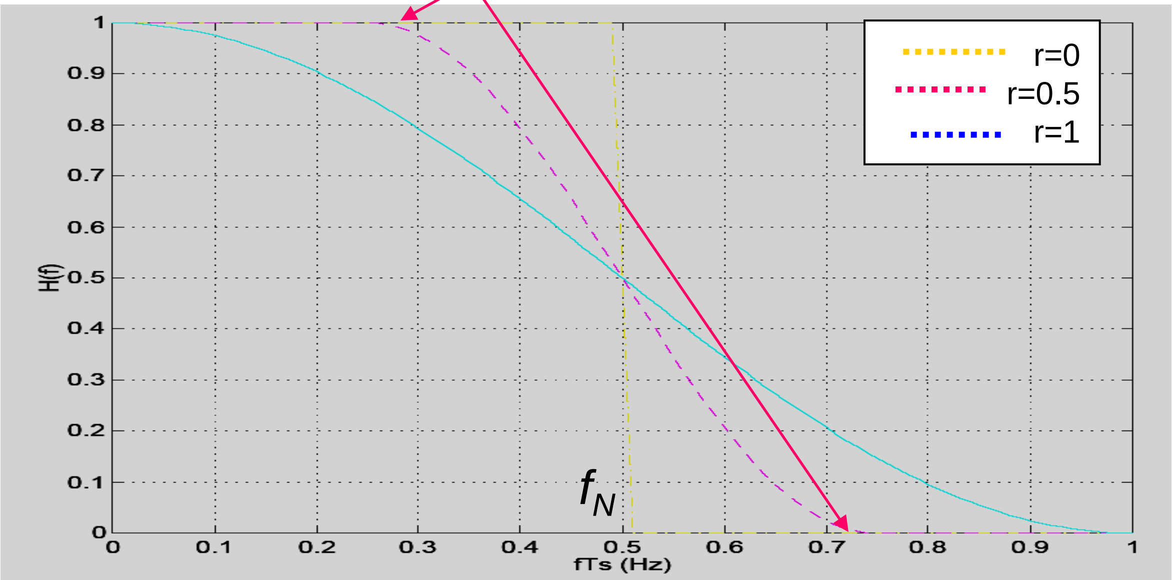
- Στο πεδίο της συχνότητας:

$$X(f) = \begin{cases} (1/2)\left[1+\cos\left(\dfrac{\pi(|f|-f_1)}{2f_\Delta}\right)\right], & f_1 \le |f| \le BW \\ 1, & |f| \le f_1 \\ \mathbf{0}, & |f| > BW \end{cases}$$

BW είναι το απόλυτο εύρος ζώνης συχνοτήτων του παλμού

$f_N = 1/(2T_s)$, $f_x = BW - f_N$, $f_1 = f_N - f_x$,

$r = f_x/f_N$ είναι ο roll-off factor (συντελεστής εξομάλυνσης)



$r = f_x/f_N$

$f_N=0.5\, f_s = 1/(2T_s)$

Raised cosine shaping

- Tradeoff: higher r, higher bandwidth, but smoother in time.

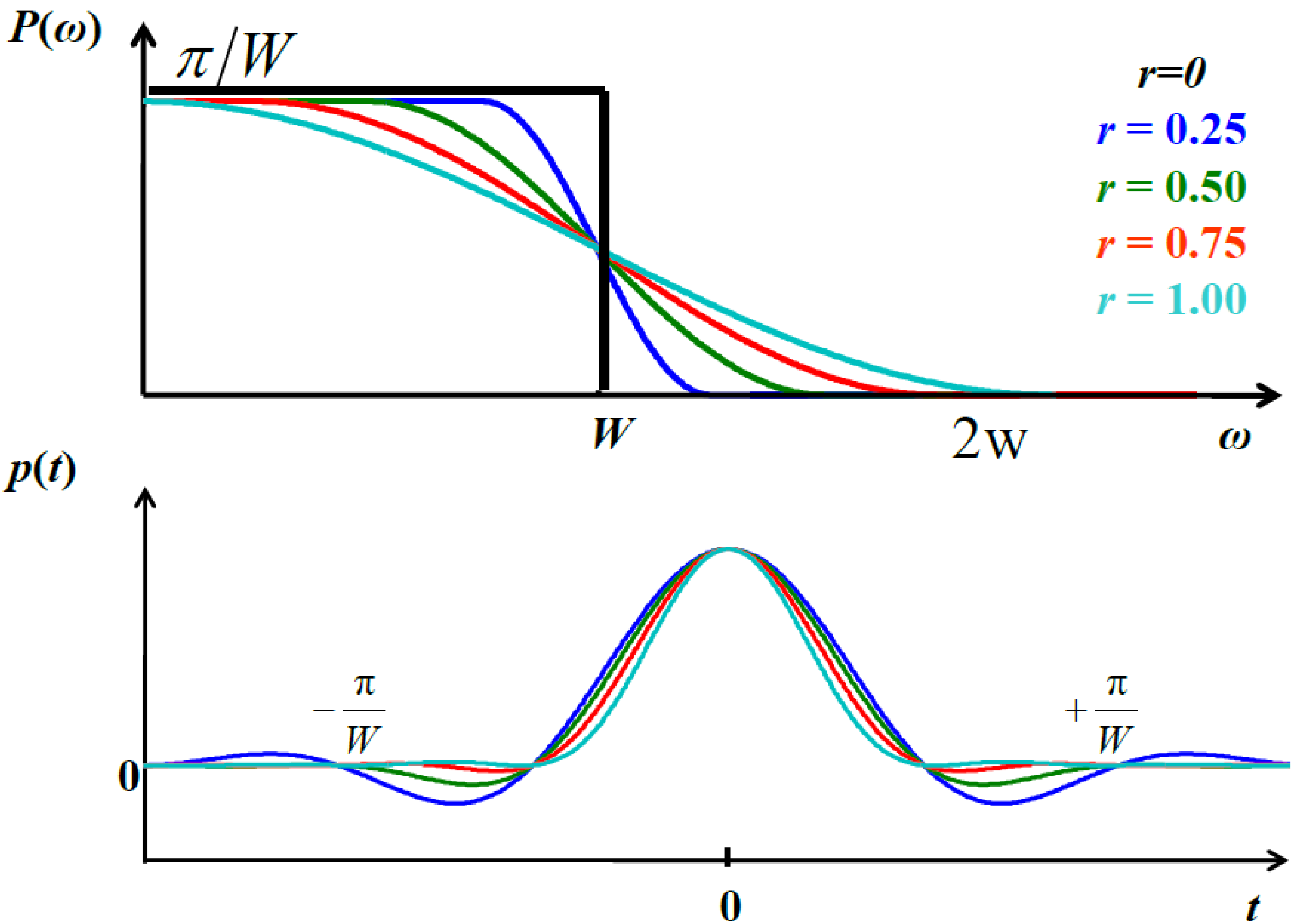
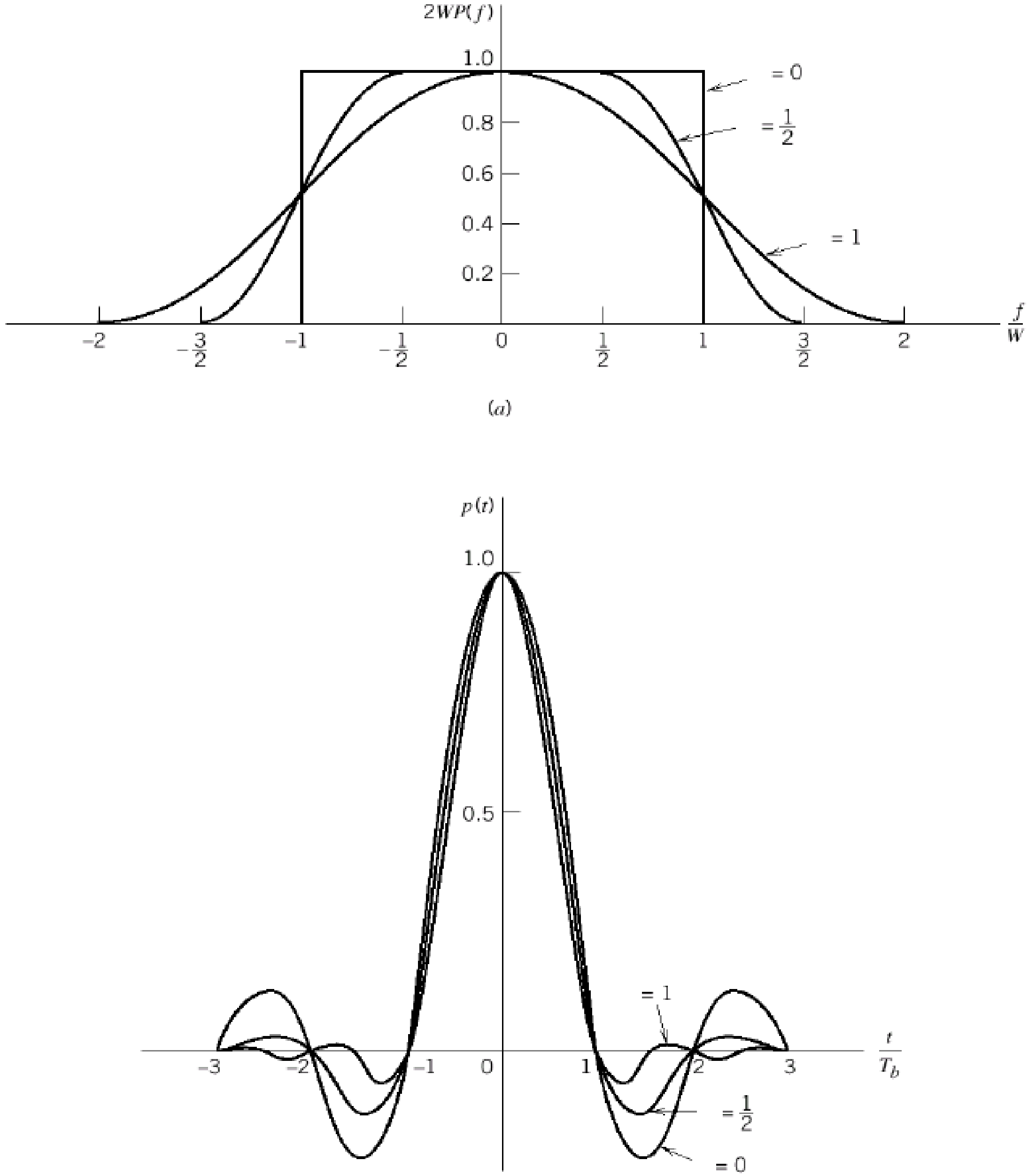
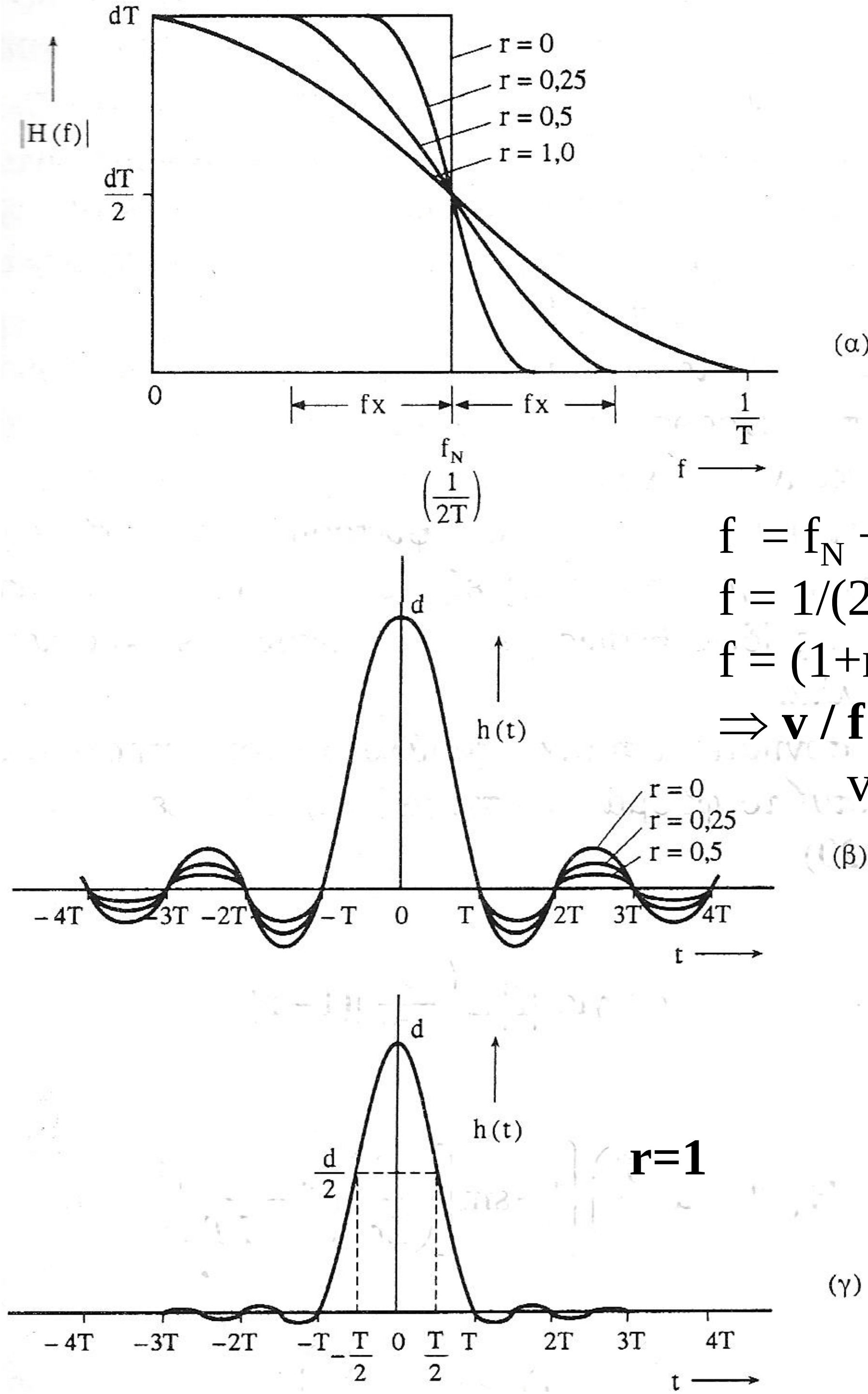


Figure 4.10 ***Responses for different rolloff factors. (a) Frequency response. (b) Time response.***



Συντελεστής εξομάλυνσης (Roll-off factor)

Μεταβολή της κρουστικής απόκρισης φίλτρου (β, γ) με μεταβολή της χαρακτηριστικής του κατωδιαβατού φίλτρου (α).



r=1

$f = f_N + f_x$ (= BW) ή

$f = 1/(2T) + r/(2T)$ ή

$f = (1+r) / (2T) = v(1+r)/2$

$\Rightarrow$ **$v / f = 2 / (1+r)$**

v = data rate = $1/T$

Cosine rolloff filter: Bandwidth efficiency

- Vestigial spectrum

$$\beta_{rc} = \frac{\text{data rate}}{\text{bandwidth}} = \frac{1/T}{(1+r)/2T} = \frac{2}{1+r} \quad \frac{\text{bit/s}}{\text{Hz}}$$

$$1\,\frac{\text{bit/s}}{\text{Hz}} \quad \leq \quad \frac{2}{(1+r)} \quad < \quad 2\,\frac{\text{bit/s}}{\text{Hz}}$$

$$\Downarrow \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \Downarrow$$

2nd Nyquist (r=1) r=0

Θυμηθείτε: $C = 2\,B \log_2 L$ => αν L=2 τότε C = 2B (Μέγιστο data rate = διπλάσιο bandwidth)

Εύρος ζώνης συχνοτήτων παλμών υπερυψωμένου συνημιτόνου

- Σύστημα PCM με συχνότητα δειγματοληψίας f_s και κωδικοποίηση με n bits:
  - $BW = [(1+r)/2]\cdot f_s \cdot n = [(1+r)/2]\cdot R$ σε Hz
  - r = "roll-off factor", $0 \le r \le 1$

$r = f_x/f_N$

$f_N = 0.5\ f_s = 1/(2T_s)$

- Όπου:

αν r = 0, έχουμε παλμό sinc(.)

αν r = 1, έχουμε τη μέγιστη δυνατή τιμή του r και το φασμα παιρνει την μορφη υπερυψωμενου συνημιτονου

Τυπική τιμή του r = 0.35 στην Β. Αμερική σε ψηφιακά συστήματα κινητής τηλεφωνίας NA-TDMA και CDMA (πρότυπο IS-54/136).

2^{nd} Nyquist Criterion

- Values at the pulse edge are distortionless
- p(t) =0.5, when t= -T/2 or T/2; p(t)=0, when t=(2k-1)T/2, k≠0,1

  -1/T ≤ f ≤ 1/T

$$P_r(f) = \mathrm{Re}[\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n P(f+n/T)] = T\cos(fT/2)$$

$$P_I(f) = \mathrm{Im}[\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n P(f+n/T)] = 0$$

Example

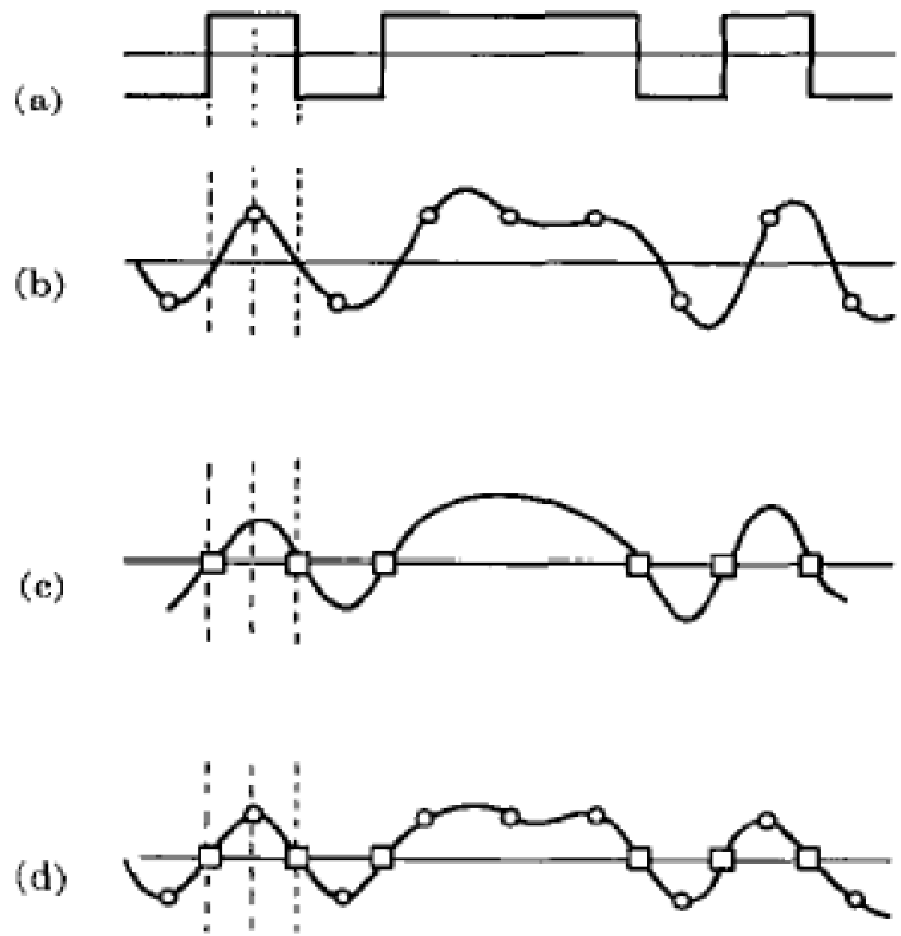


Fig. 1. Nyquist criteria: (a) input signal, (b) output signal satisfying Nyquist's first criterion—values at pulse centers unchanged, (c) output signal satisfying Nyquist's second criterion—values at pulse edges unchanged, (d) output signal satisfying Nyquist's first and second criteria—values at pulse centers and edges unchanged.

3rd Nyquist Criterion

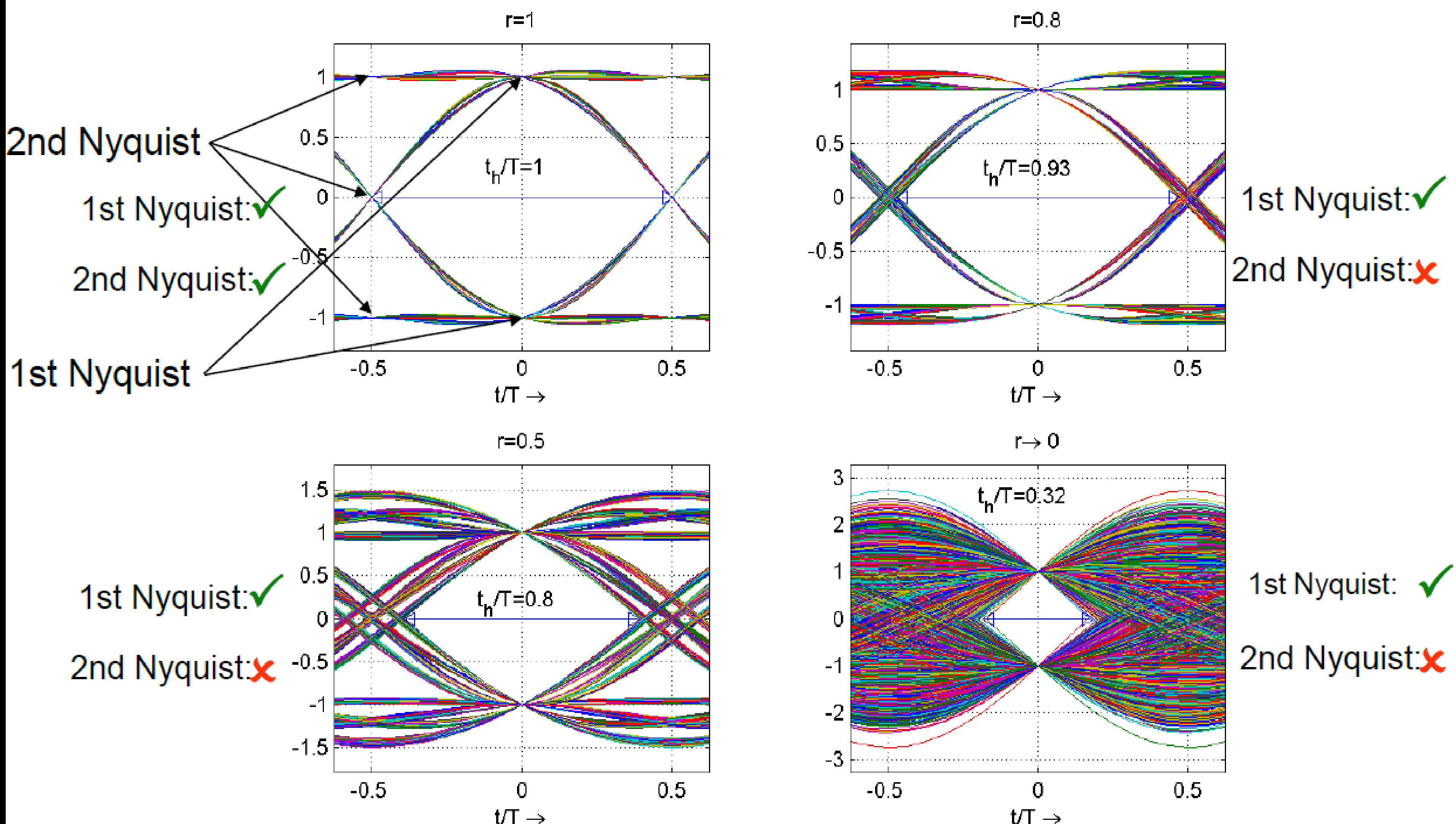
- Within each symbol period, the integration of signal (area) is proportional to the integration of the transmit signal (area)

$$P(w) = \begin{cases} \dfrac{(wt)/2}{\sin(wT/2)}, & |w| \le \dfrac{\pi}{T} \\ 0, & |w| > \dfrac{\pi}{T} \end{cases}$$

$$p(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} \frac{(wt/2)}{\sin(wT/2)} e^{jwt} dw$$

$$A = \int_{\frac{2n-1}{2}T}^{\frac{2n+1}{2}T} p(t)dt = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

Cosine rolloff filter: Eye pattern



Κριτήρια Nyquist – από βιβλίο καθ. Γ. Κοκκινάκη

9.6 Μετάδοση χωρίς διασυμβολική παρεμβολή – Κριτήρια Nyquist

Για μετάδοση χωρίς διασυμβολική παρεμβολή, ο Nyquist διατύπωσε δύο κριτήρια που αφορούν το πρώτο στην παραμόρφωση πλάτους και το δεύτερο στην παραμόρφωση βήματος.

I. Κριτήριο

«Για να είναι δυνατή δειγματοληψία στο δέκτη χωρίς διασυμβολική παρεμβολή παλμών που μεταδίδονται με ρυθμό 1/T, αρκεί η κρουστική απόκριση του συστήματος να είναι μηδενική τις χρονικές στιγμές nT(n = 1, 2, ...) και μη μηδενική τη στιγμή t = 0 και όλες τις άλλες στιγμές». Έτσι τη στιγμή δειγματοληψίας ενός παλμού t = 0, οι τιμές των προηγούμενων παλμών είναι μηδέν και δεν επηρεάζουν τη στάθμη δειγματοληψίας. Το κατακόρυφο άνοιγμα του διαγράμματος ματιού έχει τη στιγμή δειγματοληψίας τη μέγιστη δυνατή τιμή.

Ένα σύστημα στο δέκτη που ικανοποιεί το 1ο κριτήριο Nyquist είναι η κρουστική απόκριση ιδανικού κατωδιαβατού φίλτρου με συχνότητα αποκοπής f_N, όπως γνωρίσαμε στην § 9.4. Η απόκριση αυτή που είναι της μορφής sinx/x έχει μηδενικές τιμές σύμφωνα με τη (9.19) σε αποστάσεις $n/2f_N$. Είναι επομένως δυνατή η αναγνώριση $2f_N$ ανεξάρτητων δειγμάτων ανά sec χωρίς διασυμβολική παρεμβολή.

Η προηγούμενη περίπτωση έχει θεωρητικό ενδιαφέρον σαν οριακή περίπτωση, δεν έχει όμως πρακτικό ενδιαφέρον. Ιδανικό φίλτρο με κάθετη πλευρά αποκοπής δεν είναι πραγματοποιήσιμο, ούτε παλμός δέλτα. Επίσης η απόκριση sinx/x δεν είναι επιθυμητή, επειδή χρειάζεται μεγάλη ακρίβεια στη δειγματοληψία. Ελάχιστη απόκλιση στο ρυθμό αποστολής παλμών, στη συχνότητα αποκοπής του φίλτρου ή στη στιγμή δειγματοληψίας δημιουργεί σφάλμα. Αυτό οφείλεται στο ότι οι υπερτιθέμενες ουρές των παλμών σχηματίζουν μία αποκλίνουσα σειρά, δηλ. προσθέτονται και μπορεί να φθάσουν σε μεγάλες τιμές με αποτέλεσμα μεγάλη διασυμβολική παρεμβολή και μεγάλο σφάλμα στην αναγνώριση των συμβόλων.

Τα μειονεκτήματα που αναφέρθηκαν μπορούν να εξουδετερωθούν με φίλτρο που παρουσιάζει βαθμιαία αποκοπή των συχνοτήτων και η ζώνη του εκτείνεται πέρα από τη συχνότητα αποκοπής f_N. Ο Nyquist απέδειξε ότι μία χαρακτηριστική φίλτρου με περιττή συμμετρία ως προς τη συχνότητα αποκοπής εξασφαλίζει κρουστική απόκριση με μηδενικά στις ίδιες θέσεις με την απόκριση sinx/x και προσθέτει ορισμένα άλλα.

Με μία συνημιτονική π.χ. εξομάλυνση του τετραγωνικού φάσματος, παίρνεται το φάσμα του σχ. 9-9 (α), που περιγράφεται από τις σχέσεις (9.20)

$$\mathrm{d}T \ \text{για} \ |f| \le \left(\frac{1}{2T}\right)(1-r)$$

$$H(f) = d\left(\frac{T}{2}\right)\left\{1-\sin\left[\left(\frac{T}{2r}\right)\left(f-\frac{1}{2T}\right)\right]\right\} \ \text{για} \qquad (9.20)$$

$$\left(\frac{1}{2T}\right)(1-r) < f < \left(\frac{1}{2T}\right)(1+r)$$

Το πηλίκο

$$r = \frac{f_x}{f_N} \qquad (9.21)$$

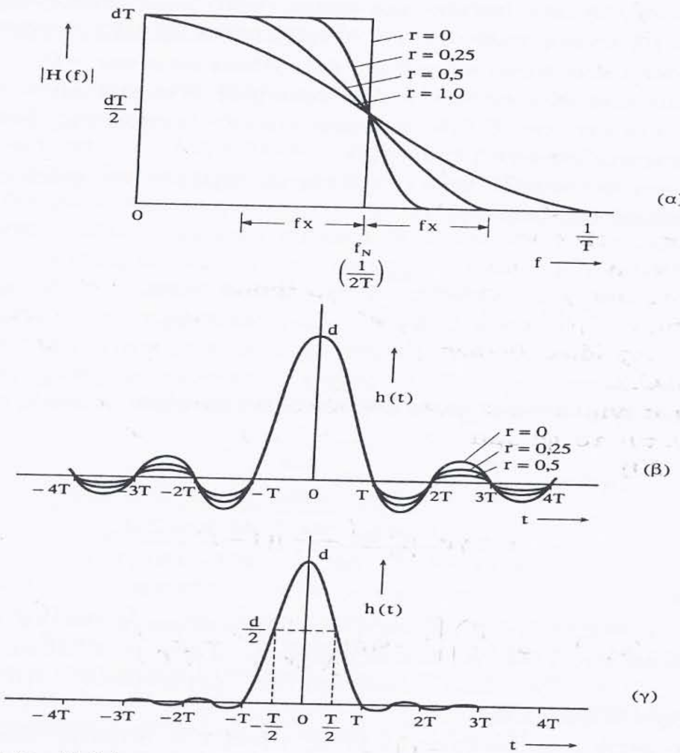
με f_N τη συχνότητα Nyquist και f_X συχνότητα μετρούμενη από την f_N [σχ. 9-9 (α)], ονομάζεται *συντελεστής εξομάλυνσης* (Roll-off factor).

Το φάσμα αυτό υπολογίζεται με βάση το σχ. 9-9 (α)

$$f = f_N + f_X = \left(\frac{1}{2T} + \frac{r}{2T}\right) \qquad (9.22)$$

Η (9.20) ισχύει για συντελεστή εξομάλυνσης (Roll-Off Factor) $0 \le r \le 1$, δηλ. το φάσμα γίνεται μέχρι και διπλάσιο από τη ζώνη Nyquist. Η κρουστική απόκριση του φίλτρου αυτού που δίνεται στην

(9.23), ικανοποιεί το Ι κριτήριο του Nyquist, δεν ορίζεται όμως μονοσήμαντα από τις τιμές της h(nT), γιατί το φάσμα της δεν περιορίζεται στη ζώνη Nyquist, αλλά είναι μεγαλύτερο από αυτή.



Σχήμα 9.9: Μεταβολή της κρουστικής απόκρισης φίλτρου (β, γ) με μεταβολή της χαρακτηριστικής του κατωδιαβατού φίλτρου (α).

$$h(t) = \frac{\sin\left(\frac{\pi t}{T}\right)}{\frac{\pi t}{T}} \frac{\cos\left(\frac{\pi t}{T}\right)}{1-\left(4r^2/T^2\right)t^2} \qquad (9.23)$$

Οι ταλαντώσεις στην ουρά του σήματος (9.23) μειώνονται, όπως δείχνει το σχ. 9-9 (β), τόσο περισσότερο, όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής Roll-off, όσο δηλ. μεγαλύτερο είναι το καταλαμβανόμενο φάσμα.

Σημαντική διαφορά του σήματος (9.23) συγκριτικά με το σήμα (9.18) (κρουστική απόκριση ιδανικού φίλτρου) είναι, ότι οι υπερτιθέμενες ουρές των παλμών σχηματίζουν μία συγκλίνουσα σειρά, επειδή ο παρονομαστής της (9.23) αυξάνει με το τετράγωνο του χρόνου t. Έτσι είναι δυνατή η δειγματοληψία σε διαστήματα που διαφέρουν από το ακριβές διάστημα Nyquist.

ΙΙ. Κριτήριο Nyquist

Το δεύτερο κριτήριο αφορά στην εξουδετέρωση της διασυμβολικής παρεμβολής στο μέσο μεταξύ διαδοχικών παλμών και διατυπώνεται ως εξής: *«Στο διάστημα* $-T \leq t \leq +T$ *από τη στιγμή δειγματοληψίας, η κρουστική απόκριση του συστήματος πρέπει να παρουσιάζει μηδενική τιμή για* $t = \pm nT/2$, $n = 2, 3, \ldots$, *ενώ για* $t = \pm T/2$ *από τη δειγματοληψία η τιμή της θα πρέπει να είναι* $\neq 0$*».*

Με παλμό που ικανοποιεί το ΙΙ. κριτήριο Nyquist είναι δυνατή η εξαγωγή στο δέκτη της διάρκειας του παλμού εκπομπής, δεν εμφανίζεται δηλ. παραμόρφωση βήματος.

Για να ικανοποιείται το ΙΙ. κριτήριο, πρέπει το φίλτρο να έχει χαρακτηριστική της μορφής

$$H(\omega) = \begin{cases} \cos\dfrac{\pi\omega}{2\omega_N} & 0 < \omega \leq \omega_N \\ 0 & \omega > \omega_N \end{cases} \tag{9.24}$$

Η κρουστική απόκριση του φίλτρου αυτού είναι

$$\begin{aligned} h(t) &= \frac{1}{\pi}\int_0^{\omega_N} \cos\omega t \cos\frac{\pi\omega}{2\omega_N}\,d\omega = \\ &= \frac{2\omega_N \cos\omega_N}{\pi^2(1-4\omega_N^2 t^2/\pi^2)} = \frac{4f_N \cos 2\pi f_N t}{\pi(1-16f_N^2 t^2)} \end{aligned} \tag{9.25}$$

Το σήμα (9.25) έχει μηδενική τιμή στα περιττά θετικά ή αρνητικά πολλαπλάσια του $1/4f_N$ με δύο εξαιρέσεις. Τα σημεία αυτά βρίσκονται στο μέσο μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενικών του ιδανικού κατωδιαβατού φίλτρου.

Οι εξαιρέσεις αντιστοιχούν στις τιμές $t = \pm 1/4f_N$, για τις οποίες προκύπτει

$$h\left(\pm\frac{1}{4f_N}\right) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\omega_N} \cos^2\frac{\pi\omega}{2\omega_N}\,d\omega = f_N \tag{9.26}$$

Όταν μετριέται η κρουστική απόκριση στο μέσο μεταξύ δύο διαδοχικών παλμών δέλτα με περίοδο δειγματοληψίας $1/2f_N$, η απόκριση αυτή είναι ίση με f_N φορές το άθροισμα της επιφάνειας των δύο διαδοχικών παλμών, ανεξάρτητα από την τιμή των άλλων παλμών. Δηλ. αν γίνεται δειγματοληψία τις στιγμές αυτές, παίρνομε τιμές ανάλογες με τη μέση τιμή των διαδοχικών παλμών. Σε περίπτωση διαδοχικών συμβόλων, ο μέσος όρος είναι 0, 1/2 ή 1 ανάλογα αν έχομε διαδοχικά δύο μηδέν, μηδέν και ένα ή δύο 1.

Ένας ενδείκτης κατωφλιού ρυθμισμένος να δείχνει την τιμή 1/2 πολλαπλασιασμένη με τη σταθερή αναλογίας f_N, καταγράφει τις στιγμές μετάβασης του σήματος από 0 σε 1 και από 1 σε 0. Με τον τρόπο αυτό ελέγχεται η διατήρηση του διαστήματος μεταξύ των μεταβάσεων και διαπιστώνονται οι στιγμές μετάβασης από τις οποίες ρυθμίζεται η δειγματοληψία του σήματος.

Όπως στην περίπτωση του ιδανικού κατωδιαβατού φίλτρου, μπορούν να προστεθούν στη χαρακτηριστική (9.24) συναρτήσεις μεταφοράς με κατάλληλη συμμετρία ως προς ω_N χωρίς να μεταβληθούν οι θέσεις εμφάνισης μηδενικών στην κρουστική της απόκριση. Τέτοιες συναρτήσεις πρέπει να ικανοποιούν τη σχέση

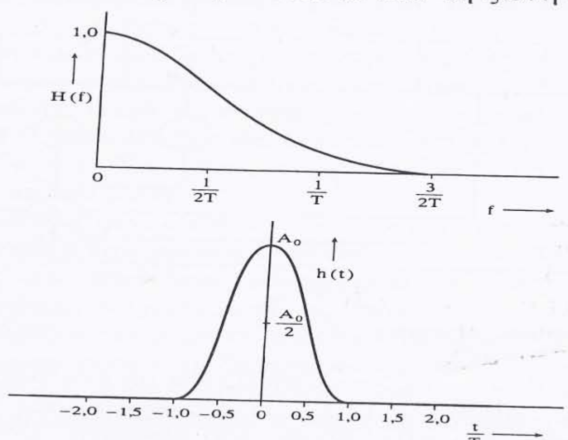
$$H(\omega_N - x) = H(\omega_N + x), \text{ Η πραγματικό} \qquad (9.27)$$

Η συνάρτηση που λαμβάνεται από την (9.23) για $r = 1$ ονομάζεται *υψωμένο συνημίτονο* (raised cosine) και ικανοποιεί και τα δύο κριτήρια Nyquist. Όπως φαίνεται στο σχ. 9-9 (γ), η συνάρτηση αυτή έχει μηδενικές τιμές στα διαστήματα Nyquist και επί πλέον στο μέσο μεταξύ των διαστημάτων αυτών. Επίσης η τιμή της στις θέσεις $\pm$ T/2 είναι ίση με d/2, το μισό του μέγιστου πλάτους του παλμού. Η ζώνη που απαιτείται στην περίπτωση αυτή είναι $2f_N$.

Από την ταχύτητα μετάδοσης των συμβόλων $v = 1/T$ και την απαιτουμένη ζώνη μετάδοσης (τύπος 9.22) προκύπτει για δυαδικά σύμβολα ο *βαθμός εκμετάλλευσης* της ζώνης μετάδοσης σε bit/s ανά Hz

$$\frac{v}{f} = \frac{2}{1+r} \; \frac{\text{bit}}{\text{sHz}} \qquad (9.28)$$

Επειδή $0 \le r \le 1$, προκύπτει η μέγιστη δυνατή εκμετάλλευση 2 bit/s Hz για $r = 0$, δηλ. για χρησιμοποίηση παλμού sinx/x. Μικροί συντελεστές Roll-off που εξασφαλίζουν μεγάλη εκμετάλλευση, πραγματοποιούνται πολύ δύσκολα λόγω της απαιτούμενης ακρίβειας στη δειγματοληψία. Π.χ. έχουν πραγματοποιηθεί συστήματα με $r = 0{,}16$ που αντιστοιχεί σε εκμετάλλευση 1,72 bit/sHz. Για $r = 1$ έχουμε 1 bit/sHz και απαιτείται ζώνη διπλάσια από τη ζώνη Nyquist.



Σχήμα 9-10: Χαρακτηριστική κατωδιαβατού φίλτρου και κρουστική απόκριση που ικανοποιεί κατά προσέγγιση τα κριτήρια Nyquist.