



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Συστήματα Επικοινωνιών

Διαμόρφωση FM
(Wide Band FM)

Μιχαήλ Λογοθέτης
Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών
και Τεχνολογίας Υπολογιστών

Περιεχόμενα ενότητας

- ❑ ΦΑΣΜΑ ΚΑΙ ΙΣΧΥΣ ΣΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΓΩΝΙΑΣ
- ❑ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΓΩΝΙΑΣ ΑΠΟ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΕΣ ΣΗΜΑ
- ❑ ΔΙΑΜΟΡΦΩΤΕΣ FM



Περιεχόμενα ενότητας

- ΦΑΣΜΑ ΚΑΙ ΙΣΧΥΣ ΣΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΓΩΝΙΑΣ
- ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΓΩΝΙΑΣ ΑΠΟ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΕΣ ΣΗΜΑ
- ΔΙΑΜΟΡΦΩΤΕΣ FM



Φάσμα και ισχύς σημάτων με διαμόρφωση γωνίας (1/2)

$$x(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \phi(t)) \Rightarrow \text{Ισχύς} = (\frac{1}{2})A_c^2$$

$$x(t) = A_c \cos 2\pi f_c t \cos \phi(t) - A_c \sin 2\pi f_c t \sin \phi(t) \quad \text{Διαμορφωμένο σήμα}$$

$$\mathcal{F}[x(t)] = \mathcal{F}[A_c \cos 2\pi f_c t \cos \phi(t)] - \mathcal{F}[A_c \sin 2\pi f_c t \sin \phi(t)] =$$

$$= \frac{1}{2}A_c \mathcal{F}[\cos \phi(t)] \Big|_{f-f_c} + \frac{1}{2} \mathcal{F}[\cos \phi(t)] \Big|_{f+f_c}$$

$$- \frac{1}{2}A_c(-j) \mathcal{F}[\sin \phi(t)] \Big|_{f-f_c} - \frac{1}{2}j \mathcal{F}[\sin \phi(t)] \Big|_{f+f_c}$$

Φάσμα σήματος

$$\cos \phi(t) = 1 - \frac{\phi^2(t)}{2!} + \frac{\phi^4(t)}{4!} - \dots$$

$$\sin \phi(t) = \phi(t) - \frac{\phi^3(t)}{3!} + \frac{\phi^5(t)}{5!} - \dots,$$

Αναπτύγματα
τριγωνομετρικών
συναρτήσεων



Φάσμα και ισχύς σημάτων με διαμόρφωση γωνίας (2/2)

$$x(t) = A_c \cos 2\pi f_c t - A_c \frac{\phi^2(t)}{2!} \cos 2\pi f_c t + \dots \\ - A_c \phi(t) \sin 2\pi f_c t + A_c \frac{\phi^3(t)}{3!} \sin 2\pi f_c t - \dots$$

Διαμορφωμένο σήμα

$$B \simeq 2W(\beta + 1)$$



Ενεργό εύρος ζώνης
Κανόνας του Carson

Περιλαμβάνει τουλάχιστον
το 99% της συνολικής ισχύος



Περιεχόμενα ενότητας

- ΦΑΣΜΑ ΚΑΙ ΙΣΧΥΣ ΣΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΓΩΝΙΑΣ
- ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΓΩΝΙΑΣ ΑΠΟ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΕΣ ΣΗΜΑ
- ΔΙΑΜΟΡΦΩΤΕΣ FM

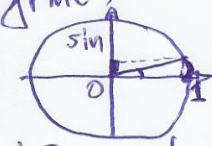


FM = WBFM

FM γενής φωνής

$$f_{FM}(t) = A \cos(\omega_c t + k_{FM} \int s(t) dt) = A \cos \omega_c t \cos(k_{FM} \int s(t) dt) - A \sin \omega_c t \sin(k_{FM} \int s(t) dt)$$

$\cos \int s(t) dt \ll \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos(k_{FM} \int s(t) dt) = 1$
 $\sin(k_{FM} \int s(t) dt) = k_{FM} \int s(t) dt$



$\int_{FM}(t) = A \cos \omega_c t - A k_{FM} \int s(t) dt \sin \omega_c t$

$\cos(\omega_c t) \xrightarrow{M.F.} \pi [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)]$
 $\sin(\omega_c t) \xrightarrow{M.F.} -j\pi [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)]$
 $\int_0^t f(\tau) d\tau \xrightarrow{M.F.} \frac{1}{j\omega} F(\omega) + \pi \cdot F(0) \delta(\omega)$

$F_{FM}(\omega) = \pi \cdot A [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] + A k_{FM} \frac{S(\omega - \omega_c)}{2(\omega - \omega_c)} - A k_{FM} \frac{S(\omega + \omega_c)}{2(\omega + \omega_c)}$

$\sin \omega_c t = \frac{e^{j\omega_c t} - e^{-j\omega_c t}}{2j}$
 $e^{j\omega_c t} f(t) \xrightarrow{M.F.} F(\omega - \omega_c)$

FM άκριβως φωνής

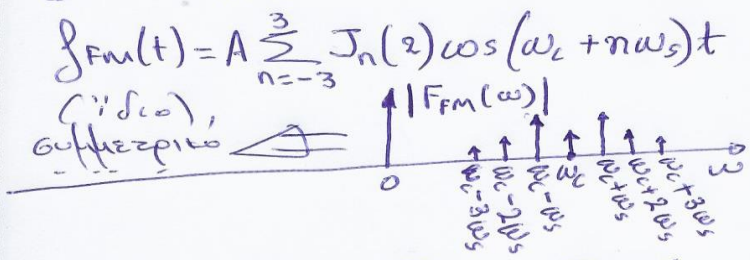
$s(t) = a \cos \omega_s t \Rightarrow \int s(t) dt = \frac{a}{\omega_s} \sin \omega_s t$

$f_{FM}(t) = A \cos(\omega_c t + k_{FM} \frac{a}{\omega_s} \sin \omega_s t)$
 $\omega_c(t) = \omega_c + k_{FM} \cdot a \cos \omega_s t$
 $b \equiv m_{FM} \equiv \Delta \omega_{max} / \omega_s = \frac{\alpha k_{FM}}{\omega_s} = \frac{\Delta \omega_{max}}{\omega_s}$

$f_{FM}(t) = A \cos(\omega_c t) \cos(b \sin \omega_s t) - A \sin(\omega_c t) \sin(b \sin \omega_s t)$

$f_{FM}(t) = A \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(b) \cos(\omega_c + n\omega_s)t$

$B = 2 \cdot n\omega_s = 2 \cdot 3\omega_s \quad | \quad n = b + 1$



$B = 2 \cdot (b + 1) \omega_s =$
 $= 2 (b \omega_s + \omega_s) =$
 $= 2 (\alpha k_{FM} + \omega_s) =$
 $= 2 (\Delta \omega + \omega_s) \quad \left(\frac{\text{rad/s}}{\text{sec}} \right)$

$\Delta \omega = 2\pi \cdot 75$
 $\Delta \omega_{max} = 75 \text{ kHz}$
 $\omega_s = 2\pi \cdot 15 \quad f_s = 15 \text{ kHz}$

$B = 180 \text{ kHz}$
 ο ορατός φάρος 200 kHz = 0,2 MHz



FM (Wide Band FM - ανάλυση)

M.F. ω_m ὅρων $\cos g(t)$ και $\sin g(t)$ $\omega_m \ll \frac{1}{2}$ ≈ 1 \Rightarrow γενής \int ω_s FM

$$s(t) = \alpha \cos \omega_s t \Rightarrow \int_0^t s(t) dt = \frac{\alpha}{\omega_s} \sin \omega_s t$$

$$f_{FM}(t) = A \cos \left(\omega_c t + K_{FM} \frac{\alpha}{\omega_s} \sin \omega_s t \right) \quad \omega_i(t) = \omega_c + \alpha \cdot K_{FM} \cos \omega_s t$$

$$M_{FM} = \frac{\Delta \omega}{\omega_s} = \frac{\alpha K_{FM}}{\omega_s} \equiv \text{δείκτης διαμόρφωσης}$$

μέγιστη μεταβολή της συχνότητας $\equiv \Delta \omega$

$$f_{FM}(t) = A \cos(\omega_c t) \underbrace{\cos(M_{FM} \sin \omega_s t)}_A - A \sin \omega_c t \underbrace{\sin(M_{FM} \sin \omega_s t)}_B$$

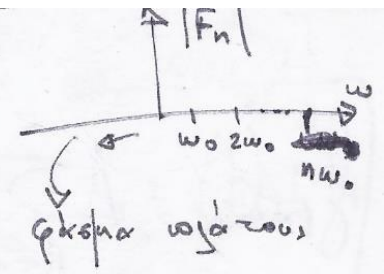
A, B περιωδικοί με περίοδο $\frac{2\pi}{\omega_s} \Rightarrow$ εωευζίνονται σε σειρά FOUrier.

$$j M_{FM} \sin \omega_s t = \underbrace{\cos(M_{FM} \sin \omega_s t)}_A + j \underbrace{\sin(M_{FM} \sin \omega_s t)}_B \Rightarrow \text{δὲ εωευζίνουμε}$$

σε σειρά FOUrier τὸν ἐκθετικό ὅρο και τὸ πραγματικό μέρος τῆς σειράς FOUrier εἶναι ὁ A, ἐνώ τὸ μαχθικό μέρος τὸ B.

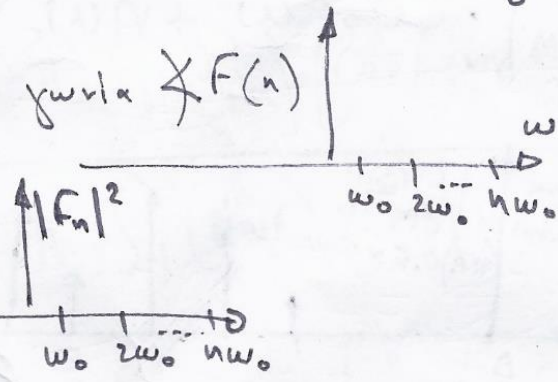
Σειρές Fourier – Συναρτήσεις Bessel's

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_0 t} \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad \text{και} \quad F_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$



φάσμα φάσης (ή γωνίας) $f(t)$ γωνία $\angle F(n)$

φάσμα ισχύος $f(t)$
 Πύση (Parseval)
 $\frac{1}{T} \int_0^T |f(t)|^2 dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |F_n|^2$



$$e^{jM_{FM} \sin \omega_s t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_s t} \quad C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} e^{jM_{FM} \sin \omega_s t} \cdot e^{-jn\omega_s t} dt =$$

$$= \frac{\omega_s}{2\pi} \int_{-\pi/\omega_s}^{\pi/\omega_s} e^{j(M_{FM} \sin \omega_s t - n\omega_s t)} dt$$

και επινοούμε κλάση παραβολής $x = \omega_s t$
 $dt = \frac{dx}{\omega_s}$

$$\text{τότε} \quad C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(M_{FM} \sin x - nx)} dx$$

το π ονομάζεται αζού δια γύρευση
 αλλά έχουμε συμπάσει συχνά έχω δια
 του άσφρα και αίρακα ή συχνά αζού
 μας δίδουν τις τιμές του.

Στην παραπάνω είναι αζού
 ολοκλήρωση, αντίστοιχα με τις τιμές του n , και ονομάζονται συναρτήσεις Bessel J_n

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ Bessel

Συμβολίζονται ως $J_n(m_{FM})$ για κάθε ζήνη n

"Αρ $C_n = J_n(m_{FM})$

Σχήματα των Πινάκων δίνονται
 $J_n(m_{FM})$ για $n < \infty$ λόγω των
έξως ιδιοτήτων:

$J_n(x) = J_{-n}(x)$ αν n άρτος

$J_n(x) = -J_{-n}(x)$ αν n περιττός

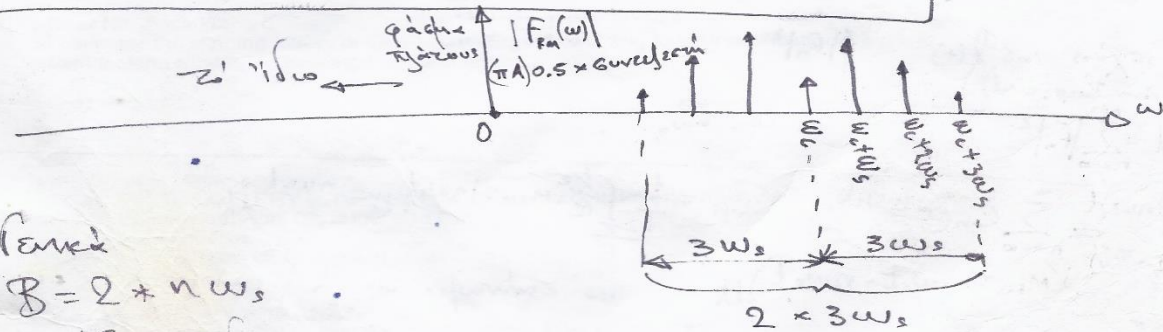
Έγκ: $e^{jm_{FM} \sin \omega_s t} = J_0(m_{FM}) + 2[J_2(m_{FM}) \cos 2\omega_s t + J_4(m_{FM}) \cos 4\omega_s t + \dots]$

$\text{Re}[e^{jm_{FM} \sin \omega_s t}] = A + 2J_1(m_{FM}) \sin \omega_s t + J_3(m_{FM}) \sin 3\omega_s t + \dots$

$\text{Im}[e^{jm_{FM} \sin \omega_s t}] = B \cos(m_{FM} \sin \omega_s t)$
 $= B \sin(m_{FM} \sin \omega_s t)$

Τελικά $f_{FM}(t) = A J_0(m_{FM}) \cos \omega_c t + k J_1(m_{FM}) [\cos(\omega_c + \omega_s)t - \cos(\omega_c - \omega_s)t]$
 $+ A J_2(m_{FM}) [\cos(\omega_c + 2\omega_s)t + \cos(\omega_c - 2\omega_s)t] + \dots \Rightarrow$

$f_{FM}(t) = A \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_{FM}) \cdot \cos(\omega_c + n\omega_s)t$ → άδραση = συνέθεση



Γενικά
 $B = 2 * n \omega_s$

παράβλεψη ιδιότητα ζώνων
συντελεστών Bessel: $n = \lceil m_{FM} \rceil + 1$

$B = 2 \cdot (m_{FM} + 1) \omega_s = 2(m_{FM} \omega_s + \omega_s) = 2 \left(\frac{\alpha k_{FM}}{\omega_s} \cdot \omega_s + \omega_s \right) = 2(\alpha k_{FM} + \omega_s) = 2 \cdot (\Delta\omega + \omega_s)$

$$C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(m_f \sin x - nx)} dx$$

$$C_n = J_n(m_f)$$

$$e^{jm_f \sin \omega_s t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_s t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n (\cos n\omega_s t + j \sin n\omega_s t) \quad \textcircled{21}$$

$$\textcircled{22} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_f) [\cos n\omega_s t + j \sin n\omega_s t]$$

$$= J_0(m_f) + J_1(m_f) \cos \omega_s t + J_1(m_f) j \sin \omega_s t +$$

$$+ J_2(m_f) \cos 2\omega_s t + J_2(m_f) j \sin 2\omega_s t +$$

$$+ J_{-1}(m_f) \cos(-\omega_s t) + J_{-1}(m_f) \cdot j \sin(-\omega_s t) +$$

$$+ J_{-2}(m_f) \cos(-2\omega_s t) + J_{-2}(m_f) j \sin(-2\omega_s t) + \dots$$

$$= J_0 + J_1 \cos \omega_s t + J_1 \cdot j \cdot \sin \omega_s t +$$

$$+ J_2 \cos 2\omega_s t + J_2 \cdot j \cdot \sin 2\omega_s t -$$

$$- J_1 \cos \omega_s t - J_1 \cdot j \cdot (-\sin \omega_s t)$$

$$+ J_2 \cos 2\omega_s t + J_2 \cdot j \cdot (-\sin 2\omega_s t) + \dots$$

$$= J_0 + 2J_2 \cos 2\omega_s t + 2J_4 \cos 4\omega_s t + \dots +$$

$$+ 2J_1 \cdot j \cdot \sin \omega_s t + 2J_3 \cdot j \cdot \sin 3\omega_s t + \dots$$

$$\Rightarrow e^{jm_f \sin \omega_s t} = J_0(m_f) + 2 [J_2(m_f) \cos 2\omega_s t + J_4(m_f) \cos 4\omega_s t + \dots]$$

$$+ 2j [J_1(m_f) \sin \omega_s t + J_3(m_f) \sin 3\omega_s t + \dots]$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos(m_f \cdot \sin \omega_s t) \\ + j \sin(m_f \cdot \sin \omega_s t) \end{array} \right] + \dots$$

$$\cos(m_f \cdot \sin \omega_s t) = \text{Re}[e^{jm_f \sin \omega_s t}] = J_0(m_f) + 2 [J_2(m_f) \cos 2\omega_s t + J_4(m_f) \cos 4\omega_s t + \dots]$$

$$\sin(m_f \cdot \sin \omega_s t) = \text{Im}[e^{jm_f \sin \omega_s t}] = 2 [J_1(m_f) \cdot \sin \omega_s t + J_3(m_f) \sin 3\omega_s t + \dots]$$

Απόδειξη FM

Απόδειξη FM (συνέχεια)

$$\begin{aligned}
 f_{FM}(t) &= A \cos \omega_c t \cdot \cos(m_F \sin \omega_s t) - A \sin \omega_c t \cdot \sin(m_F \sin \omega_s t) \\
 &= A \cos \omega_c t \left[J_0 + 2 J_2 \cos 2\omega_s t + 2 J_4 \cos 4\omega_s t + 2 J_6 \cos 6\omega_s t + \dots \right] \\
 &\quad - A \sin \omega_c t \left[2 J_1 \sin \omega_s t + 2 J_3 \sin 3\omega_s t + \dots \right] = \\
 &= A J_0 \cos \omega_c t + 2 A J_2 \cos \omega_c t \cos 2\omega_s t + 2 A J_4 \cos \omega_c t \cos 4\omega_s t + \dots + \\
 &\quad - 2 A J_1 \sin \omega_c t \sin \omega_s t - 2 A J_3 \sin \omega_c t \sin 3\omega_s t - \dots = \\
 &= A J_0 \cos \omega_c t + 2 A J_2 \cos \omega_c t \cos 2\omega_s t + 2 A J_4 \cos \omega_c t \cos 4\omega_s t + \dots \\
 &\quad - 2 A J_1 \sin \omega_c t \sin \omega_s t - 2 A J_3 \sin \omega_c t \sin 3\omega_s t - \dots = \\
 &\quad \begin{aligned}
 &\textcircled{2} + 2 A J_2 \cos \omega_c t \cos 2\omega_s t = \cos \omega_c t \cos \omega_s t - \sin \omega_c t \sin \omega_s t \\
 &\textcircled{4} + 2 A J_4 \cos \omega_c t \cos 4\omega_s t = \cos \omega_c t \cos \omega_s t - \sin \omega_c t \sin \omega_s t \\
 &\textcircled{1} - 2 A J_1 \sin \omega_c t \sin \omega_s t = \cos(\omega_c + \omega_s)t - \cos(\omega_c - \omega_s)t \\
 &\textcircled{3} - 2 A J_3 \sin \omega_c t \sin 3\omega_s t + \dots =
 \end{aligned} \\
 &= A J_0 \cos \omega_c t - 2 A J_1 \sin \omega_c t \sin \omega_s t + 2 A J_2 \cos \omega_c t \cos 2\omega_s t - 2 A J_3 \sin \omega_c t \sin 3\omega_s t + 2 A J_4 \cos \omega_c t \cos 4\omega_s t = \\
 &= A J_0 \cos \omega_c t + A J_1 [\cos(\omega_c + \omega_s)t - \cos(\omega_c - \omega_s)t] \\
 &\quad + A J_2 [\cos(\omega_c + 2\omega_s)t + \cos(\omega_c - 2\omega_s)t] \\
 &\quad + A J_3 [\cos(\omega_c + 3\omega_s)t - \cos(\omega_c - 3\omega_s)t] + \\
 &\quad + A J_4 [\cos(\omega_c + 4\omega_s)t + \cos(\omega_c - 4\omega_s)t] + \dots = \\
 &= A \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_F) \cos(\omega_c - n\omega_s)t
 \end{aligned}$$

$\text{δίνονται } + A J_2 \cos(\omega_c - 2\omega_s)t = A J_2 \cos(\omega_c - 2\omega_s)t$
 $\text{και } - A J_1 \cos(\omega_c - \omega_s)t = + A J_1 \cos(\omega_c - \omega_s)t$

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1 ΤΙΜΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ BESSEL

n	$\beta = 0.1$	$\beta = 0.2$	$\beta = 0.5$	$\beta = 1$	$\beta = 2$	$\beta = 5$	$\beta = 8$	$\beta = 10$
0	0.997	0.990	0.938	0.765	0.224	-0.178	0.172	-0.246
1	0.050	0.100	0.242	<u>0.440</u>	<u>0.577</u>	-0.328	0.235	0.043
2	0.001	0.005	0.031	<u>0.115</u>	0.353	0.047	-0.113	0.255
3				0.020	<u>0.129</u>	0.365	-0.291	0.058
4				0.002	0.034	<u>0.391</u>	-0.105	-0.220
5					0.007	0.261	0.186	-0.234
6					0.001	<u>0.131</u>	0.338	-0.014
7						0.053	<u>0.321</u>	0.217
8						0.018	0.223	<u>0.318</u>
9						0.006	<u>0.126</u>	0.292
10						0.001	0.061	0.207
11							0.026	<u>0.123</u>
12							0.010	0.063
13							0.003	0.029
14							0.001	0.012
15								0.004
16								0.001

(Από τους Ziemer και Tranter, ©1990 Houghton Mifflin. Ανατύπωση κατόπιν αδείας.)



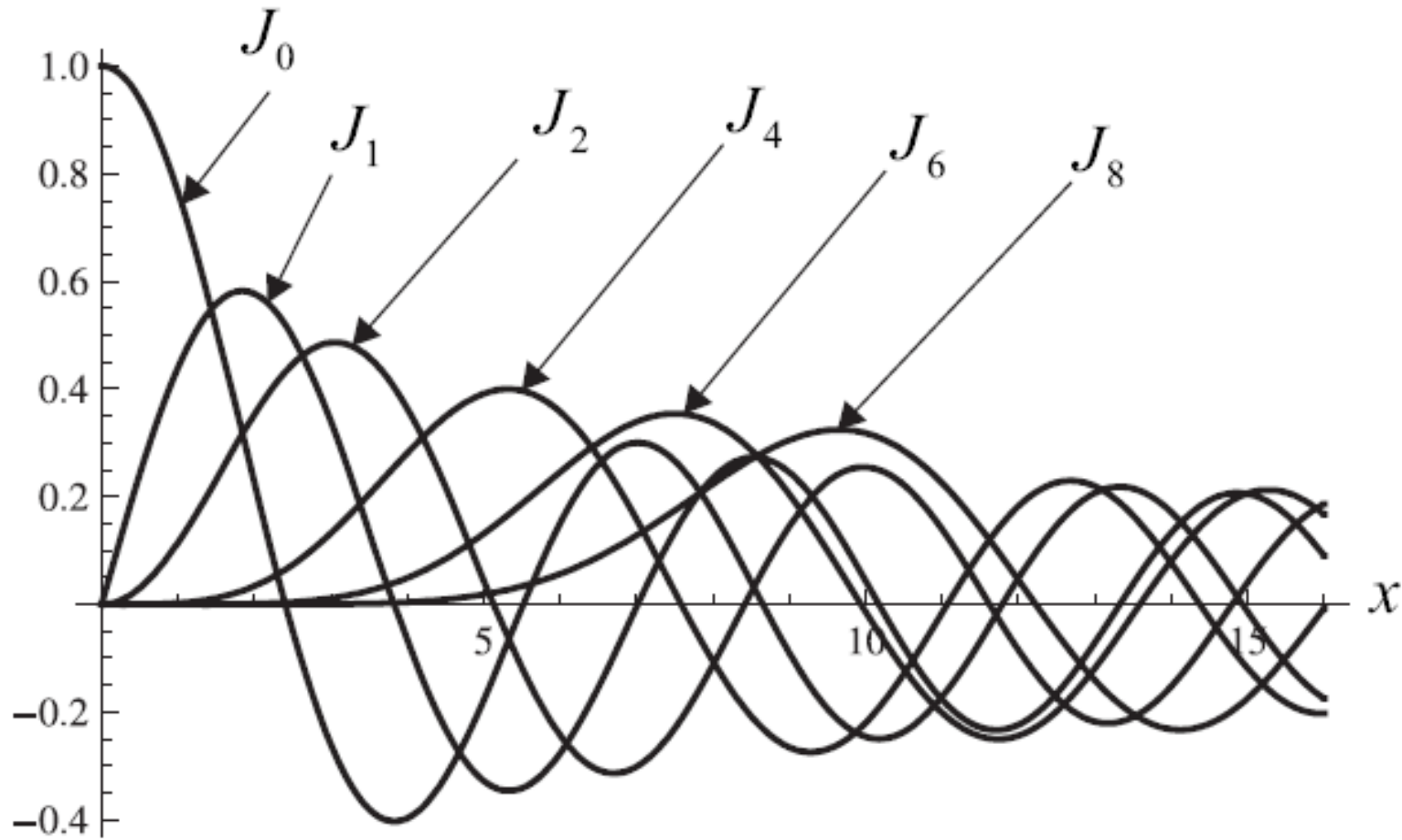
Τιμές Bessel σε διάγραμμα

$$a_k = J_k(\beta_f)$$

Σταθερές a_k

$$J_k(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-j(kz - x \sin z)} dz$$

Συναρτήσεις Bessel



Διαμόρφωση γωνίας από ημιτονοειδές σήμα

Αν το σήμα πληροφορίας βασικής ζώνης είναι:

$$m(t) = a \cos 2\pi f_m t,$$

να βρεθεί μία αναλυτική σχέση για το φάσμα του σήματος FM. Επίσης, να σχεδιαστεί η θετική περιοχή συχνοτήτων του ενεργού εύρους ζώνης όταν $a = 1$, $f_m = 1$ Hz, $f_c = 100$ Hz, $A_c = 2$, $\beta_f = 2$

$$\begin{aligned} x_{FM}(t) &= A_c \cos[2\pi f_c t + \beta_f \sin 2\pi f_m t] \\ &= A_c \cos 2\pi f_c t \cos(\beta_f \sin 2\pi f_m t) - A_c \sin 2\pi f_c t \sin(\beta_f \sin 2\pi f_m t). \end{aligned}$$

Σήμα FM

$$\cos[\beta_f \sin 2\pi f_m t] = a_0 + 2a_2 \cos 4\pi f_m t + 2a_4 \cos 8\pi f_m t + \dots$$

$$\sin[\beta_f \sin 2\pi f_m t] = 2a_1 \sin 2\pi f_m t + 2a_3 \sin 6\pi f_m t + \dots$$

Ανάπτυγμα ημιτονοειδών συναρτήσεων

Συστήματα Επικοινωνιών – Διαμορφώσεις γωνίας



Διαμόρφωση γωνίας από ημιτονοειδές σήμα (συνέχεια)

$$\begin{aligned}x_{FM}(t) &= A_c \{ J_0(\beta_f) \cos 2\pi f_c t \\ &\quad - J_1(\beta_f) [\cos\{2\pi(f_c - f_m)t\} - \cos\{2\pi(f_c + f_m)t\}] \\ &\quad + J_2(\beta_f) [\cos\{2\pi(f_c - 2f_m)t\} + \cos\{2\pi(f_c + 2f_m)t\}] \\ &\quad - J_3(\beta_f) [\cos\{2\pi(f_c - 3f_m)t\} - \cos\{2\pi(f_c + 3f_m)t\}] + \dots \} \\ &= A_c \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(\beta_f) \cos[2\pi(f_c + kf_m)t].\end{aligned}$$

Σήμα FM

$$J_{-n}(z) = (-1)^n J_n(z) \quad ; \quad n \in \mathbb{Z}$$

Ιδιότητα συναρτήσεων Bessel

$$\cos z = \operatorname{Re} \{ e^{jz} \} \quad \longrightarrow \quad x_{FM}(t) = A_c \operatorname{Re} \left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(\beta_f) e^{jk2\pi f_m t} e^{j2\pi f_c t} \right\}$$



Διαμόρφωση γωνίας από ημιτονοειδές σήμα (συνέχεια)

- Το εύρος ζώνης του σήματος FM είναι θεωρητικά άπειρο και αποτελείται από το φέρον και φασματικές συνιστώσες υπό τη μορφή συναρτήσεων Δέλτα στις συχνότητες $f_c \pm kf_m$, k : ακέραιος
- Οι περιττής τάξης φασματικές συνιστώσες παρουσιάζουν διαφορά φάσης ίση με π .
- Για συγκεκριμένες τιμές του β_f , καθώς μεγαλώνει το k , μειώνεται το $J_k(\beta_f)$ και επομένως και το πλάτος των φασματικών συνιστωσών. Πρακτικά, όταν $\beta_f < k$, τότε η $J_k(\beta_f)$ είναι σχεδόν ίση με μηδέν,

$$B = 2W(\beta_f + 1) = 2f_m(\beta_f + 1)$$

Ισχύς

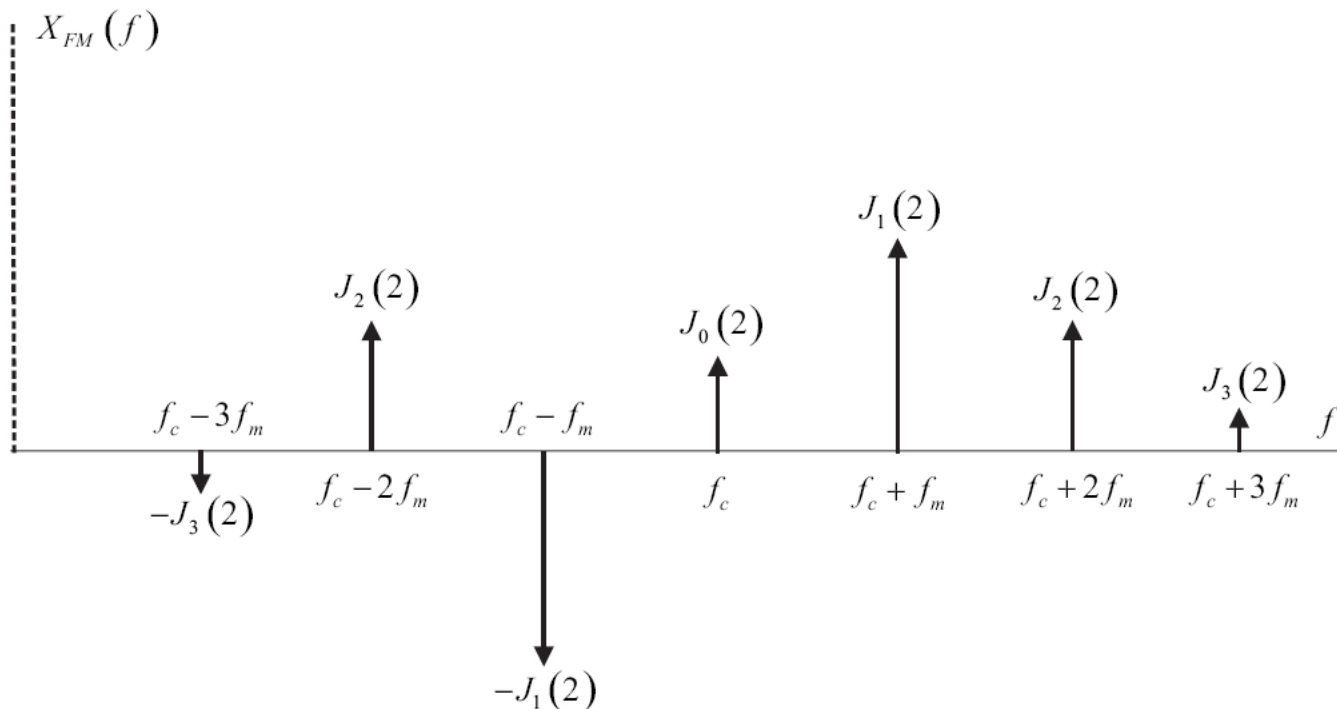
$$\mathcal{P}_{FM} = \frac{1}{2}A_c^2[J_0^2(\beta_f) + 2J_1^2(\beta_f) + 2J_2^2(\beta_f) + \dots] = \frac{1}{2}A_c^2$$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k^2(x) = 1$$



Ενεργό εύρος ζώνης FM σήματος (1/2)

Παράδειγμα: $m(t) = \cos \frac{\pi}{4}t$, $A_c = 2$ $\beta_f = 2$



Φάσμα διαμορφωμένου σήματος



Επίδραση πλάτους-συχνότητας στο ενεργό εύρος ζώνης

$$B = 2W(\beta_f + 1) = 2f_m(\beta_f + 1) \quad \longrightarrow \quad B = \begin{cases} 2(K_p\alpha + 1)f_m, & \text{PM} \\ 2\left(\frac{K_f\alpha}{f_m} + 1\right)f_m, & \text{FM} \end{cases}$$

- ✓ Η αύξηση του πλάτους του σήματος διαμόρφωσης έχει σχεδόν ίδια επίδραση στην αύξηση του εύρους ζώνης, τόσο για το PM όσο και για το FM.
- ✓ Τόσο στο PM όσο και στο FM, το εύρος ζώνης αυξάνει αυξάνοντας την f_m , αλλά στο PM η αύξηση είναι αναλογική ενώ στο FM είναι προσθετική (για μεγάλο β που μας ενδιαφέρει είναι ασήμαντη).



Πλήθος αρμονικών

$$B = 2W(\beta_f + 1) = 2f_m(\beta_f + 1) \quad \longrightarrow \quad M = 2[\beta_f] + 3 \quad \text{Για FM και PM}$$

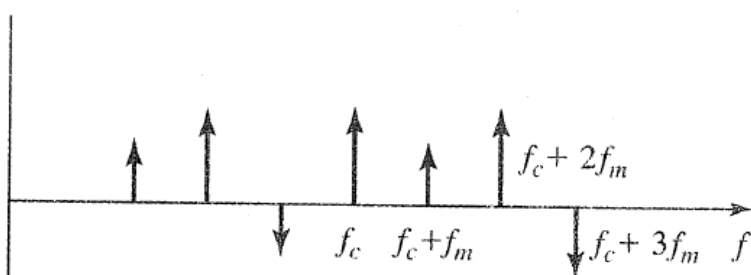
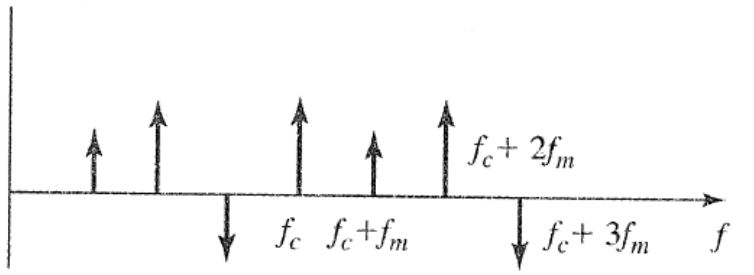
- ✓ Η αύξηση του πλάτους του σήματος διαμόρφωσης έχει σχεδόν ίδια επίδραση στην αύξηση του αριθμού των αρμονικών τόσο για το PM όσο και για το FM.
- ✓ Η αύξηση της f_m δεν επιδρά στο πλήθος αρμονικών στο PM, ενώ ελαττώνει αυτό σχεδόν γραμμικά στο FM.
- ✓ Εκεί οφείλεται η σχετική αναισθησία του εύρους ζώνης του FM στη συχνότητα του σήματος πληροφορίας. Αυξάνοντας το f_m από την μία ελαττώνεται το πλήθος των αρμονικών και από την άλλη αυξάνει η μεταξύ τους απόσταση.
- ✓ Στο PM το πλήθος των αρμονικών παραμένει σταθερό και μόνο η μεταξύ τους απόσταση αλλάζει με συνολική επίδραση μια γραμμική αύξηση του εύρους ζώνης.



Επίδραση στο εύρος ζώνης και στον αριθμό των αρμονικών

$$M = 2[\beta_f] + 3 = \begin{cases} 2[K_p\alpha + 1] + 3, & \text{PM} \\ 2\left[\frac{K_f\alpha}{f_m} + 1\right] + 3, & \text{FM} \end{cases}$$

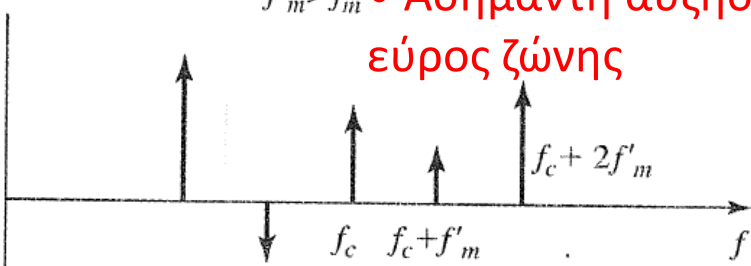
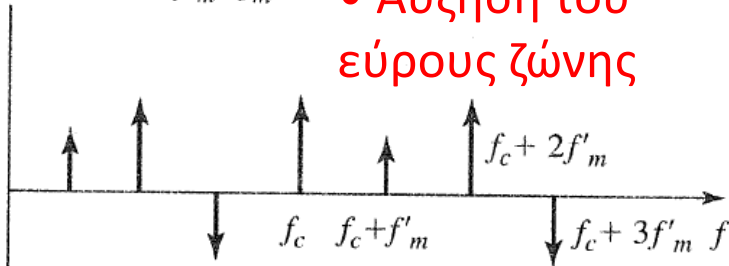
PM



- Καμία αλλαγή στο πλήθος των αρμονικών
- Αύξηση του εύρους ζώνης

- Ελάττωση στο πλήθος των αρμονικών
- Ασήμαντη αύξηση στο εύρος ζώνης

$f'_m > f_m$



Άθροισμα ημιτονικών

$$i.v \quad S(t) = \alpha_1 \cos \omega_1 t + \alpha_2 \cos \omega_2 t$$

$$\text{τότε } F_{FM}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_n(m_1) J_k(m_2) \cos(\omega_c + n\omega_1 + k\omega_2)t$$

όπου $m_1 = \frac{\alpha_1 K_{FM}}{\omega_1}$, $m_2 = \frac{\alpha_2 K_{FM}}{\omega_2}$ 'αγία κ' τότε $B = 2(\Delta\omega + \omega_s)$

RADIO FM 8.000 $\Delta\omega \rightarrow 75 \text{ kHz}$ $\omega_s \rightarrow 15 \text{ kHz}$ τότε $B = 180 \text{ kHz}$

$$ii.v \quad S(t) = \alpha \cos \omega_s t \rightarrow F_{PM}(t) = A \cos(\omega_c t + K_{PM} \alpha \cos \omega_s t) \quad m_p = K_{PM} \cdot \alpha$$

↓
δείκνω διαφ. FM.

$$\omega_i(t) = \omega_c - \underbrace{K_p \alpha \cdot \omega_s \cdot \sin \omega_s t}_{\substack{\text{μέγιστη μεταβολή} \\ \text{συχνότητας}}}$$

$$m_{FM} = \frac{\Delta\omega}{\omega_{max}} \approx \frac{\Delta f_{max}}{f_{max}} \approx \frac{K_{FM} \max(|S(t)|)}{W}$$

$$B = 2 \left[\underbrace{K_p \alpha \cdot \omega_s}_{\Delta\omega = f(\omega_s)} + \omega_s \right]$$

$$m_{PM} = \Delta\phi_{max} = K_{PM} \cdot \max(|S(t)|)$$

↓
από θεωρία μετακλιμα του PM.

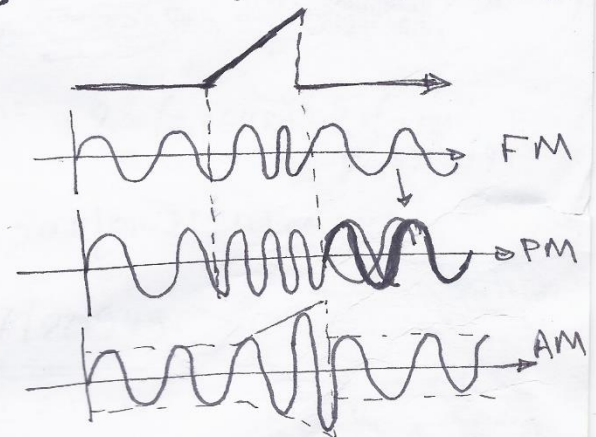
$$S(t) = \alpha \cos(2\pi f_s t) \quad A_c \cos(2\pi f_c t)$$

$$PM: F_{PM}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + K_{PM} \alpha \cos(2\pi f_s t)) = A_c \cos(2\pi f_c t + m_{PM} \cos 2\pi f_s t)$$

$$FM: F_{FM}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + K_{FM} \frac{\alpha}{f_s} \sin(2\pi f_s t)) = A_c \cos(2\pi f_c t + m_{FM} \sin 2\pi f_s t)$$

$$m_{PM} = K_{PM} \cdot \alpha \quad m_{FM} = \frac{K_{FM} \alpha}{f_s}$$

$$98\% \text{ ως 'αγία' του } B = 2(m_{FM} + 1) f_m$$

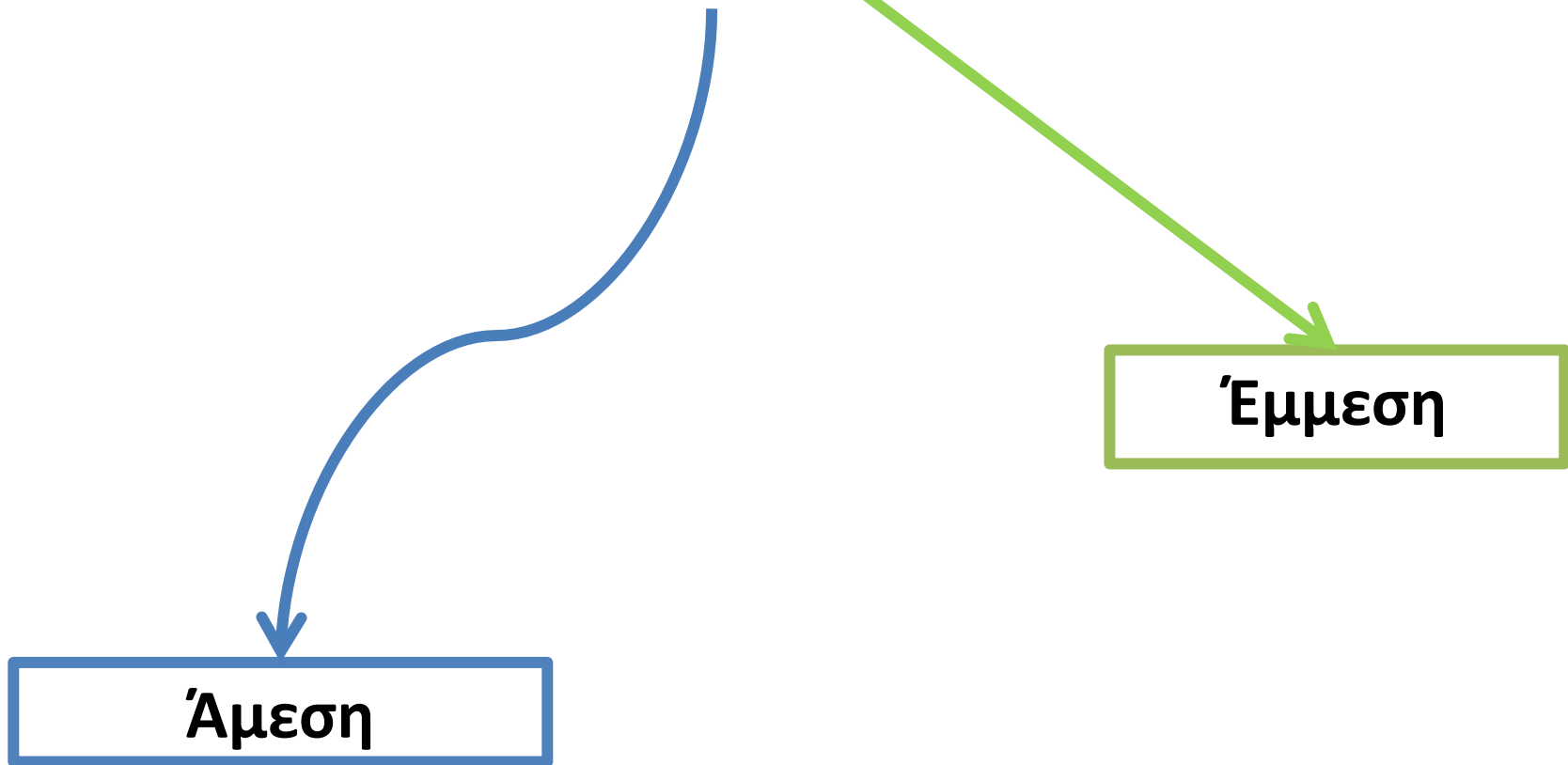


Περιεχόμενα ενότητας

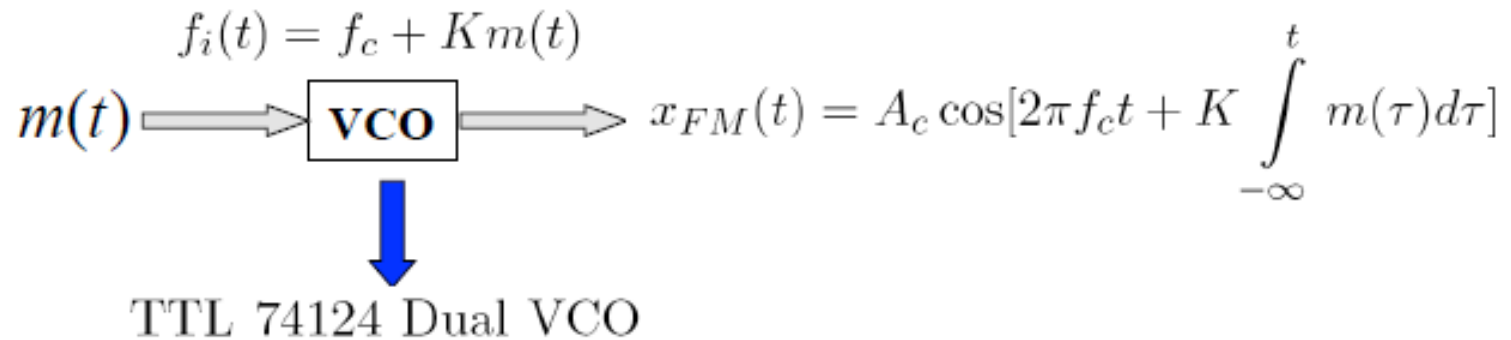
- ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΓΩΝΙΑΣ
- ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΓΩΝΙΑΣ ΣΤΕΝΟΥ ΕΥΡΟΥΣ ΖΩΝΗΣ
- ΦΑΣΜΑ ΚΑΙ ΙΣΧΥΣ ΣΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΓΩΝΙΑΣ
- ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΓΩΝΙΑΣ ΑΠΟ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΕΣ ΣΗΜΑ
- ΔΙΑΜΟΡΦΩΤΕΣ FM



Υλοποίηση διαμορφωτών FM



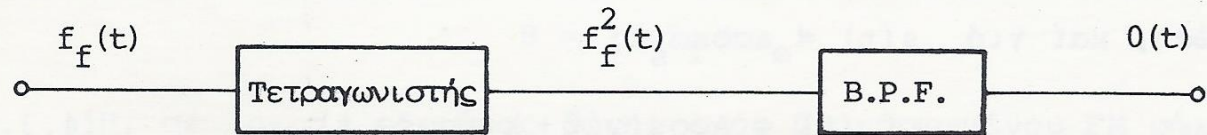
Υλοποίηση διαμορφωτών FM – Άμεση Τεχνική με VCO



Γενικά η άμεση διαμόρφωση με χρήση VCO οδηγεί σε ασταθή συχνότητα εξόδου, η οποία αντιμετωπίζεται με ανάδραση μέσω ενός κρυσταλλικού ταλαντωτή (που λειτουργεί ως αναφορά)



Ο πολλαπλασιαστής συχνότητας είναι μία νιοστή συσκευή, και ένα B.P.F. φίλτρο. Άς δοϋμε πώς δουλεύει παρακάτω, σε συνδιασμό με τό Σχῆμα 4.4.1.



Σχῆμα 4.4.1 Πολλαπλασιαστής συχνότητας

Άς υποθέσουμε ὅτι ἡ νιοστή συσκευή είναι τετραγωνιστής (δηλαδή $n = 2$). Ἐπίσης υποθέτουμε ὅτι τό $f_f(t)$ είναι στενῆς ζώνης, δηλαδή στό,

$$f_f(t) = A \cos(\omega_c t + k_f g(t)) \quad (4.4.1)$$

τό $k_f g(t)$ είναι πολύ μικρό.

Τώρα τό $f_f^2(t)$ είναι,

$$f_f^2(t) = \frac{A^2}{2} \left[1 + \cos(2\omega_c t + 2k_f g(t)) \right]$$

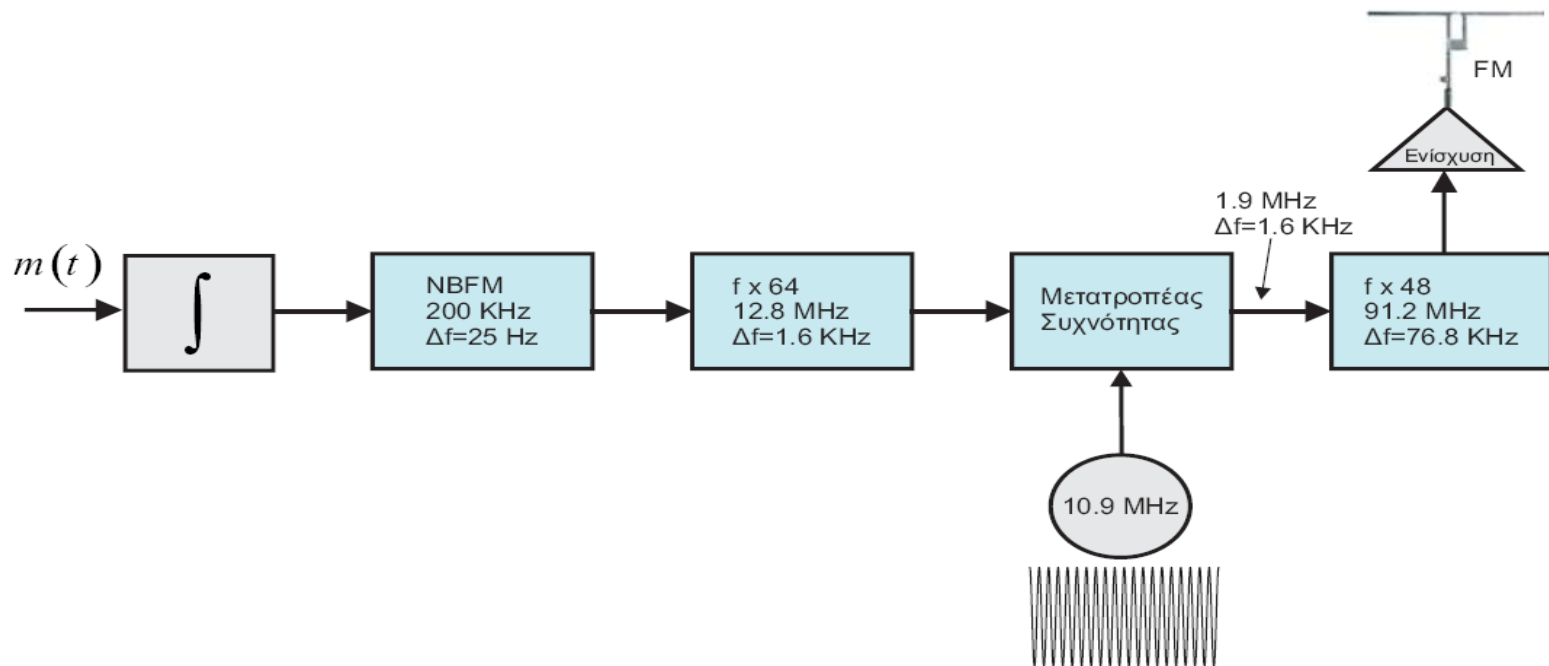
καί μετά ἀπό τό B.P.F.,

$$o(t) = \frac{A^2}{2} \cos(2\omega_c t + 2k_f g(t))$$

βλέπουμε λοιπόν ὅτι τό $k_f g(t)$ διπλασιάστηκε.

Πολλαπλασιαστής συχνότητας

Υλοποίηση διαμορφωτών FM – Έμμεση Τεχνική



Η μέθοδος αυτή, αν και δημιουργεί σήματα FM με σταθερή κεντρική συχνότητα, μειονεκτεί εξαιτίας του θορύβου που παράγεται από τους χρησιμοποιούμενους πολλαπλασιαστές συχνοτήτων, καθώς επίσης και της παραμόρφωσης στις χαμηλές συχνότητες του υπό διαμόρφωση σήματος. Στις συχνότητες αυτές ο λόγος $\Delta f/f_m$ δεν είναι ικανοποιητικά μικρός ώστε να λειτουργεί αξιόπιστα ο διαμορφωτής στενής ζώνης.



Σε πολλές τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές είναι απαραίτητη η μετατροπή της συχνότητας του διαμορφωμένου σήματος από f_1 σε f_2 . Να περιγράψετε πώς μπορεί να υλοποιηθεί η μετατροπή αυτή σε σήματα DSB-AM-SC.

Απάντηση

Η ζητούμενη μετατροπή μπορεί να υλοποιηθεί χρησιμοποιώντας ένα μίκτη ο οποίος πολλαπλασιάζει το διαμορφωμένο DSB-AM-SC συχνότητας f_1 με ένα φέρον μοναδιαίου πλάτους και συχνότητας f_{mix} .

Η έξοδος του μίκτη (αν θεωρηθεί ότι το φέρον έχει πλάτος $2A_c$) θα είναι

$$\begin{aligned}y(t) &= 2A_c m(t) \cos 2\pi f_1 t \cos 2\pi f_{mix} t \\ &= A_c m(t) [\cos 2\pi (f_1 + f_{mix}) t + \cos 2\pi (f_1 - f_{mix}) t].\end{aligned}\quad (4.78)$$

Αν επιλεγεί $f_{mix} = f_1 - f_2$ τότε

$$y(t) = A_c m(t) [\cos 2\pi f_2 t + \cos 2\pi (2f_1 - f_2) t].\quad (4.79)$$

Αν επιλεγεί $f_{mix} = f_1 + f_2$ τότε

$$y(t) = A_c m(t) [\cos 2\pi f_2 t + \cos 2\pi (2f_1 + f_2) t].\quad (4.80)$$

Χρησιμοποιώντας ένα ζωνοπερατό φίλτρο με κεντρική συχνότητα f_2 και κατάλληλα επιλεγμένο εύρος, απορρίπτεται ο όρος σε συχνότητα $2f_1 - f_2$ (ή $2f_1 + f_2$) και η έξοδος είναι το DSB-AM-SC σήμα σε συχνότητα πλέον f_2 .

Η παραπάνω λειτουργία ονομάζεται *ετεροδύνωση* (*heterodyning*). Στην περίπτωση που $f_2 > f_1$, η ετεροδύνωση είναι γνωστή ως *άνω-μετατροπή* (*up-conversion*), ενώ όταν $f_2 < f_1$ ονομάζεται *κάτω-μετατροπή* (*down-conversion*).

Η *κάτω-μετατροπή* χρησιμοποιείται στους τηλεπικοινωνιακούς δορυφόρους για τη μετατροπή της συχνότητας των λαμβανόμενων σημάτων της *άνω-ζεύξης* (*up-link*) σε χαμηλότερες συχνότητες, οι οποίες χρησιμοποιούνται στην *κάτω-ζεύξη*.

ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ

Αποδιαμόρφωση FM (1/2)

$$x_{FM}(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + K \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau\right]$$

Σήμα εισόδου στον
αποδιαμορφωτή

$$y(t) = \frac{dx_{FM}(t)}{dt} = A_c [2\pi f_c + K m(t)] \sin\left[2\pi f_c t + K \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau\right]$$

Διαφόριση σήματος εισόδου

$$V(t) = A_c(t) [2\pi f_c + K m(t)]$$

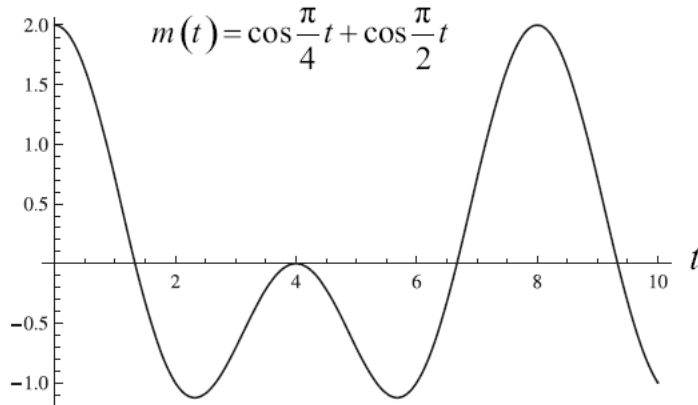
Έξοδος ανιχνευτή AM

$$\hat{y}(t) = A_c(t) K_f m(t)$$

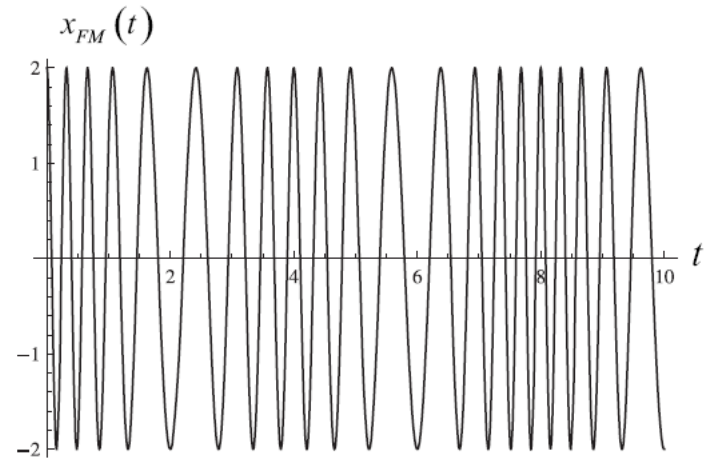
Σταθεροποίηση του
πλάτους (με bandpass limiter)



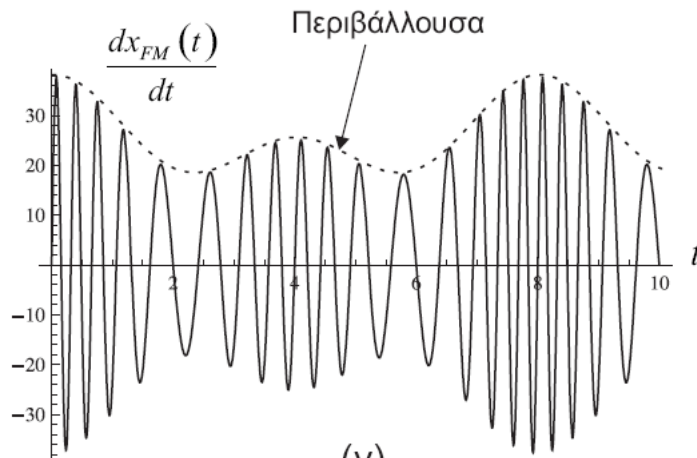
Αποδιαμόρφωση FM (2/2)



(α)



(β)



(γ)



(δ)



Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση **1.0**.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, **Μιχαήλ Λογοθέτης 2015**. «**Συστήματα Επικοινωνιών – Ενότητα 5: Διαμορφώσεις γωνίας**». Έκδοση: **1.0**. Πάτρα **2015**.
Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<https://eclass.upatras.gr/courses/EE789/> .



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Τα σχήματα στις διαφάνειες 5, 7, 14, 16, και 20 προέρχονται από το σύγγραμμα του μαθήματος “Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα”, Εκδόσεις Τζιόλα, μετά από άδεια του συγγραφέα Καθ. Γ. Καραγιαννίδη.

